



AGAPE: L'effet de microlentille gravitationnelle pour la recherche de matière noire sous forme de MACHOs en direction de la galaxie M31

Yann Le Du

► To cite this version:

Yann Le Du. AGAPE: L'effet de microlentille gravitationnelle pour la recherche de matière noire sous forme de MACHOs en direction de la galaxie M31. Physique des Hautes Energies - Expérience [hep-ex]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2000. Français. NNT: . tel-00002328

HAL Id: tel-00002328

<https://theses.hal.science/tel-00002328>

Submitted on 27 Jan 2003

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ PARIS VI

THÈSE

présentée pour obtenir

Le diplôme de Docteur de l'Université Paris VI

Spécialité : Cosmologie Observationnelle

par

Yann Le Du

**AGAPE :
L'effet de microlentille gravitationnelle
pour la recherche de matière noire sous forme de MACHOs
en direction de la galaxie M31**

Soutenue le 12 mai 2000 devant la Commission d'Examen :

Pierre Billoir	<i>Président</i>
Bertrand Delamotte	
Wyn Evans	<i>Rapporteur</i>
Yannick Giraud-Héraud	
Christophe Magneville	<i>Rapporteur</i>
Daniel Vignaud	

A Yannick Giraud-Héraud

« Le philosophe classique n'aime guère ce qui lui résiste, comme le scientifique d'ailleurs. Et plutôt qu'avouer une ignorance, une incapacité théorique intellectuelle, il préfère imaginer d'hypothétiques rationalités. »

MICHEL ONFRAY, *Le désir d'être un volcan*.

« La discipline de l'esprit scientifique ne commencerait-elle pas alors seulement que l'on ne se permet plus de conviction ?... Il en est probablement ainsi. Or, il s'agit encore de savoir si, *pour que cette discipline puisse commencer*, une conviction n'est pas indispensable, une conviction si impérieuse et si absolue qu'elle force toutes les autres convictions à se sacrifier pour elle. »

FRIEDRICH NIETZSCHE, *Le Gai Savoir*, §344.

Remerciements

Je tiens d'abord à remercier Yannick Giraud-Héraud, qui m'a dirigé pendant cette thèse, et qui a toujours été là pour m'aider et m'encourager, y compris dans des moments difficiles. Sans lui, rien n'aurait pu se faire. C'est Yannick qui m'a convaincu de l'intérêt du sujet, et il a su initier et animer une équipe dynamique de recherche en cosmologie observationnelle au Collège de France, et cela se poursuivra à l'Université de Tolbiac.

Merci au Collège de France et au Laboratoire de Physique Corpusculaire et Cosmologie (PCC), et aux directeurs Marcel Froissart, Pierre Bareyre et maintenant Daniel Vignaud, de m'avoir accueilli et donné les moyens de travailler dans d'excellentes conditions. Je suis très reconnaissant à Marcel Froissart et Daniel Vignaud de m'avoir permis de poursuivre mon travail au delà de la période initiale de la thèse.

Je ne pourrai citer tous ceux qui m'ont aidé, surtout parmi le personnel administratif, dirigé par la très efficace Chantal Bréon, et technique, mais je tiens à dire que j'ai beaucoup apprécié la généreuse amitié d'Hélène Le Bihan. Merci à Claude Lamy, Pierre Frenkiel, Daniel Poutot et Alain Faye pour leur aide avec l'informatique.

Au sein du groupe d'AGAPE, merci tout particulièrement à Alain Bouquet et Jean Kaplan pour les discussions très enrichissantes, et pour leur aide critique, avec Yannick, dans l'élaboration (et les exposés !) de l'analyse. Merci à Paolo Gondolo et Anne-Laure Melchior, qui m'ont précédé dans AGAPE, pour leur travail de pionnier sur lequel je me suis appuyé pour l'analyse.

La camaraderie des autres thésards n'est pas étrangère à l'intérêt de travailler au sein du PCC ; merci à Jean-Christophe Hamilton, notamment pour son aide avec l'informatique, et à Benoit Revenu, avec lesquels j'ai eu d'intéressantes discussions scientifiques (entre autres !). Merci à Alex Kim pour tous les bons moments. Merci aussi à Stéphane Paulin-Henriksson, mon compagnon de bureau pendant cette dernière année, dont le travail sur les données INT est très prometteur, et avec lequel il est agréable de travailler. C'est dans ma dernière année de thèse que j'ai eu le plaisir de rencontrer et de travailler avec Sebastiano Calchi-Novati, et je le remercie pour tout ce qu'il m'a apporté. Merci à Frédéric Roger, qui était toujours là au bon moment... Je tiens aussi à saluer Nadine Gagliardi, dont l'entrain (verbal !) et l'amitié, m'ont été, et resteront, très précieux.

Je remercie chaleureusement Pierre Billoir, Bertrand Delamotte, Wyn Evans et Christophe Magneville qui, extérieurs au laboratoire, ont accepté de faire partie du jury de thèse, et qui m'ont fait profiter de leurs riches commentaires.

Je souhaite aussi remercier l'équipe d'Oxford avec Wyn Evans et Eamonn Kerins, avec lesquels ce fut très enrichissant de collaborer, et qui m'ont offert, avec Joe Silk, la possibilité de poursuivre

mon travail de recherche au sein de leur groupe avec la collaboration POINT-AGAPE.

Merci à Véronique Bastien, Guillaume Devanz et Sébastien Neukirch, mes compagnons d'aventure. Ils sont la troisième dimension de ma vie. Merci enfin à Elie et Janie, qui m'ont ouvert les yeux.

Préface

La rédaction de cette thèse fut entièrement réalisée avec le merveilleux logiciel Lyx^a, sous Linux^b, qui permet de faire du Latex sans s'en rendre compte avec une interface *WYSIWYM* (*What You See Is What You Mean*) : on profite de la qualité de Latex sans souffrir de son utilisation directe assez froide. Je l'ai découvert en 1996. Je suis très reconnaissant à toute l'équipe de Lyx pour fournir gratuitement un outil d'une telle qualité.

Tout mon travail, que ce soit l'analyse ou la rédaction, fût réalisé sous Unix pour les *mainframes* et Linux pour la station de travail personnelle (sous les *windows managers* WindowMaker^c et Fvwm2, avec des machines basées sur Intel Pentium II à 400MHz), avec quelques passages obligés par l'omniprésent Windows 98. Linux est le système d'exploitation que je préfère : puissant, stable, modulable et gratuit, il est idéal pour le travail scientifique et dispose d'une base d'utilisateurs qui s'agrandit très rapidement.

L'analyse s'appuie sur des programmes en C et Fortran, tournant sous Alpha/Unix et maintenant PC/Linux, le tout interfacé notamment avec le logiciel de traitement de données PAW, que remplace maintenant ROOT^d. J'ai largement utilisé les logiciels de mathématique symbolique et de calcul numérique Mathematica^e et Macsyma^f ; c'est avec eux que j'ai réalisé tout mon travail de simulation pour étudier différents aspects particuliers de l'analyse (les simulations globales d'observation ont été faites en C et Fortran avec des méthodes Monte-Carlo).

Une fois les figures générées avec PAW, Mathematica ou Macsyma, les retouches ont été réalisées avec Gimp^g, combiné avec Sketch^h. J'ai fait les dessins avec le très puissant Sketch, et, avant la découverte de Sketch, avec Corel Draw.

SITE PERSONNEL : <http://cdfinfo.in2p3.fr/~ledu/>

^a<http://www.lyx.com>

^bVersion RedHat 6.0 avec noyaux que je mettais à jour, jusqu'au noyau 2.3.42.

^cC'est mon préféré, il est rapide, esthétique et puissant : www.windowmaker.com

^d<http://cern.root.ch>

^eVersion 3.0 sous Windows 98, puis 4.0 sous Linux, voir www.wolfram.com.

^fVersion 2.41 sous Windows 98, voir www.macsyma.com.

^gwww.gimp.org

^hMême s'il est encore en développement, la version 0.6.2 que j'ai utilisée fournit déjà ce que j'ai trouvé de mieux, avec Corel Draw, parmi tous les logiciels de dessin que je connais. Voir <http://www.online.de/home/sketch/Default.htm>

Table des matières

1	Le cadre physique	1
1.1	L'Univers formalisable	2
1.1.1	Le principe cosmologique	2
1.1.2	L'équation de Friedman	3
1.1.3	L'expansion de l'Univers	5
	Histoire d'un concept	5
	L'Univers en mouvement	5
	Vers un Univers en évolution	6
	Vérification observationnelle	6
	Impact conceptuel	7
	La mathématique de l'expansion	8
1.2	Nécessité de la matière noire	9
1.2.1	Les motivations théoriques	9
	L'inflation	9
	La nucléosynthèse primordiale	11
1.2.2	Les leçons de la cosmologie	12
	L'âge de l'Univers	12
	Paramètre de décélération, courbure et chandelles standard	13
	Les anisotropies du CMB	14
	Dynamique des amas de galaxies	15
	A l'échelle locale : la courbe de rotation des galaxies	15
	Le rayonnement X	19
	Discussion	19

1.3	Les candidats à la matière noire	21
1.3.1	La matière noire non baryonique	22
	Le neutrino	22
	Mesurer la masse des neutrinos	23
	Neutrinos atmosphériques	24
	Neutrinos solaires	24
	Bilan	25
	Les WIMPS et les autres candidats	25
	La constante cosmologique	26
1.3.2	La matière noire baryonique	27
	Nuages de gaz moléculaire	27
	Les MACHOs	27
	Le halo sombre	29
2	L'effet de lentille gravitationnelle	31
2.1	Historique de la découverte	31
2.2	L'effet de microlentille gravitationnelle	32
	Courbe de lumière	35
2.2.1	La profondeur optique	36
2.2.2	Le taux d'événements	37
2.3	Application	38
2.3.1	Observations vers le SMC et le LMC	39
	La collaboration EROS	41
	La collaboration MACHO	41
2.3.2	Vers le centre galactique	45
	La collaboration EROS et le plan galactique	47
2.3.3	La galaxie M31 d'Andromède	47
3	La méthode expérimentale	49
3.1	La méthode des pixels	49
	Évaluation des distances des objets à observer	50
	Le pixel et ses implications	51

Avantage statistique de la méthode des pixels	52
Le superpixel	54
3.1.1 M31 comme cible	55
3.1.2 Magnitude limite détectable	56
La PSF du signal stellaire	56
Construction du fond lumineux galactique	57
Discrétisation du signal sur les pixels de la CCD	59
Le bruit	60
Détermination analytique de la magnitude limite	60
Simulation numérique	61
3.1.3 Détection de la présence d'une étoile par sa forme : « morphoprésence »	64
Définition du critère de morphoprésence	64
Approche analytique	64
Simulation numérique	66
Sur la limite de l'écart en magnitude détectable	69
3.1.4 Gradient de profondeur optique	69
3.2 Description des observations	70
3.2.1 Les lieux et les outils	70
3.2.2 Protocole expérimental	74
3.2.3 Étalonnage photométrique	78
3.3 Traitement initial	79
3.3.1 Recalage géométrique	79
3.3.2 Alignement photométrique	80
L'absorption et la Lune	80
Méthode usuelle	81
Autre méthode par ajustement pixel à pixel	82
L'absorption et le problème des étoiles	82
Méthode d'AGAPE : ajustement des moments statistiques	83
Le reflet et le médian	87
4 Le traitement des courbes de lumière	89
4.1 Le <i>seeing</i>	89

4.1.1	Turbulence atmosphérique et <i>seeing</i>	90
	Définition du <i>seeing</i>	90
	Localisation des causes du <i>seeing</i>	91
	Surface de ciel observé par une image	91
	La tache d’Airy et la turbulence	92
	Limitation instrumentale	92
	Limitation atmosphérique	93
	Kolmogorov et la taille des télescopes	93
	Le diamètre de Fried	94
4.1.2	Mesure du <i>seeing</i>	95
	Ajustement de gaussienne pour le calcul du <i>seeing</i>	95
4.2	Les méthodes instrumentales de correction de <i>seeing</i>	96
4.2.1	Les poses courtes	96
4.3	Méthode logicielle de correction du <i>seeing</i>	97
4.3.1	Algorithme de correction empirique	97
	La notion de « fond » et de médian	98
	Méthode de stabilisation de <i>seeing</i>	99
4.3.2	Application de la correction	100
	Processus opératoire	100
	Un critère de qualité pour la stabilisation de <i>seeing</i> : la distribution de χ^2 des courbes de lumière	106
	Distribution de χ^2 non centrale	106
	Sur le choix du <i>seeing</i> de l’image de référence	106
	Sur le rôle des courbes de lumière agitées.	108
4.3.3	Bilan qualitatif	109
4.4	Influence du <i>seeing</i> sur le médian	113
4.4.1	Le médian idéal	113
4.4.2	Influence d’un objet stellaire sur le médian	114
	Pavé sans gradient de luminosité	115
	Pavé avec gradient de luminosité	116
4.4.3	Concernant la proximité des objets stellaires	117
4.4.4	Résultats	118

Limite sur la magnitude des objets brillants à considérer	118
Absence de gradient de luminosité	118
A quoi correspond le choix de 41×41 pixels ?	119
Vérification par simulation numérique	119
Présence d'un gradient de luminosité	122
Illustration de l'effet significatif du gradient	122
Effet nul du gradient pour les objets stellaire $m_{\star} > 19$	123
4.4.5 Conclusion sur le médian optimal	123
4.5 Les cosmiques	127
4.5.1 Évaluation du nombre de cosmiques	127
Résultats empiriques	128
4.5.2 Méthodes de correction	130
4.6 Estimation des erreurs	133
4.6.1 Facteur de « calibrage » des erreurs	133
4.6.2 Théorème ergodique	135
4.6.3 Optimisation du calcul des erreurs standard	136
Erreur sur α	138
Comparaison avec coefficient de calibration de l'erreur	138
Prise en compte de l'erreur sur le médian	139
4.6.4 Amélioration sur le facteur de « calibrage »	139
Le coefficient de calibrage n'affecte pas l'image de référence	139
Ne pas prendre en compte les agitations réelles non statistiques	140
4.6.5 Conclusion sur les erreurs	140
4.7 Calcul des paramètres physiques sur courbe de lumière	141
4.7.1 Dégénérescence des paramètres d'ajustement.	141
Nécessité d'accéder à la forme globale	143
La nécessité d'une forte amplification conduit à la dégénérescence	143
Les faibles amplifications conduisent aussi à une dégénérescence	144
4.7.2 Situation générale en dehors de régimes spécifiques de dégénérescence ana- lytique	145
Simulation numérique de la dégénérescence primaire	145
Résultats	146

Peut-on lever la dégénérescence à partir du comportement de convergence du χ^2 ?	150
Simulation et résultats	151
Conclusion	152
5 Caractérisation du signal recherché	154
5.1 Forme du signal recherché	154
5.1.1 Définition d'une bosse	155
5.1.2 Sélection des courbes à bosse unique significative	156
Approche quantitative	157
5.1.3 Regroupement	158
Reconnaissance des zones autour des étoiles	158
5.1.4 Détermination du centre des groupes de pixels	158
Différentes méthodes	159
Comparaison des méthodes	161
Description du processus retenu	163
5.1.5 Ajustement de Paczyński non dégénéré	165
5.1.6 Autocorrélation au sein des résidus : critère de Durbin-Watson	166
Application du test dans AGAPE	168
5.1.7 Concernant l'usage de plusieurs critères	170
5.2 Simulations	171
5.2.1 Premières estimations	171
A propos de l'amplification limite et de la densité de sources	172
Résultat pour l'estimation simplifiée	174
5.2.2 La simulation Monte-Carlo	174
Objectifs de la simulation	174
Le poids d'un événement	175
Nombre d'événements détectés	177
Remarque	178
Méthode de Monte-Carlo	178
Choix des caractéristiques de l'étoile cible	179
Expression pratique de I	180

Estimation de l'erreur sur le nombre d'événements prévu	181
Processus opératoire	181
5.2.3 Paramètres de la simulation Monte-Carlo	182
5.2.4 Prédictions pour AGAPE	183
6 Résultats de l'analyse	190
6.1 Candidats après sélection automatique	190
6.1.1 Les candidats	191
6.1.2 Événement AGAPE Z1	193
Recherche d'une étoile source sur les données HST	198
Interprétation	199
AGAPE Z1 comme étoile variable	200
Conclusion sur l'événement Z1	201
6.1.3 Conclusion sur la sélection avec critères du tableau 6.1	201
6.2 Sensibilité de la méthode des pixels et qualité des candidats	202
6.3 Application d'un nouveau critère de sélection : limite sur $t_{1/2}$	203
6.3.1 Conclusion sur le nouveau critère de sélection	210
6.4 Interprétation physique	210
Limite MACHOs de faible masse	211
Profondeur optique	211
Conclusion physique	212
6.4.1 Recherche d'autres objets	212
6.5 L'avenir d'AGAPE	213
6.5.1 La méthode des pixels fonctionne	213
6.5.2 Poursuite d'AGAPE sur d'autres télescopes	213
A Une brève histoire du sombre	222
A.1 Les débuts de l'invisible : une vocation d'explication.	223
A.1.1 Le primitif et la magie	224
A.1.2 La révolution scientifique des Milésiens	225
A.1.3 L'attrait des causes cachées	226
A.1.4 Les éléments	227

A.1.5	L'atomisme : l'invisible est discrétisé.	229
A.2	La question de la connaissance du réel	230
A.2.1	Les différentes postures philosophiques	231
A.3	Les mathématiques de l'invisible	233
A.3.1	Le zéro : utile mais irréel	234
A.3.2	L'angoisse du négatif	234
	Une algèbre impénétrable	235
A.4	La part de l'ombre	237
A.4.1	L'invisible permet le contraste	240
A.5	L'invisible prend de l'espace	240
A.6	L'éther se cache et se défile	242
A.7	Le fantastique dissimule du sombre	243
B	Sur les propriétés de l'amplification	248
B.1	L'amplification est quasi auto-inverse.	248
B.2	Ajustement sur l'amplification et sur le flux	251
B.3	Amplification équivaut à une étoile fictive	252
C	L'absorption et la stabilisation de seeing	256
C.1	Heuristique	256
C.2	La transformation de base	256
C.3	Correction de l'erreur sur l'alignement photométrique	257
D	Effets photométriques du seeing	258
D.1	Fonction d'appareil et PSF	258
D.2	La résolution	260
D.3	Importance de l'évaluation du fond	261
D.4	Incertitude sur le seeing	263
D.4.1	Incertitude sur la hauteur du signal	263
D.4.2	Améliorations du calcul de l'incertitude	263
E	Approche analytique de la correction de seeing	265
E.1	Le fond lumineux est indépendant du seeing	268

E.2	Modélisation analytique	270
E.2.1	Calcul du flux contenu dans un superpixel	270
E.2.2	La <i>stabilisation de seeing</i>	272
E.2.3	Justification de l'expression de stabilisation	273
	L'effet de <i>seeing</i> est de nature multiplicative	273
	Utilisation de l'effet idéal de <i>seeing</i> pour la stabilisation	274
E.3	Retour aux origines : lien avec la correction du reflet	274
E.3.1	Cohérence de l'approche	275
E.3.2	A propos du paramètre β	276
E.4	Lien avec la notion d'information	277
F	Zone d'influence d'un objet stellaire	278
F.1	Calcul analytique	278
F.2	Simulation numérique	279
G	Glossaire	283

Résumé

Voici une brève description des six chapitres :

Chapitre 1 : Le cadre physique

Une introduction aux notions importantes de la « cosmob » (cosmologie observationnelle) avec les raisons qui nous conduisent à concevoir l'existence de matière noire. En parallèle, je donne dans l'annexe A un point de vue personnel sur le rôle de la notion d'invisible dans la pensée scientifique et philosophique, où je présente quelques éléments qui permettent d'apprécier l'omniprésence et l'intérêt de cette notion. Au niveau des galaxies individuelles, la matière lumineuse correspondⁱ à $\Omega_m^l \simeq 0,003$, et par des mesures de la dynamique des objets au sein de la galaxie, la matière galactique dans son ensemble correspondrait à $\Omega_m^d \simeq 0,03$. Cette dernière valeur est compatible avec les prédictions de la nucléosynthèse primordiale. Ainsi, à l'échelle des galaxies, la matière noire pourrait-être sous forme baryonique uniquement, et ce en proportion de 1 à 10 par rapport à la matière lumineuse. De plus elle serait distribuée dans un halo entourant la galaxie. Nous verrons par ailleurs que les mesures effectuées à l'échelle des amas de galaxies semblent montrer qu'il existe une composante importante de matière dans l'Univers, correspondant à $\Omega_m^U \simeq 0,3$, qui ne pourrait pas être entièrement baryonique.

Chapitre 2 : L'effet de lentille gravitationnelle

Un exposé du phénomène de microlentille gravitationnelle, sur lequel se fonde la méthode utilisée par les collaborations comme AGAPE pour détecter l'éventuelle présence de matière noire baryonique galactique sous forme de MACHOs (*Massive Compact Halo Objects*, un des candidats possibles à la matière noire) dans le halo de notre galaxie et dans celui d'une galaxie lointaine, M31. Ce phénomène physique de microlentille gravitationnelle, prévu par la Relativité Générale, se manifeste par une amplification de la luminosité apparente d'une étoile lorsqu'un MACHO (lentille) s'approche de la ligne de visée entre l'observateur et l'astre (source). En fait, c'est la courbe de lumière de l'étoile qui présente une variation, caractéristique du phénomène, dans le cas d'une telle amplification. La forme théorique de la courbe de lumière est appelée « courbe de Paczyński », en

ⁱ Ω_m est la densité de matière ρ_m dans l'Univers, normalisée à la densité critique ρ_c qui marque la frontière entre un Univers ouvert et fermé, i.e. $\Omega_m \equiv \frac{\rho_m}{\rho_c}$.

l'honneur de celui qui a initié ce type de recherche.

Les résultats récents sur de telles recherches vers le LMC et le SMC (Grand et Petit Nuage de Magellan), menées par les équipes EROS et MACHO, sont présentés. Les deux collaborations ont des résultats compatibles : ils détectent des lentilles, mais pas sous la forme attendue qui était celle de « naines brunes », astres trop peu massifs pour briller dans le visible. De plus, les conclusions diffèrent : MACHO conclut à l'existence de MACHOs de $\sim 0,2 M_{\odot}$ qui composeraient $\sim 20\%$ de la masse du halo galactique, alors que pour EROS cela n'est qu'une limite supérieure et les résultats sont compatibles avec une absence de MACHOs.

Chapitre 3 : La méthode expérimentale

Donne une description précise des observations effectuées par AGAPE au Pic du Midi entre 1994 et 1996. Elles se résument à des images de la partie centrale de la galaxie M31 divisée en 6 zones d'étude de $4' \times 4'$ environ, les champs A à F, avec une caméra CCD. J'énumère les atouts offerts par l'observation de la galaxie M31, située à ~ 725 kpc, en comparaison de ceux des observations habituelles sur des cibles plus proches comme les Nuages de Magellan (observés par EROS et MACHO), situés à ~ 50 kpc : autre direction de sondage du halo de notre galaxie, possibilité de couvrir l'ensemble de la galaxie M31 en quelques images, et cartographie de l'ensemble de cette dernière.

L'observation de M31 a nécessité le développement d'une méthode originale utilisée par AGAPE, dite « méthode des pixels », qui se base sur la courbe de lumière de chaque pixel composant une image de la galaxie M31, et non simplement des étoiles « résolues », qui de toute façon sont présentes en très petit nombre sur les clichés de M31 en raison de son éloignement important. Dans chaque pixel nous surveillons en réalité un très grand nombre d'étoiles, bien plus important que le nombre d'étoiles suivies par d'autres équipes qui utilisent la méthode classique. En effet, la taille angulaire d'un pixel est de 0,3 arcsec du ciel, ce qui, à la distance de la galaxie M31, correspond à environ 10 étoiles susceptibles d'être détectées par AGAPE, avec $\sim 10^6$ pixels par image. Ces 10 étoiles ne sont bien-entendu pas résolues, mais avec une amplification suffisante, une d'entre elles peut devenir dominante sur ses voisines et ainsi conduire à une augmentation significative du flux dans le pixel ; cette augmentation se reflétera sur la courbe de lumière du pixel. J'évalue le gain statistique de la méthode des pixels sur la méthode de suivi d'étoiles résolues.

Pour construire nos courbes de lumière, nous analysons le flux contenu dans des « superpixels », pavé de 7×7 pixels, qui permettent de réduire en partie les effets atmosphériques néfastes qui étalent les signaux, et conduisent ainsi à une plus grande stabilité des courbes, i.e. $\sim 0,3\%$. Je montre par ailleurs, au travers de simulations, que la méthode que nous utilisons ne nous rend théoriquement sensibles qu'à des magnitudes du signal inférieures à $\sim 22,7$, ce qui me permet de donner des limites sur l'amplification nécessaire pour un certain type d'étoiles source. De plus, toujours avec des simulations, je donne une expression pour la magnitude limite des signaux « morphoprésents », c'est à dire visibles sur les images et pas simplement sur les courbes de lumière, ce qui complète la précédente limite.

Je finis en décrivant le travail de pré-traitement des données, avec l'alignement géométrique des images qui utilise les positions d'étoiles résolues, qui conduit à une précision de l'ordre de 0,3 pixel ;

puis la technique statistique très efficace employée pour aligner photométriquement les images entre elles et ainsi corriger les effets de variation d'absorption et de fond de ciel (Lune), étape nécessaire pour pouvoir construire des courbes de lumière qui ont un sens.

Chapitre 4 : Le traitement des courbes de lumière

Analyse détaillée du traitement des données indispensable pour réduire la dispersion des points sur les courbes de lumière et permettre un travail de sélection des courbes intéressantes. Cette dispersion est principalement due aux variations de *seeing*, qui est une mesure de l'étalement des signaux engendré par l'action de l'atmosphère sur l'image des sources ponctuelles que sont les étoiles et autres objets. Je décris la méthode empirique que nous avons développée afin de stabiliser les effets de variation de flux dans les superpixels dus au *seeing*, ce qui revient à faire en sorte que toutes les images soient ramenées à un même *seeing*. Cette méthode se fonde sur l'écart, dans un superpixel, entre le flux mesuré et le médian, ce dernier étant obtenu par application d'un filtre médian sur l'image (qui enlève les variations de flux à haute fréquence spatiale de type objet stellaire résolu). Des exemples et des analyses statistiques montrent la grande qualité de cette stabilisation. Je propose aussi un cadre formel qui permet de comprendre le fondement de cette méthode empirique, et par là même de mieux la justifier et de l'améliorer. J'aborde ensuite le rôle du *seeing* sur le médian (qui ne doit pas être influencé par le *seeing*, car autrement notre référence pour la stabilisation de *seeing*, fluctuerait avec ce dernier, ce qui n'est pas acceptable), et mes simulations sont l'occasion d'optimiser le calcul de ce dernier.

Par ailleurs, des phénomènes appelés « cosmiques » polluent nos courbes de lumière en augmentant brutalement le flux de certains pixels. Je décris la méthode de détection de pics combinée à une reconnaissance de forme qui nous permet d'éliminer les courbes problématiques. Une petite étude statistique nous donne confiance dans la qualité de cette méthode de traque des cosmiques.

J'explique ensuite comment nous estimons les erreurs sur les points de chacune des courbes de lumière. Intervient alors le théorème ergodique qui justifie notre approche fondée sur l'étude de la dispersion de la distribution résultant de la différence standardisée entre les flux des superpixels de deux images. Je donne une expression générale de l'erreur statistique.

Je termine par une analyse des questions liées à l'ajustement d'une courbe théorique sur les courbes de lumière retenues comme pouvant être le siège d'un événement de microlentille gravitationnelle ; la méthode des pixels conduit à une forme dégénérée des courbes de lumière, ce qui nous empêche d'accéder directement à tous les paramètres physiques fondamentaux du phénomène. J'illustre ce phénomène par une simulation au travers de laquelle je montre aussi, par l'étude des « nappes de convergence », que les faibles valeurs parfois obtenues pour le χ^2 correspondent à des faux minima. Cependant, il existe d'autres méthodes, statistiques, qui permettent de remonter aux paramètres fondamentaux, et celles-ci seront appliquées dans le chapitre 6 où j'interprète les résultats d'AGAPE.

Chapitre 5 : Caractérisation du signal recherché

Description exhaustive des étapes de sélection des courbes de lumière intéressantes parmi les millions que l'on obtient après traitement des images ; la très grande quantité de courbes à analyser rend indispensable un traitement automatisé. La sélection qui s'applique sur les courbes de lumière après qu'ont été effectués le pré-traitement (chapitre 3) et le traitement (chapitre 4) est constituée de trois étapes fondamentales que sont la recherche de bosses statistiquement significatives^j, la sélection parmi les superpixels retenus de ceux dont la courbe de lumière ont les variations les plus intéressantes^k, le test de compatibilité avec la forme théorique qu'est la courbe de Paczyński. Cela nécessite, entre autres, de définir algorithmiquement ce qu'est une bosse, de nous appuyer sur les simulations Monte-Carlo (décrites par la suite) pour donner des limites à certaines caractéristiques des courbes de lumière, de définir un seuil de « morphoprésence » (chapitre 3), et d'élaborer des tests de « qualité d'ajustement ». Pour ce dernier point, je m'appuie sur l'étude du χ^2 de l'ajustement ainsi que sur un critère, encore peu utilisé dans la communauté, le « critère de Durbin-Watson ». Ce critère est très populaire chez les statisticiens, et il s'agit de vérifier l'hypothèse fondamentale de corrélation éventuelle entre les résidus de l'ajustement : si les résidus sont toujours positifs, ou alternent des séries positives et négatives, cela traduit un comportement non gaussien des résidus, et le modèle théorique ne s'applique donc pas à la courbe de lumière en question, ce qui permet de la rejeter.

Après une considération sur la nécessité de ne pas utiliser trop de critères de sélection, vient la simulation Monte-Carlo, que nous avons développée afin de nous donner des prédictions sur le nombre d'événements attendus ainsi que sur les caractéristiques des candidats attendus. Cette simulation prend en compte toutes nos connaissances du problème, aussi bien au niveau des conditions d'observation que de la structure des halos et de la galaxie M31. Pour la palette des paramètres physiques envisageables concernant la lentille et la source, nous pouvons nous attendre à ~ 5 événements sur nos trois années d'observation pour un halo composé à 100% de MACHOs. Les caractéristiques des événements attendus sont présentées sous forme de graphiques, et nous voyons par exemple la grande influence de l'échantillonnage des données, qui donne en gros une limite inférieure et supérieure respectivement de 10 et 100 jours à la durée des événements détectables. Les résultats de la simulation sont notamment cohérents avec les limites sur la magnitude détectable donnée au chapitre 3. Nous sommes maintenant prêts à aborder les résultats de cette analyse des données.

Chapitre 6 : Résultats de l'analyse

Donne les résultats de l'analyse qui applique les critères de sélection décrits au début du chapitre 5. Les étoiles variables pulsantes contribuent au fond des événements détectés par AGAPE, car l'échantillonnage ne permet pas toujours de détecter les répétitions. L'analyse des données acquises sur le télescope TBL au Pic du Midi dévoile un total de 16 candidats compatibles avec un événement de microlentille gravitationnelle, dont 7 sur les champs A à D et 9 sur les champs E à F,

^jQui nous sélectionne des superpixels, car à chaque courbe de lumière correspond un superpixel et réciproquement.

^kComme il y a un superpixel par pixel, si un superpixel a une courbe de lumière intéressante, les superpixels voisins vont aussi avoir une courbe de lumière intéressante, et il convient, parmi les groupes de pixels sélectionnés (*clusters*), de trouver celui qui est le véritable siège de l'amplification observée.

cette distinction entre deux ensembles de champs étant justifiée par la différence qualitative des données : un meilleur échantillonnage pour le premier ensemble comparé au second. Un candidat, baptisé « Z1 », est aussi détecté sur le champ Z qui est un champ de calibration. Nous avons pu rechercher l'étoile source de cet événement sur une image tirée des archives du télescope spatial Hubble, et nous avons trouver une candidate satisfaisante. cela nous permet de donner certains des paramètres physiques fondamentaux intéressants, et on montre ainsi que cet événement très court est probablement un effet de microlentille, peut-être dû à une source ou lentille binaire.

Je montre la sensibilité de la méthode des pixels en m'appuyant sur certaines courbes de lumière des candidats : l'étude des différences d'image entre l'instant du maximum d'amplification et un instant loin du maximum montre que les amplifications détectées peuvent être très faibles, et pratiquement impossibles à détecter par des méthodes de recherche spatiale des objets (technique de différence d'image). C'est la force de notre méthode d'analyse fondée sur la forme des courbes de lumière (forme temporelle) de superpixels que de pouvoir détecter de très petites amplifications ; cela est à mettre en parallèle avec l'étude de la magnitude limite détectable exposée au chapitre 3.

L'utilisation des données acquises en 1998 sur le télescope MDM à Kitt Peak, Arizona, et déjà analysées permet de tester certains des candidats dont on peut prolonger la courbe de lumière et ainsi tester l'existence d'éventuelles répétitions de variations significatives de flux (ce qui indique que c'est une étoile variable pulsante). L'application de ce critère permet ainsi de tester 10 candidats parmi lesquels 8 sont rejetés, et il reste donc 6 candidats à tester dans un avenir proche sur les données MDM.

Par ailleurs, une comparaison des distributions des paramètres d'ajustement (de la courbe théorique d'amplification engendrée par un effet de microlentille gravitationnelle sur les courbes de lumière des candidats) avec les distributions issues des simulations Monte-Carlo décrites dans le chapitre 5 permet de justifier une coupure supplémentaire sur la durée des événements : on s'attend à ce que la plupart des événements aient une durée caractéristique inférieure à ~ 45 jours. Cette coupure conserve, après le test MDM, 4 candidats, dont 3 font partie des candidats qui n'ont pu encore être testés sur les données MDM. L'événement Z1, qui fait partie de ce lot de 4 candidats, a pu être testé sur les données MDM, et est donc celui auquel nous accordons le plus confiance.

L'application de certains résultats du chapitre 3 quant-à la magnitude limite détectable permet de faire une analyse des valeurs probables des paramètres physiques fondamentaux relatifs aux candidats retenus, et je montre que les masses des lentilles, qui interviennent dans les candidats à l'effet de microlentille que nous avons retenus, satisfont $M_{\text{lentille}} > 0,2 \times M_{\odot}$ ce qui conduit à penser que nos événements sont probablement dus à des effets de microlentille d'une étoile du bulbe sur une autre. Si on accepte ce résultat, alors AGAPE n'a pas détecté de MACHO, et en tous cas la limite sur les masses que nous trouvons est compatible avec les résultats d'EROS : nous n'avons pas de signal pour l'existence de MACHOs dans le halo de notre galaxie ou de M31.

Néanmoins, nous n'aurons une réponse fiable quant à la contribution des MACHOs à la matière noire galactique qu'après avoir effectué l'analyse d'images couvrant une plus grande portion de M31. C'est ce qui nous a conduit à poursuivre notre travail d'observation pour la recherche de MACHOs sur d'autres télescopes. AGAPE a en effet terminé les observations sur le TBL du Pic du Midi, et les résultats que j'ai décrits dans ce chapitre nous ont permis de démontrer la validité et l'intérêt de la méthode (grâce notamment à la preuve de sa sensibilité au type d'événements recherchés), et donc de justifier une demande d'accès à des télescopes dotés de CCD qui couvrent

un plus grand champ. C'est ainsi que les données MDM sont acquises depuis 1998 (poursuivies en 1999 et 2000), et que nous avons commencé une collaboration POINT-AGAPE en 1999 qui travaille sur les données prises sur le télescope INT des Îles Canaries, où la CCD permet, en deux images, de couvrir l'ensemble de M31, soit 10 fois plus que sur le TBL. Les outils développés au sein d'AGAPE sont maintenant employés pour l'analyse de ces données d'excellente qualité.

Chapitre 1

Le cadre physique

L'étude de la matière noire se situe dans un cadre plus large, celui de la *cosmologie*, science qui a pour objet l'étude de l'Univers dans son ensemble, de ses propriétés spatiales et de son évolution. Au sein de la cosmologie, la *cosmologie observationnelle* ou *Cosmob*^a, regroupe la théorie et l'approche observationnelle qui convient pour la confrontation avec la réalité. La Cosmob traduit ce besoin de dialogue permanent entre théorie et observations dans la cosmologie, science qui pose des questions très complexes, car situées à des échelles qui sont à la limite de notre portée observationnelle^b. Une de ces questions concerne le « côté sombre » de notre Univers, directement relié à son évolution...

Nous verrons comment est née l'idée d'un Univers en expansion, et de là une question : comment prévoir l'avenir de cette expansion ? Pour répondre à cette interrogation, nous montrerons que le lien entre matière et espace-temps exprimée par la Relativité Générale nous entraîne à considérer la répartition de matière au sein de l'Univers ; en effet, la densité de matière est en prise directe avec l'expansion. Les mesures de cette densité conduisent à penser que la majeure partie de la matière composant l'Univers n'est pas de nature stellaire, ce qui revient à dire qu'elle n'émet pas de rayonnement dans le visible. Se pose alors la question de la nature de cette substance non-stellaire.

Dans cette thèse, menée au sein de la collaboration AGAPE, je soutiens l'idée que les MACHOs, des objets compacts de type étoile morte, et en particulier un de leurs représentant, la naine brune, sont des candidats probables à la nature de cette matière sombre au niveau galactique. En parallèle, je montre comment mon travail d'analyse des données prouve que la méthode originale d'analyse développée par AGAPE, la « méthode des pixels », est extrêmement efficace dans cette recherche observationnelle des MACHOs, et qu'il serait profitable de généraliser son usage dans les autres équipes de cosmob qui effectuent des observations astronomiques dans le même but qu'AGAPE.

Ce chapitre est une introduction aux concepts et méthodes scientifiques qui motivent la quête de la nature de la matière noire et la rendent possible. Il aborde de façon synthétique les outils scientifiques nécessaires à la compréhension physique des mécanismes qui interviennent dans la définition et l'observation de cette masse manquante :

« Car il n'est pas possible de connaître la masse accumulée par l'étude persévérante de

^aJ'ai choisi ce nom qui m'a séduit par sa parenté avec « cosmos ».

^bEn termes d'échelle de distances, la Terre est à l'Univers ce que l'atome est à la Terre.

l'univers, si l'on n'est pas capable tout à la fois d'embrasser par l'esprit, au moyen de formules brèves, les détails explorés avec soin. »

[Epicure, par. 36]

L'annexe A montre comment la thématique de la matière invisible peut jouer le rôle d'un fil d'Ariane à travers les dédales de la pensée humaine depuis l'antiquité, et fournit un socle « philosophique » à l'exposé.

1.1 L'Univers formalisable

« Can we actually ' know ' the Universe ? My God, it is hard enough finding your way around Chinatown. »

Woody Allen

1.1.1 Le principe cosmologique

Afin de simplifier la description de l'Univers, il est utile de faire deux hypothèses concernant sa structure : premièrement, il est *homogène*, ce qui signifie que les conditions physiques, densité et température par exemple, sont partout les mêmes, c'est l'invariance par translation. Deuxièmement, il est *isotrope*, ce qui signifie que toutes les directions sont semblables en apparence, c'est l'invariance par rotation. Ces simplifications ne sont valables que dans le cadre d'une vision globale, sur une grande échelle, de l'Univers : localement, on s'attend à ce que ces deux simplifications ne soient pas avérées. Ces deux hypothèses quant-à notre Univers ne sont pas équivalentes, et l'une n'implique pas l'autre. Par ailleurs, l'homogénéité est ici entendue au sens spatial et non temporel ; en effet, un Univers homogène dans le temps, qui n'évolue pas dans le temps, d'où l'appellation de *steady-state Universe*, cf. [Hoyle, Burbidge & Narlikar], ne rend pas bien compte de ce que nous observons.

Afin de confirmer l'homogénéité, il faudrait par exemple mesurer la position et la vitesse des galaxies dans un très grand volume, et vérifier qu'il n'y a pas de différence notable dans le volume. Mais comme la vitesse de la lumière est finie, l'observation de galaxies éloignées implique des temps reculés, et il faudrait prendre en compte des effets d'évolution. Il semble plus aisé de vérifier l'isotropie : compter les objets tels les galaxies et quasars par unité d'angle solide en différentes directions. En utilisant le rayonnement CMB, il est possible de mesurer l'énergie et le nombre des photons issus du rayonnement du corps noir à 3 K qui nous arrivent de différentes directions : cela conduit à une isotropie meilleure que 10^{-5} . A ce sujet, je rappellerai l'annonce de la découverte de la *biréfringence de l'Univers*, cf. [Nodland Ralston] : le plan de polarisation des ondes radio émises par le rayonnement des galaxies synchrotron subirait une rotation dépendant de la direction d'observation, et s'ajoutant à la rotation de Faraday. Cela traduirait l'existence d'une anisotropie électromagnétique de l'Univers, mettant en défaut notre première hypothèse simplificatrice. Néanmoins, d'autres analystes démentent l'existence d'un tel effet au travers d'observations probantes, cf. [Wardle, Perley Cohen]. L'isotropie m'apparaît donc comme solidement vérifiée. Si nous acceptons ce fait, il est maintenant possible d'inclure l'homogénéité, difficile, comme on l'a déjà vu, à vérifier observationnellement, en invoquant un principe dit *principe cosmologique* ou *principe*

Copernicien ou *principe de modestie cosmique*. Il dit en substance qu'il n'y a aucune raison pour que notre position dans l'espace soit privilégiée. Ainsi, l'isotropie autour de nous implique l'isotropie autour de tous les autres points dans l'Univers, ce qui implique l'homogénéité ; en effet, il est possible de démontrer mathématiquement que la parfaite isotropie autour d'au moins trois points dans l'espace implique l'homogénéité dans un espace-temps à quatre dimensions.

1.1.2 L'équation de Friedman

Dans l'hypothèse raisonnable d'un Univers isotrope et, vérifiant le principe cosmologique, homogène, il convient de voir quelles sont les structures géométriques de l'espace-temps qui sont alors compatibles. Il s'avère que toutes les structures d'espace-temps homogènes et isotropes peuvent être décrites par la métrique de Robertson-Walker, dont la dynamique est déterminée par les équations d'Einstein. L'une des équations est celle de Friedman, d'où la dénomination de « modèle FRW » qui regroupe la métrique et les équations qui prévalent,

$$H^2(t) = \frac{8\pi G\rho_m(t)}{3} - \frac{kc^2}{a^2(t)} + \frac{\Lambda c^2}{3} \quad (1.1)$$

avec

$$H \equiv \frac{\dot{a}}{a} \quad (1.2)$$

où a est le facteur d'échelle, ρ_m la densité moyenne de matière^a, G la constante de gravitation universelle, k le terme de courbure de l'Univers et Λ la constante cosmologique dont l'interprétation physique est malaisée, mais qui est liée à la courbure de l'espace vide. En divisant chaque membre de cette équations par H^2 , nous obtenons

$$\frac{\equiv \Omega(t)}{\Omega_m(t) + \Omega_\Lambda(t) + \Omega_k(t)} = 1 \quad (1.3)$$

avec

$$\Omega_m(t) = \frac{8\pi G\rho_m(t)}{3H^2(t)} \equiv \frac{\rho_m(t)}{\rho_c(t)} \quad \Omega_\Lambda(t) = \frac{\Lambda c^2}{3H^2(t)} \quad \Omega_k(t) = -\frac{kc^2}{a^2(t)H^2(t)} \quad (1.4)$$

où

$$\rho_c(t) \equiv \frac{3H^2(t)}{8\pi G} \simeq 10^{-29} \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3} \quad (1.5)$$

^aNous avons négligé la densité de rayonnement, ce qui apparaît comme une bonne approximation aujourd'hui, cf. [Peacock, page 77].

k	Géométrie de l'Univers (avec $\Lambda = 0$)
-1	Ouvert (expansion perpétuelle), <i>Big Chill</i> .
0	Plat (expansion tend asymptotiquement vers 0), <i>Big Chill</i> .
1	Fermé (expansion sera suivie d'une contraction jusqu'au <i>Big Crunch</i>).

TAB. 1.1 – La valeur de k dans l'équation (1.1) définit la géométrie de l'Univers. La connaissance de Ω_m et Ω_Λ établit des contraintes sur la valeur de Ω_k et ainsi sur k .

est la *densité critique*. Par ailleurs, nous noterons par analogie avec ρ_m que

$$\Omega_\Lambda(t) = \frac{8\pi G\rho_v(t)}{3H^2(t)} \quad (1.6)$$

où ρ_v est la « densité du vide ». Pour alléger les notations, la variation avec le temps t ne sera pas toujours explicitée, mais il convient de la garder à l'esprit.

C'est la valeur de k qui définit la géométrie de l'Univers, comme indiqué dans le tableau (1.1). Il faut néanmoins nuancer ce rôle de k sur la dynamique de l'Univers, car la présence d'une constante cosmologique non nulle peut conduire à un Univers fermé, mais néanmoins en expansion perpétuelle, cf. équations (1.1) et (1.2). Nous reviendrons sur ce point dans la section 1.2.

Pour un Univers plat, nous avons $k = 0$ et donc $\Omega_m + \Omega_\Lambda = 1$. Dans le modèle d'Univers très simple d'Einstein-de Sitter, la constante cosmologique Λ est nulle, et ainsi $\Omega_m = 1$. On voit ici tout l'intérêt du paramètre Ω_m , qui, directement lié à des quantités mesurables $\rho_m, H_0 \equiv H(t = \text{aujourd'hui} \equiv t_0)$ et la constante de gravitation universelle G , permet, sous certaines hypothèses, de savoir si l'Univers est ouvert ou fermé ; en effet, on voit par exemple que si la mesure de ρ_m implique une valeur de Ω_m inférieure à l'unité, i.e. $\rho_m < \rho_c$, alors le modèle d'Einstein-de Sitter décrit plus haut est invalidé. De plus, si la constante cosmologique Λ est nulle, il nous faut alors introduire une courbure positive, i.e. $k = 1$, afin de respecter la relation (1.3), autrement dit que l'Univers est ouvert, en expansion perpétuelle.

Connaître l'avenir de l'expansion universelle implique donc de mesurer le paramètre Ω_m , et ainsi de pouvoir comparer la densité actuelle ρ_m avec la densité critique ρ_c , critique en ce sens que cette valeur délimite la frontière entre un Univers ouvert et fermé, dans le cas restreint du modèle d'Einstein-de Sitter.

Il est utile de remarquer ici que les observations menées à notre époque nous renseignent sur les valeurs des paramètres *aujourd'hui*, mais étant donnée la relation (1.3), cela nous renseigne tout de même sur k qui lui ne change pas. Ainsi, nous parlerons parfois de H_0 comme la valeur de la constante de Hubble aujourd'hui, et cette notion doit-être étendue aux autres paramètres : quand nous donnerons des informations quantitatives sur les différents paramètres, il faudra garder à l'esprit non seulement que ce sont les valeurs d'aujourd'hui, mais aussi que cette temporalité n'amoindrit pas la portée de ce qu'on en déduit quant à la géométrie de l'Univers.

1.1.3 L'expansion de l'Univers

Histoire d'un concept^b

Au début de ce siècle, il n'est question ni d'Univers en expansion, ni d'autres galaxies que la nôtre. Entre 1915 et 1930, la conjonction de réflexions théoriques sur les modèles d'univers relativistes et d'observations nouvelles sur les étoiles lointaines imposa peu à peu, non sans peine, l'idée que l'Univers est animé d'une dynamique interne mesurable. De grands noms jalonnent cette aventure : W. de Sitter, A. S. Eddington, G. Lemaître, E. Hubble et d'autres encore.

La spectroscopie stellaire est née au début du XIX^e siècle avec l'observation par l'allemand Joseph von Fraunhofer de raies sombres dans le spectre du Soleil. Cette technique a permis de déterminer la composition chimique des astres, ou du moins de leur couche extérieure, par l'observation de raies d'absorption dans le spectre de rayonnement continu émis par l'étoile. Les raies constatées dans le spectre des étoiles, des amas globulaires et des nébuleuses sont décalées soit vers le rouge, soit vers le bleu^c, faiblement pour les étoiles, davantage pour certaines nébuleuses. En interprétant ce décalage comme dû à l'effet Doppler, on obtient une mesure de la vitesse d'éloignement de l'astre, sa vitesse radiale, et cette méthode donne des résultats très précis. La méthode de calcul de la vitesse angulaire (appelée « mouvement propre »), se base sur le changement de position de l'astre sur la sphère céleste^d, mais est bien moins précise dans ses résultats.

L'Univers en mouvement Armé de cette méthode de calcul de la vitesse par effet Doppler, on s'attaqua à la mesure des vitesses de différents objets célestes, notamment les « nébuleuses spirales » récemment découvertes. L'américain Vesto Slipher découvrit que ces objets ont parfois des vitesses bien supérieures à la moyenne des vitesses stellaires. Un grand débat est alors initié : comment expliquer ce phénomène ?

Le contexte de ce débat acquiert une plus grande clarté si l'on se souvient que A. Einstein était à la même époque motivé par la recherche d'une théorie pouvant rendre-compte de la totalité du monde ; il était en quête d'une véritable « cosmo-logie », et cela le conduisit à la formulation de sa Relativité Générale en 1915. Il s'agissait pour lui de résoudre le problème des limites de l'Univers. La physique newtonienne est en effet incapable de rendre-compte d'un Univers infini et homogène. Einstein, lui, se satisfaisait d'un modèle d'Univers spatialement fermé, et donc une courbure impliquant une quantité de matière finie mais non bornée. Dans le cadre de la Relativité Générale, Willem de Sitter, motivé par la symétrie du modèle relativiste, donne au temps le même statut que chacune des dimensions spatiales, et arrive ainsi à une solution des équations traduisant un univers vide de matière : une symétrie sphérique spatio-temporelle, alors qu'Einstein n'acceptait pas d'aller plus loin qu'une symétrie sphérique purement spatiale.

^bJe m'appuie ici en partie sur un article de [Vilain]. Voir aussi l'ouvrage de [Luminet] qui propose une sélection de textes fondateurs. Pour d'autres papiers scientifiques, voir [Einstein].

^cLe décalage s'observe par rapport à ce qui est observé sur Terre. Les éléments chimiques ont des raies d'absorption caractéristiques à certaines longueurs d'onde, et pour les étoiles notamment, on reconnaît la forme des raies, mais leur longueur d'onde change par rapport à ce qui est connu sur terre.

^dOn considère un fond d'étoiles tenues pour « fixes » et on observe le mouvement de l'astre sur cette toile de fond.

Vers un Univers en évolution Mais dans les modèles d'Einstein-de Sitter, la géométrie de l'Univers n'évolue pas au cours du temps. Cependant, de Sitter avait montré qu'une particule, dans son modèle d'Univers, devait obligatoirement acquérir une accélération à partir d'un repos initial. En parallèle, Eddington écrit en 1923 que les objets célestes se comportent « comme si » ils s'éloignaient de nous à grande vitesse. Il savait que les raies spectrales d'un objet lointain de coordonnées fixées dans le modèle de de Sitter sont décalées vers le rouge, et qu'un tel objet est accéléré. Mais bien que les décalages observés puissent toujours s'exprimer en terme de vitesse, il se refuse à en expliquer la cause par un simple effet Doppler relativiste. Cette hésitation d'Eddington illustre toute la difficulté de l'interprétation de ce phénomène en cosmologie.

L'allemand Ludwig Silberstein calcule dès 1924 une formule du décalage spectral attendu pour un objet situé à une distance donnée, en fonction de la géométrie du modèle, c'est-à-dire de sa courbure. Il utilise alors les données expérimentales de Shapley qui avait mesuré les vitesses radiales d'amas globulaires. La théorie prédisait une certaine corrélation entre le décalage en fonction et la distance, mais ceci n'apparaît pas dans les données de Shapley. Ce qu'il est important de retenir ici, c'est qu'on a ensuite expliqué cette absence par le fait que les vitesses mesurées par Shapley étaient des « vraies » vitesses, au sens qu'il s'agissait de mouvement induit par l'attraction gravitationnelle entre les corps^e, et non une vitesse provenant du phénomène même de l'expansion, c'est à dire due à la courbure spatio-temporelle. Il est remarquable qu'on parle alors de « phénomène réel » par opposition à celui qui proviendrait de la courbure, et que l'on signale que ce décalage du modèle de de Sitter serait abusivement interprété comme une vitesse de récession. Pour bien comprendre la différence entre ces deux idées associées à la vitesse d'expansion, il faut savoir que dans le modèle d'Univers de Lemaître, c'est l'espace lui-même qui se dilate. Prenons un ballon gonflable sur lequel nous avons pris soin de dessiner des points avec un marqueur. Alors, en gonflant le ballon (c'est ainsi que l'on représente la « dilatation » de l'espace), on voit que les points dessinés se séparent l'un de l'autre avec une certaine vitesse qui dépend de la vitesse de gonflage. Il y a donc une expansion universelle, qui déplace les spectres, ainsi qu'une « vitesse propre » qui traduit le mouvement des objets célestes qui se produit indépendamment de l'expansion, et qui n'est en fait qu'une « agitation ».

Vérification observationnelle Afin de vérifier ces idées sur les vitesses de récession, il fallait passer à la phase expérimentale et vérifier, sur de véritables galaxies, si le phénomène pouvait être mesuré. C'est en 1929, au mont Palomar, qu'Edwin Hubble^f confirme par l'observation la relation tant attendue entre la vitesse de récession des galaxies et leur distance qui les sépare de nous. La notion d'Univers en expansion s'impose peu à peu. Dans le journal de la Royal Society, à Londres, entre 1930 et 1932, on voit l'expression « Univers en expansion » s'imposer dans le texte, puis dans le titre des articles. Einstein doit se rendre à l'évidence : il lui faut renoncer à son Univers immobile et éternel. Une conception révolutionnaire de l'Univers avait trouvé une confirmation expérimentale.

Eddington s'interrogea sur la réalité de cette expansion qui se réalisait, selon les données de l'époque,

^eCette vitesse est modélisée par des fonctions de distribution de vitesses aléatoires. Il s'agit donc d'une sorte d'agitation, qui n'a rien à voir avec le phénomène d'expansion.

^fL'existence de galaxies extérieures à la nôtre avait été définitivement établie en 1924 par Edwin Hubble, un Américain travaillant sur le télescope du Mont Wilson. Ces galaxies ont des vitesses de récession qui produisent le décalage observé dans les spectres.

à $528 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{kpc}^{-1}$. Nous avons vu que cette expansion étirait la fabrique même de l'Univers (cf. le ballon), ce qui poussa Eddington à se demander s'il était toujours possible de définir un étalon de mesure ; il supposa que ce dernier devait être la taille de l'Univers lui-même. Lemaître, au contraire d'Eddington, n'avait aucun problème avec cette expansion, et il fût le premier à extrapoler cette expansion jusqu'à son commencement logique, ce dont il rendit compte en 1931 dans la *Revue des Questions Scientifiques* sous le titre *L'Expansion dans l'Espace* :

« L'évolution du monde peut être comparée à un feu d'artifice qui vient de se terminer. Quelques mèches rouges, cendres et fumées. Debout sur une escarille mieux refroidie, nous voyons s'éteindre doucement les soleils et cherchons à reconstituer l'éclat perdu de la formation des mondes. [...] L'expansion s'est faite en trois phases : une première période d'expansion rapide où l'atome-univers s'est brisé en atomes-étoiles, une période de ralentissement, suivie d'une troisième période d'expansion accélérée. C'est sans doute à cette troisième période que nous nous trouvons maintenant. »

Lemaître supposa même que les rayons cosmiques étaient les traces laissés par cette première phase de l'Univers.

Deux étapes majeures dans l'évolution des idées concernant la nature de l'Univers sont à retenir, avec à chaque fois Edwin Hubble comme acteur principal :

- la nature extra-galactique des « nébuleuses » en 1924 qui mit une touche finale à la représentation de l'Humanité perdue dans un Univers aux dimensions inimaginables ;
- la proportionnalité entre le décalage spectral et la distance établie en 1929 et conduisant à une vision de l'Univers en expansion, et dont la structure évolue^g ;

Ce dernier point se vit très largement confirmé par la découverte du rayonnement thermique du fond cosmique à 3K en 1964 par A. Penzias et R. Wilson^h, ce qui confirma que l'extrapolation de cette expansion vers le Big Bangⁱ était valable. Ces deux étapes renferment une puissance conceptuelle extraordinaire.

Impact conceptuel D'abord, si on considère les échelles en jeu, la Terre est à l'Univers ce que l'atome est à la Terre. Nous rejoignons la pensée de certains philosophes de l'Antiquité, comme Anaximandre, pour qui l'Univers était infini. L'apport du XX^e siècle, c'est d'avoir prouvé cette quasi-infinitude. La poésie scientifique des anciens se trouve confirmée.

Ensuite, l'Univers est en mouvement. Non seulement il a des dimensions qui rendent l'Humanité insignifiante, mais en plus il se développe dans le temps. J'ai cette image d'un étalement de la forme à la fois dans l'espace et dans le temps. Les échelles de temps sont, comparées à l'Humanité, aussi considérables que les échelles de distance.

Pour terminer, cet Univers qui se développe, qui change, a un début, le *Big Bang*. Encore une fois,

^gA ce sujet, [Luminet] décrit les relations entre les observations et les modèles théoriques de l'époque.

^hC'est en mettant au point un système ultra-sensible de détection de micro-ondes qu'ils découvrirent par hasard, dans les Laboratoires Bell du New Jersey, ce rayonnement prédit par G. Gamow en 1940, ce qui leur valut le prix Nobel en 1978.

ⁱPartisan de la théorie de l'état stationnaire, l'Anglo-Saxon Fred Hoyle choisit ce qualificatif en 1950, lors d'une émission de radio à la BBC : il pensait que ce terme était péjoratif et disgracieux pour l'oreille...

cette idée d'un début se trouvait déjà dans la philosophie stoïcienne par exemple, mais il s'agit seulement d'une analogie de forme, car les concepts qui interviennent, à savoir un début à la fois du temps et de l'espace, ne sauraient trouver leur place dans cette ancienne pensée. H. More, cité par A. Koyré, explique que

« Il me semble en outre digne de remarquer que ceux des philosophes qui firent le monde fini, tels Platon, Aristote et les Stoïciens admettent l'existence de l'espace en dehors ou au delà du monde, tandis que ceux qui posent des mondes infinis et une matière infinie enseignent qu'il y a du vide entremêlé, même à l'intérieur du monde. »

Aujourd'hui encore, il est difficile de concevoir un début qui ne soit pas associé à la notion de temps et d'espace ; nous avons toujours le sentiment que ce début de l'Univers se situe lui-même dans un supra-temps, et que l'Univers est en expansion dans un supra-milieu. Les échelles sont aussi loin de l'entendement humain que le sont les concepts physiques associés au *Big Bang*. Lisons J. Hamburger, cf. [Hamburger] :

« Dans les deux cas, notre imagination est mise au supplice. Le miracle est que toutes ces “courbures” sont à la fois très abstraites pour nous et pourtant au moins partiellement explicatives d'observations astronomiques, que nos concepts concrets et immédiats d'espace et de temps n'expliquent pas. Ce miracle pourrait-être, à lui seul, provocateur de longues méditations sur les rapports de la pensée humaine et du monde où il vit. »

En tout cas, Lemaître avait raison : l'expansion de l'Univers n'est donc pas un simple artéfact mathématique provenant du modèle considéré, mais une réalité physique, historique. Cette découverte d'une singularité initiale est une révolution qui se doit d'être placée aux côtés de la révolution Copernicienne : c'est l'avis du philosophe Milton Munitz, qui, dans [Munitz], nous explique que la première agit dans le domaine temporel, et la seconde dans le spatial.

La mathématique de l'expansion

Cette expansion universelle est cause de la vitesse V d'éloignement des galaxies entre elles (calculée à partir du décalage vers le rouge), dite *vitesse de récession*, qui est proportionnelle à la distance séparant ces dernières,

$$V = H_0 \cdot D \quad (1.7)$$

où $H_0 = H(\text{aujourd'hui})$, cf. (1.1), est la constante de Hubble actuelle¹, et D la distance entre les deux galaxies. Cette relation (1.7) se déduit de l'équation (1.2) en se souvenant que l'interprétation par effet Doppler est inadéquate : ce qui est la cause de cette vitesse d'éloignement, c'est la variation temporelle du facteur d'échelle a introduit en 1.1.2, et non une *vitesse propre*. Mais la dynamique locale, où domine les densités locales, joue aussi un rôle, et cela s'observe par exemple dans le rapprochement de notre Galaxie d'avec la galaxie M31 d'Andromède. Cette vitesse de récession est responsable de ce qu'on a appelé le *flot de Hubble*. La mesure de H_0 est l'un des grands défis

¹ $H_0 \simeq 60 - 70 \text{ km/s/Mpc}$

de la cosmologie, et différentes méthodes sont aujourd'hui exploitées afin d'atteindre une plus grande précision, cf. [Freedman]. Nous pouvons aujourd'hui admettre que, cf. [Freedman]

$$0,67 < h < 0,73) \pm 0,07 \text{ à } 1\sigma \quad (1.8)$$

où h est défini de façon que

$$H \equiv 100 \times h \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1} \quad (1.9)$$

mais nous retiendrons aussi une autre limite sur h qui fait l'unanimité, cf. [Turner]

$$h > 0,5. \quad (1.10)$$

1.2 Nécessité de la matière noire

Dans cet Univers en expansion, une question se pose quant à la nature de la matière qui le compose : est-elle entièrement de nature baryonique^a ? Toute la matière baryonique est-elle présente sous forme lumineuse (étoiles) ? Nous allons ici passer en revue les différents éléments de réponse. Nous verrons qu'il faut distinguer le problème de la masse manquante au niveau des grandes échelles, comparable à la taille de l'Univers, et celui, plus humble, qui ne concerne que les échelles typiques des galaxies et des amas de galaxies. Les résultats relatifs à la valeur estimée des paramètres cosmologiques qui nous sont d'importance dans notre discussion sur l'existence de la matière noire sont résumés dans la figure 1.1.

1.2.1 Les motivations théoriques

Je vais d'abord donner quelques aspects théoriques qui motivent la croyance en l'existence de matière noire.

L'inflation

Dans le modèle d'Einstein-de Sitter, $\Omega_m = 1$ et $\Omega_\Lambda = 0$ dans la relation (1.3), ce qui implique que $\rho_m = \rho_c$. Ce modèle, par sa simplicité, est très en vue, mais il pose alors la question de la platitude de l'Univers. Pourquoi n'avons-nous pas un Ω_m tout petit ou au contraire très grand ? Le cas échéant, nous n'existerions pas pour en parler, car l'Univers ou bien n'aurait pas laissé le temps à la vie de se développer dans le cas $\Omega_m \gg 1$, car l'Univers se serait recontracté trop rapidement ; ou alors il n'aurait pas fourni à la vie assez de matériau de confection dans le cas $\Omega_m \ll 1$, car les fluctuations à l'origine des grandes structures n'auraient pu se développer, et donc n'auraient pu créer des environnements riches en matière. Le plus surprenant, c'est qu'on montre que cette valeur de Ω_m devait-être très précisément fixée à l'unité dès l'origine, à 10^{-60} près, et ce à cause de la grande instabilité de cette grandeur dans le temps : les petits écarts à l'unité sont très rapidement amplifiés, cf. [Peacock, page 323]. Ce même problème se pose dans le cas plus général où on prend en compte une constante cosmologique et que l'on réclame $\Omega = 1$, cf. relation (1.3).

^aLa matière ordinaire (protons, neutrons).

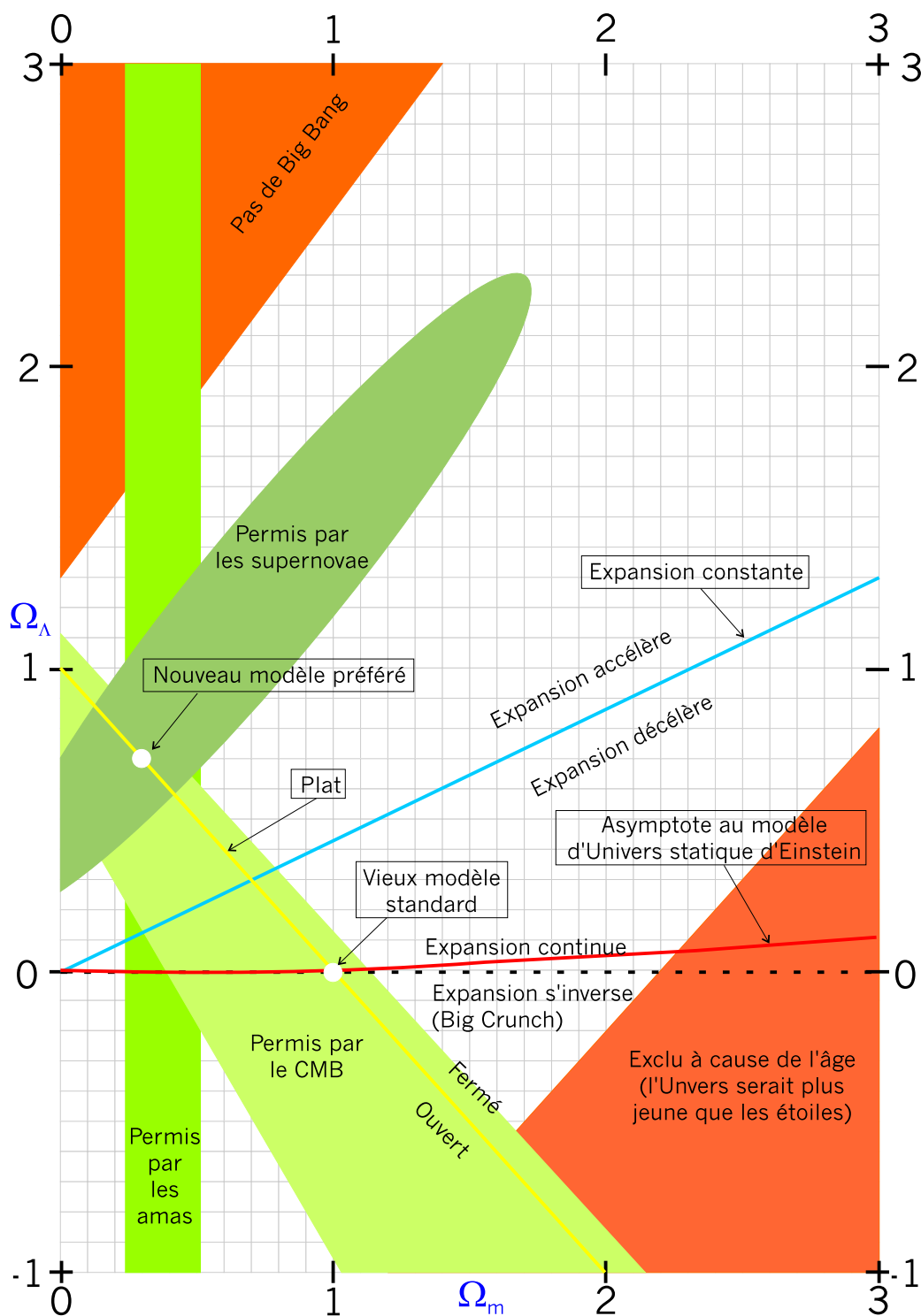


FIG. 1.1 – Cette figure, inspirée d'un article de Krauss dans Scientific American de janvier 1999, résume l'état actuel des connaissances quant-àux valeurs des paramètres cosmologiques qui sont importants pour nous ici.

Dans le modèle d'inflation, qui est une phase très brève se produisant à 10^{-36} s durant laquelle l'expansion est considérablement plus rapide que dans le modèle standard avec $R \propto t^\alpha$ où $\alpha > 1$, une solution est trouvée aux problèmes de platitude, d'isotropie et d'homogénéité très forte du rayonnement cosmique ou CMB déjà signalée au sujet du principe cosmologique en 1.1.1, car l'expansion de l'Univers va alors « plus vite que la lumière », cf. [Peacock, page 325]. On pourrait même dire que l'homogénéité observée *prouve* qu'une relation causale a dû exister entre tous les points de l'Univers vers $t = 0$. Cette phase d'inflation rentre bien dans le cadre des théories de grande unification, où l'introduction d'une énergie du vide rend-compte assez bien du phénomène.

Ce modèle a donc l'avantage de prédire un Univers avec $k = 0 \Leftrightarrow \Omega = 1$, cf. [Turner], ce qui combiné au fait que, comme on le verra bientôt, on a certainement $\Omega_m < 1$, indique l'existence d'une grande quantité de matière noire non baryonique, peut-être même sous la forme « d'énergie du vide » avec la constante cosmologique.

La nucléosynthèse primordiale

Dans le modèle cosmologique standard, la nucléosynthèse des éléments légers, i.e. dont la masse est inférieure à ${}^7\text{Li}$, commence au début de l'époque radiative quand la température satisfait $T \simeq 10^9$ K, cf. [Coles & Ellis, page 69]. C'est le règne de la physique nucléaire, et ses lois strictes imposent des contraintes sur la production des éléments légers. Il s'avère que les abondances prévues de ces éléments sont en très bon accord avec les observations, notamment pour l'hélium 4. A cela s'ajoute la prédiction du nombre de familles de neutrinos : au nombre de trois, ces familles ont effectivement été découvertes dans les accélérateurs de particules. Certaines de ses prédictions étant confirmées de façon très satisfaisante, on accorde une grande confiance aux autres prédictions de la nucléosynthèse primordiale plus difficiles à vérifier directement : c'est le cas de la densité baryonique, cf. [Silk 2000],

$$\Omega_b \simeq 0,03 \quad (1.11)$$

où Ω_b est définie de telle sorte que

$$\Omega_m = \Omega_b + \Omega_{nb} \quad (1.12)$$

i.e. la densité de matière ρ_m est la somme des densités de matière baryonique et non baryonique : $\rho_m = \rho_b + \rho_{nb}$. Ainsi, nous pouvons reprendre la définition donnée dans (1.4) pour écrire

$$\Omega_b = \frac{3\rho_b}{8\pi GH^2} \quad (1.13)$$

Il faut ici remarquer que la limite (1.11) dépend de la valeur de la constante de Hubble, car ce que fournit la nucléosynthèse primordiale, c'est une information relative à ρ_b aujourd'hui ; pour en déduire une contrainte sur Ω_b , nous devons connaître la valeur de $H_0 = H(\text{aujourd'hui})$, et la valeur donnée ici correspond à une limite supérieure.

Maintenant, si on accepte (1.11), comme par ailleurs l'inflation prédit $\Omega_m + \Omega_\Lambda = 1$, puisque $k = 0$, nous en déduisons que dans ce cadre, et si la constante cosmologique est nulle, il faut $\Omega_{nb} \simeq 0,97$, i.e. la matière non baryonique domine la matière ordinaire, baryonique, par un facteur de plus de 30 !

1.2.2 Les leçons de la cosmologie

Différentes méthodes sont utilisées pour mesurer ce paramètre Ω_m . Elles se divisent en deux catégories : celles qui dépendent d'hypothèses sur la constante cosmologique Λ , et celles qui ne le sont pas. D'autre-part, ces techniques s'appliquent sur des échelles de distance qui vont de la galaxie ($\sim 100 - 200\text{kpc}$) aux plus grandes distances atteignables, en passant par les amas (Mpc). Un phénomène intéressant est, comme nous allons le voir, la variation du résultat des mesures de Ω_m avec la distance. En effet, il semble à première vue que plus l'échelle impliquée soit grande, plus la valeur de ce dernier croisse, pour atteindre une valeur asymptotique à l'échelle des amas, avec $\Omega_m^{gal} \simeq 0,1$ et $\Omega_m^{amas} \simeq 0,3$, cf. [Silk 2000] pour un résumé. Mais à l'échelle galactique, la mesure de Ω_m reste biaisée. Nous allons maintenant décrire quelques-unes de ces méthodes expérimentales non dépendantes de Ω_Λ .

L'âge de l'Univers

L'idée sous-jacente est simple : aucun objet présent dans l'Univers ne doit-être plus vieux que ce dernier. La relation (1.7) nous fournit un temps caractéristique τ pour l'expansion, appelé *temps de Hubble*,

$$\tau = \frac{1}{H_0} \quad (1.14)$$

mais pour un Univers dominé par la matière, i.e. $\Omega_m \geq 1$, l'expansion décélère, ce qui signifie que l'Univers est plus jeune que τ (car alors H était plus grande avant que maintenant).

Les plus vieux objets trouvés constituent une limite inférieure à l'âge de l'Univers : l'équation de Friedman (1.1) peut être résolue en t_0 , défini comme le temps écoulé entre le moment où $a(t) = 0$ et aujourd'hui^b, grâce à la connaissance des valeurs *actuelles* des paramètres physiques que sont H_0 , ρ_0 et Λ . Ainsi, des limites sur certains des paramètres peuvent-être établies connaissant les limites sur d'autres. C'est, par exemple, le satellite Hipparcos, lancé par l'Agence Spatiale Européenne, qui a permis d'obtenir une évaluation assez précise de l'âge des amas globulaires, ces objets créés en même temps que notre galaxie et qui sont en orbite autour de cette dernière. Grâce à une nouvelle évaluation des distances entre nous et ces amas, il fût possible de déduire, de la luminosité que nous recevons en provenance des étoiles composants ces amas, leur taux de combustion et, à partir de modèles d'étoiles bien compris, leur âge, cf. [Chaboyer et al.]. Les résultats indiquent seulement une compatibilité marginale entre l'âge d'un Univers dont $\Omega_m = 1$ et l'âge de ces amas globulaires qui pourrait descendre jusqu'à 10^{10} années. En fait,

- plus l'Univers est dominé par la matière, plus il est jeune ;
- la constante cosmologique agit comme un accélérateur d'expansion, et plus sa valeur est importante, plus l'Univers est jeune.

Ce qu'il faut comprendre, c'est que dans le premier cas, l'Univers *décélère*, et dans le deuxième *accélère*, son expansion ; plus l'accélération est forte, moins de temps il a fallu à l'Univers pour atteindre sa taille actuelle, et inversement. Ainsi, il semble de plus en plus probable que l'Univers

^bCette mesure de t_0 est donc une évaluation bien plus précise de l'âge de l'Univers que ne l'est le temps caractéristique τ donné dans (1.14).

n'est pas dominé par la matière, et serait donc plutôt caractérisé par $\Omega < 1$. Il faudra retenir que si la constante de Hubble est forte, $H_0 > 80 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{Mpc}^{-1}$, et l'âge des amas globulaires grand, $t_g > 15 \cdot 10^9$ alors la constante cosmologique ne peut pas être nulle, $\Omega_\Lambda > 0$ et donc $\Omega_m + \Omega_k < 1$; en gros, les résultats actuels sont compatibles avec un Univers où $\Omega_k = 0$, $\Omega_\Lambda = 0,8$ et $\Omega_m = 0,2$. De façon plus générale, les mesures d'âge tendent à fournir $\Omega_m < 1$, cf. [Coles & Ellis, page 52].

Paramètre de décélération, courbure et chandelles standard

La *distance de luminosité* d'une source de lumière est définie comme

$$D = \left(\frac{L}{4\pi\phi} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.15)$$

où L est la luminosité intrinsèque de l'objet observé et ϕ le flux reçu, et qui s'obtient en montrant que la luminosité L rayonne dans tout l'espace, dans une sphère centrée sur la source, et qu'à une distance D cette luminosité se répand sur une surface sphérique de rayon D . Le flux ϕ est une puissance reçue par unité de surface, et L une puissance. La distance de luminosité dépend aussi des paramètres cosmologiques et du *redshift* z

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \quad (1.16)$$

qui traduit le décalage spectral $\Delta\lambda$ subit par un rayonnement émis à une certaine longueur d'onde d'origine λ dans son voyage entre la source et le récepteur, cf. figure 1.2. Il est en effet possible de réécrire la relation (1.15) afin de rendre explicite cette dépendance :

$$D_L(z) = \frac{c}{H_0 q_0^2} \left[q_0 z + (q_0 - 1) \cdot \left(\sqrt{2q_0 z + 1} - 1 \right) \right] \quad (1.17)$$

où q_0 est le paramètre de décélération

$$q \equiv -\frac{\ddot{a}a}{\dot{a}^2} \quad (1.18)$$

et aujourd'hui, $q(\text{aujourd'hui}) \equiv q_0$. On montre que

$$q_0 = \frac{\Omega_m}{2} - \Omega_\Lambda \quad (1.19)$$

et en mesurant observationnellement la distance d'un grand nombre d'objets en fonction du redshift, alors nous pouvons fixer des limites sur la valeur des paramètres cosmologiques. Pour connaître cette distance D , il nous faut connaître L , et c'est justement pour cela que l'on étudie certains types de supernovae, celles de type Ia, qui ont toutes à peu près la même luminosité au maximum. Ces supernovae sont produites par des naines blanches, qui, par accréation de matière, dépassent la limite de Chandrasekhar, et finissent par exploser. La physique de ces processus pourrait ne pas changer de façon significative avec la situation évolutive des galaxies qui contiennent ces naines blanches. De plus, des études détaillées du profil de luminosité de ces supernovae ont montré qu'il existait une relation forte entre la largeur de sa courbe de lumière et sa luminosité intrinsèque au maximum, après correction des problèmes d'extinction. Cela permet donc, du moins en théorie, de

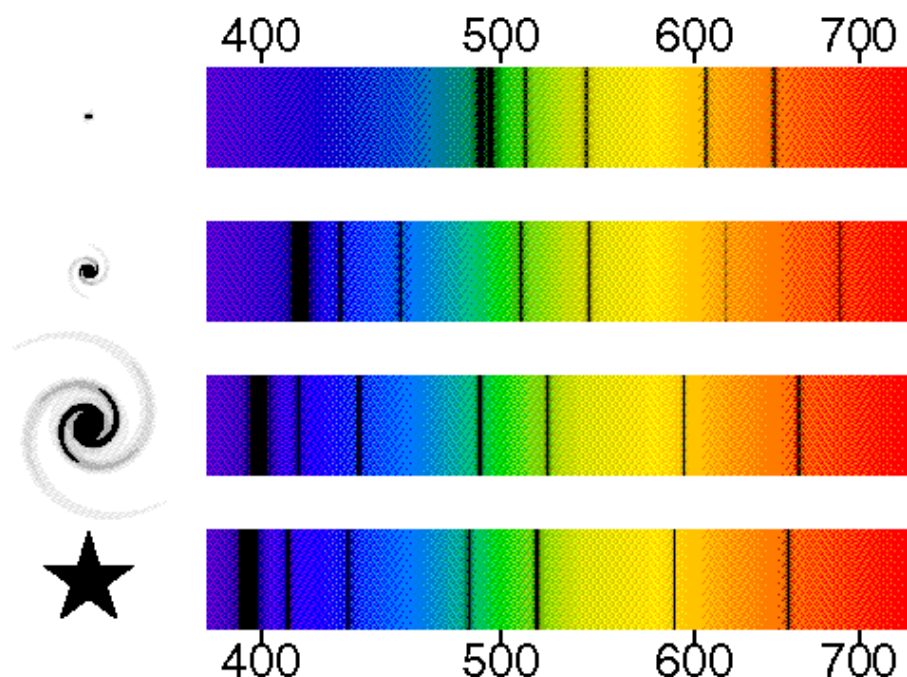


FIG. 1.2 – Cette figure montre le décalage des raies d’absorption en fonction de la distance. C’est le *redshift* car tout se décale vers la droite, vers les grandes longueurs d’onde. Cet effet est décrit aussi p. 32.

déterminer cette luminosité intrinsèque. En détectant des explosions de supernovae dans les galaxies lointaines, connaissant leur intensité au maximum qui est standard, d’où l’appellation de *chandelle standard*, nous en déduisons la distance avec (1.15), et connaissant leur redshift, grâce à l’étude de leur spectre, nous pouvons tracer des diagrammes qui montrent la façon dont D varie avec z dans (1.17) et de là déduire des conditions sur la valeur des paramètres cosmologiques. L’équipe du *Supernova Cosmology Project* travaille sur ce sujet, et leurs résultats sont aussi résumés dans la figure 1.1, cf. [Perlmutter et al.], où nous voyons que la constante cosmologique est certainement non nulle, et de plus que les Univers de type ouvert et plat sont impossibles avec une constante cosmologique nulle, et ce à 99% de certitude. Il est aussi démontré que $\Omega_m \simeq 0,3 - 0,4$ et $\Omega_\Lambda \simeq 0,6 - 0,7$.

Les anisotropies du CMB

Les anisotropies observées du CMB (*Cosmic Microwave Background*) sur le ciel présentent des caractéristiques particulières dans le spectre de puissance pour des cosmologies de type CDM^c (*Cold Dark Matter*), avec des pics caractéristiques. La position de ce premier pic témoigne de la géométrie de l’Univers, car elle est reliée à la taille angulaire sur la surface de dernière diffusion comme elle est observée aujourd’hui. L’existence de ce pic semble être confirmée, et sa position

^cDans ces cosmologies, la matière sombre est constituée de particules lourdes, qui interagissent faiblement avec la matière ordinaire.

favoriserait un Univers plat, par opposition à ouvert. Dans ce cas, tout semble indiquer l'existence d'une constante cosmologique non nulle, cf. [Bartlett].

Dynamique des amas de galaxies

C'est l'astronome Fritz Zwicky qui le premier parla de *matière noire* vers 1930 : il étudiait l'amas galactique Coma Berenice, dans la constellation de la Chevelure de Berenice. Les galaxies sont associées en groupes et amas, comme le montrent les études de répartition de galaxie dans l'Univers, qui vont de quelques individus à quelques centaines. Il est raisonnable de supposer que ces groupes se sont formés à cause de l'attraction gravitationnelle, et qu'ils sont en équilibre stationnaire. Nous pouvons alors utiliser le théorème du viriel, qui nous dit que

$$E_p + 2 \cdot E_c = 0 \quad (1.20)$$

où E_p et E_c sont respectivement l'énergie potentielle et cinétique du système, i.e. la somme de ces énergies sur toutes les galaxies qui le compose. En utilisant le fait qu'une mesure typique de la vitesse des galaxies est la dispersion en vitesse σ , i.e. l'écart quadratique moyen des vitesses des galaxies dans le repère du centre de masse de l'amas, et que la taille de l'amas, R , est une grandeur caractéristique du système, nous obtenons à partir de (1.20) que

$$M \simeq \frac{R \cdot \sigma^2}{G} \quad (1.21)$$

où M est la masse de l'amas. Il faut donc mesurer la vitesse radiale de chaque galaxie grâce au décalage spectral, dont on tire la vitesse moyenne, qui n'est autre que la vitesse d'expansion, qui donne la distance grâce à (1.7) - ainsi que la dispersion des vitesses σ autour de cette moyenne.

Par ailleurs, il est possible d'évaluer la masse de l'amas en sommant les masses de chacune des composantes galactiques, ces dernières étant fournies par le biais de leur luminosité grâce à un facteur universel reliant la luminosité d'une galaxie à sa masse.

Il ressort de la comparaison des masses obtenues par ces deux méthodes qu'il existe un facteur > 10 entre la *masse dynamique* (première méthode) et la *masse lumineuse* (seconde méthode). On parle alors de *matière noire* pour décrire cette composante massive non lumineuse. Il faut remarquer ici que cela ne rend pas nécessaire la présence de matière non baryonique comme cela était le cas pour les autres types d'études exposées dans les précédentes sous-sections.

A l'échelle locale : la courbe de rotation des galaxies

Il existe trois types principaux de galaxies :

1. les elliptiques (E), environ 30% du nombre total ;
2. les spirales (Sp) ;
3. les lenticulaires (SO) qui combinent les caractéristiques d'une sphère et d'un disque.

Les spirales contiennent du gaz, et en leur sein naissent des étoiles, contrairement aux lenticulaires. Ces galaxies contiennent une quantité importante d'hydrogène neutre *HI* reconnaissable grâce à la

raie radio à 21cm. Combinée à l'étude optique des raies *HII*, l'étude des raies *HI* permet, grâce à l'effet Doppler, de construire les *courbes de rotation* galactiques, i.e. la vitesse de rotation en fonction de l'éloignement au centre. On s'aperçoit alors que ces courbes, au lieu d'être décroissantes, sont plates (cf. figures 1.3 et 1.4). En effet, si la distribution de masse galactique suivait la distribution lumineuse observée, on s'attendrait à ce que rapidement la vitesse décroisse en obéissant à la loi Newtonienne : imaginons une masse m animée d'une vitesse v dans la galaxie, et à une distance R du centre de gravité de la galaxie, alors sa vitesse de rotation v est donnée par

$$a = \frac{v^2}{R}$$

et

$$a = \frac{GM}{R^2}$$

donc

$$v = \sqrt{\frac{GM}{R}}. \quad (1.22)$$

Or si le profil de vitesse reste plat avec R , cela signifie que $M \propto R \Rightarrow \int \rho_M dV \propto R$ dans (1.22) et donc

$$\rho_M \propto \frac{1}{R^2}$$

ce qui montre qu'il existe une grande quantité de masse non lumineuse qui s'étend assez loin : c'est le *halo sombre*. Le couplage fort qui existe entre la partie de la courbe décrivant le bulbe galactique (phase de croissance de la courbe de rotation) et la partie décrivant le halo sombre est appelée *conspiration* : il est très étrange que les deux parties de la courbe se correspondent aussi parfaitement pour donner une somme des contribution qui soit plate.

En utilisant le rapport estimé M/L de la masse sur la luminosité des étoiles (grâce à des modèles d'évolution stellaire), on peut, en intégrant sur toutes les longueurs d'onde la lumière émise par la galaxie, en déduire la masse visible, rayonnante, de cette dernière en utilisant

$$\frac{M_{\text{galaxie}}}{L_{\text{galaxie}}} \propto \frac{M_{\text{soleil}}}{L_{\text{soleil}}}. \quad (1.23)$$

Nous trouvons alors, encore une fois, un écart d'un facteur 10 entre la masse lumineuse et dynamique, cette dernière étant fournie par la connaissance du profil de rotation. La contribution de la matière lumineuse donne $\Omega_m \simeq 0,003$, cf. [Silk 2000]. Il est aussi possible, en faisant l'hypothèse que la distribution des galaxies dans l'Univers est un bon traceur de la distribution réelle de masse dans l'Univers et que les halos sombres s'étendent jusqu'à $r = 30 \cdot h^{-1}$ kpc, d'extrapoler la masse dynamique galactique à l'Univers en entier, ce qui donne $\Omega_m^{\text{Galaxie}} \simeq 0,03$, cf. [Peacock, page 372], et même davantage si les halos sont encore plus étendus, comme semblent l'indiquer certaines études basées sur le mouvement des galaxies satellites de la nôtre qui envisagent des halos s'étendant jusqu'à 200 kpc, cf. [Zaritsky] et [Wilkinson & Evans]. Sur ce point, les méthodes d'étude des

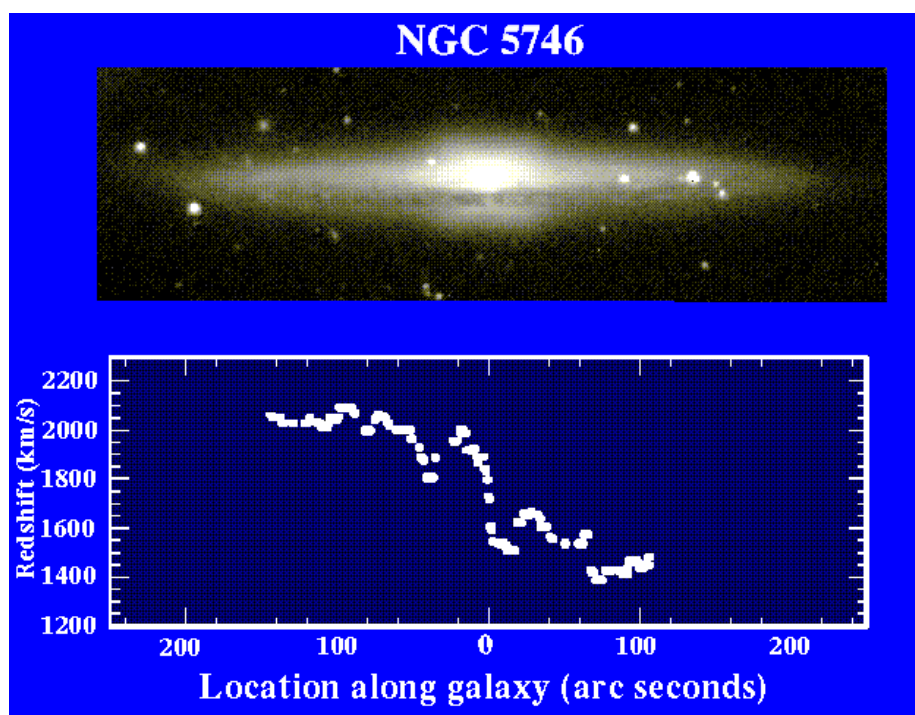


FIG. 1.3 – En haut, la galaxie NGC 5746. Le diagramme d'accompagnement montre la courbe de rotation de cette galaxie - la vitesse mesurée au spectroscopie par le déplacement vers le rouge de la lumière des étoiles et du gaz orbitant à de plus en plus grandes distances du centre - une courbe plate de rotation. L'image est une trame de CCD prise par W.C. Keel au télescope de 1.1-mètre Hall de l'observatoire de Lowell. La courbe de rotation a été mesurée à l'aide du spectromètre de CCD de GoldCam au télescope 2.1-mètres de l'observatoire national Kitt Peak.

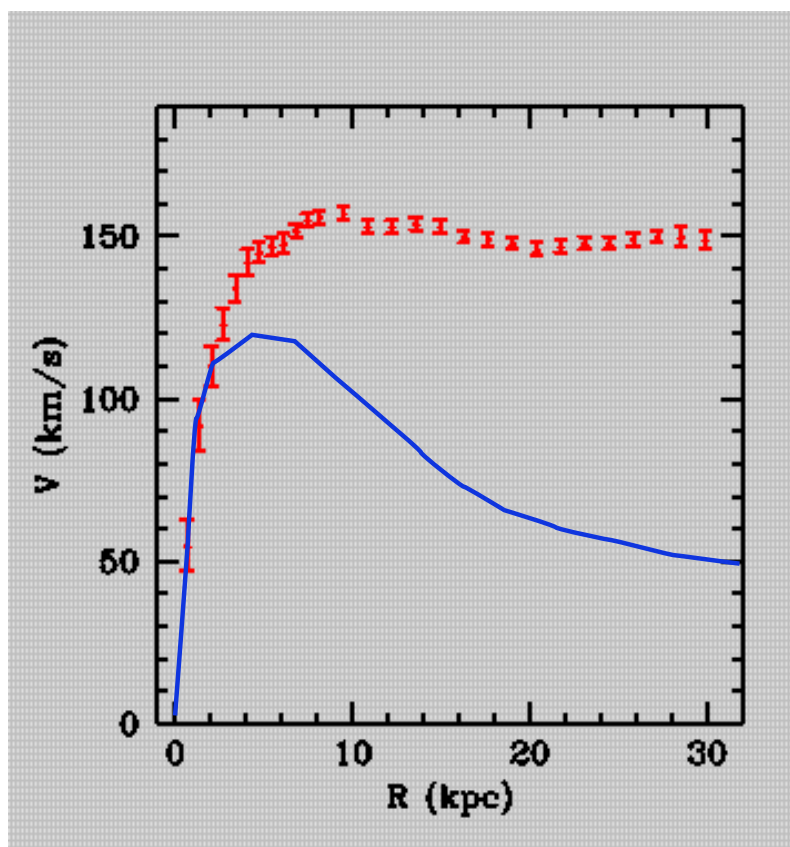


FIG. 1.4 – La courbe de rotation de NGC 3198, cf. [Begeman], en rouge, avec en bleu la courbe de rotation « normale » déduite de la distribution de matière lumineuse avec les équations de Newton. Nous voyons aussi sur cette courbe qu'elle est très plate, au moins jusqu'à la distance limite observable. La différence entre les courbes rouge et bleu s'explique par la présence de matière non lumineuse dans un halo.

courbes de rotation ont du mal à explorer la vitesse de rotation au delà d'une certaine distance à cause de la difficulté à déceler des objets dont on pourrait mesurer la vitesse. Ainsi, les courbes de rotation sont plates jusqu'à une distance limite au-delà de laquelle on ne sait pas encore comment elle se comporte ; c'est pour cela qu'il est difficile de donner une limite à l'étendue des halos. Il est cependant possible d'étudier la dynamique des galaxies satellites de la nôtre, et les résultats de [Wilkinson & Evans] montrent que la masse totale de notre galaxie est de $2,1 \times 10^{12} M_{\odot}$ avec une taille caractéristique du halo de 185 kpc à comparer avec $\sim 2 \times 10^{11} M_{\odot}$ pour les estimations de masse lumineuse.

Le rayonnement X

La détection de rayons X extragalactiques débuta dans les années soixante avec l'observation de la galaxie M87, située dans l'amas de la Vierge. Depuis, on a amélioré les moyens techniques, et on a pu mettre en évidence l'existence d'une émission X étendue dans les amas et les groupes. Ce rayonnement provient d'un gaz chaud, à une température de $10^8 K$, qui se situe entre les galaxies composants lesdits amas : c'est probablement le reste du gaz géniteur du système. Il s'avère possible de déterminer la masse dynamique de l'amas seulement à partir des paramètres fondamentaux du gaz, à savoir la température et la luminosité. C'est donc une autre méthode de mesure de la masse dynamique. Ce type d'étude fait aussi ressortir l'existence d'une grande quantité de masse non lumineuse (ni des étoiles classiques, ni le gaz X). Il est aussi intéressant de voir qu'on peut aussi en tirer que $\Omega_m \simeq 0,2 - 0,3$, cf. [Schindler] et [Peacock, page 375], encore indicatif de l'existence d'une quantité importante de matière non baryonique si on en croît les limites imposées par la nucléosynthèse primordiale. Par ailleurs, cette valeur sur Ω_m est une valeur limite supérieure : une valeur plus élevée de Ω_m ne peut que difficilement s'accorder avec les observations de concentration de baryons dans les clusters. En effet, on observe un rapport $\Omega_b/\Omega_m \simeq 0,15$, beaucoup plus fort que le rapport prévu par la nucléosynthèse primordiale si $\Omega_m = 1$.

Grâce à l'étude des rayons X émis par les *couronnes X* autour de nombreuses galaxies elliptiques, on peut mettre en évidence, par une méthode semblable à celle des amas, cette différence entre masse dynamique et lumineuse. Le cas de la galaxie M87 est le plus marquant, puisqu'à environ 100 kpc du centre de la galaxie, on constate un facteur 100 entre la masse dynamique et la masse lumineuse.

Discussion

Nous avons vu qu'il existait, au sein des galaxies et des amas de galaxies, une quantité importante de matière distribuée différemment de la matière visible, et en quantité plus conséquente. Je résumerai la situation en distinguant deux traits principaux : tout d'abord, l'écart entre le $\Omega_m = \Omega_b + \Omega_{nb}$ déduit des différentes méthodes de la cosmologie dont j'ai donné ici quelques exemples, et la limite supérieure impliquée par la nucléosynthèse primordiale, ce qui indique l'existence d'une importante composante de matière non baryonique ; deuxièmement, la différence marquée entre la masse dynamique et la masse lumineuse au sein des galaxies et des amas de galaxies, différence d'autant plus marquée que les halos sont plus étendus. Les différents résultats sont succinctement résumés dans le tableau 1.2.

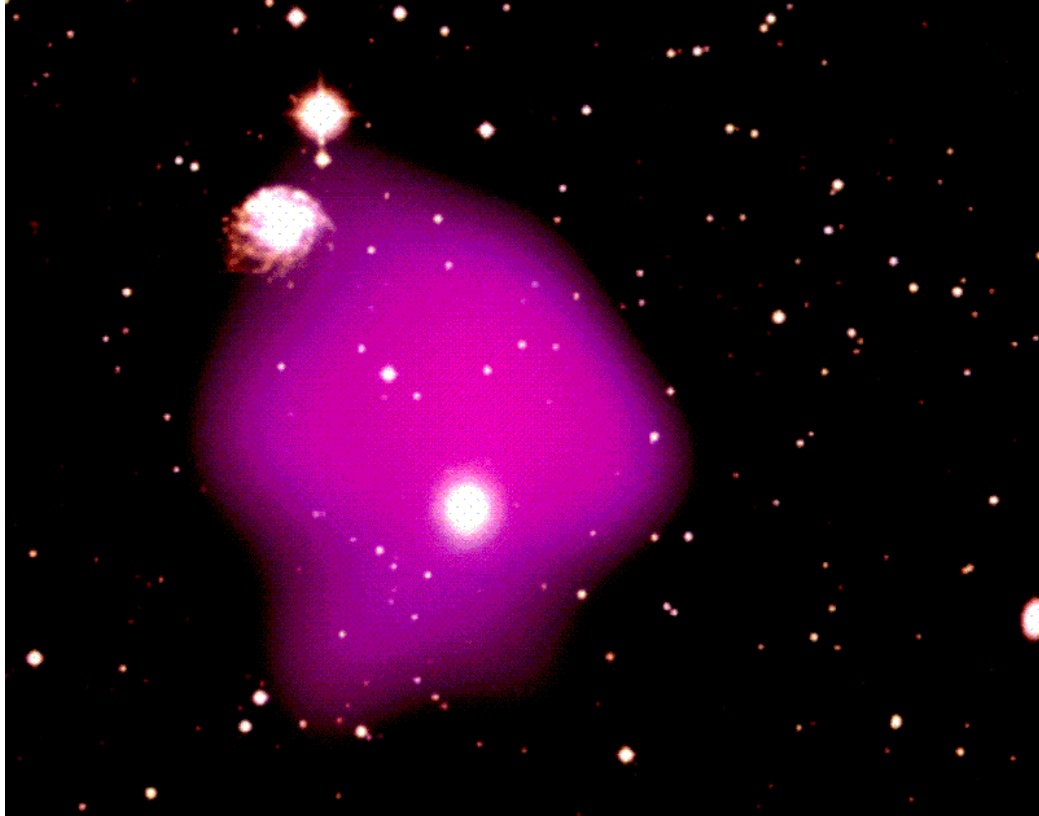


FIG. 1.5 – Superposition d’une image optique d’un amas de galaxies et d’une image X de la même zone prise par la collaboration ROSAT. Nous voyons en rouge un nuage de gaz confiné, qui ne peut être retenu par l’ensemble de ces galaxies que si la masse de l’ensemble est bien supérieur à la somme des composantes optiques des masses des galaxies.

Méthode	Ω_m	Échelle
Luminosité	0,003	~ 10 kpc
Nucléosynthèse	$\geq 0,03$	Tout l’Univers (composante baryonique)
Dynamique galactique	0,03	~ 10 kpc
Dynamique amas et supernovae	0,3	\sim Mpc à \sim Gpc
Théorie d’inflation	1	Tout l’Univers

TAB. 1.2 – Résumé des valeurs de Ω_m déduite de différentes méthodes. Nous voyons le rôle que joue l’échelle d’étude.

Il existe d'autres interprétations plus exotiques de ce phénomène de platitude des courbes de rotation. Une des plus originales est celle qui remet en cause la validité des équations de Newton sur de grandes échelles de distance telles que la taille galactique. De nombreux travaux ont été initiés dans ce sens, et ils ont acquis un certain succès : les courbes de rotation, dans ces modèles avec des lois de Newton corrigées, sont naturellement plates. Mais la difficulté principale réside dans l'inadéquation de ces lois avec les lois de la Relativité Générale qui, elle, se voit confirmée tous les mois, directement ou indirectement, par de nouveaux résultats. Ces corrections aux lois de Newton se fondent d'abord sur des corrections empiriques qui ne sont pas déductibles des lois d'Einstein. Mais il existe aujourd'hui des travaux visant au contraire à déduire ces corrections à partir de principes fondamentaux. On montre par exemple^d que si on réécrit le potentiel comme

$$V(r) = U_1(r) + U_2(r)$$

U_1 étant le potentiel newtonien et U_2 le potentiel correctif, alors on peut montrer que $U_2 = \Gamma M r$ où Γ est une constante fondamentale, ce qui explique alors le comportement observé en apparence contradiction avec (1.22). Les premiers résultats de confrontation avec l'observation sont encourageants, mais il est nécessaire de poursuivre les vérifications. Je signalerais aussi les tentatives de modification des équations d'Einstein, cf. [Peacock, page 26].

1.3 Les candidats à la matière noire

Si nous acceptons d'interpréter les observations précédemment décrites comme preuves de l'existence de cette matière noire, il convient alors de s'interroger sur sa nature. La nucléosynthèse primordiale prédit que $\Omega_b < 0,1$ de façon assez sûre. Cette limite supérieure est 10 fois la valeur extrapolée à partir de la masse lumineuse galactique, mais est cohérente avec une vision de la matière galactique comme étant constitué d'un dixième de matière *baryonique* rayonnante, et de neuf dixièmes de matière *baryonique* dite *matière noire*. Le raisonnement est donc le suivant : la matière noire galactique est-elle due à la présence de matière non baryonique dont l'existence est avérée par les études aux grandes échelles^a, ou n'est-elle que de la matière baryonique ? Peut-être est-ce encore un mélange des deux... Il faut retenir que tout montre qu'il doit exister de la matière noire non baryonique, mais il s'agit de connaître sa nature exacte et sa zone d'action.

Hormis les candidats dont la détection est la spécialité d'AGAPE, ceux de type *naine brune*, il en existe d'autres. Je préfère séparer les candidats en deux catégories, ceux faits de matière normale, baryonique, et les autres :

- la matière noire non baryonique :
 - matière noire chaude (*HDM* ou *Hot Dark Matter*) :
 - le neutrino, avec une masse $m_\nu > 0$;
 - matière noire froide (*CDM* ou *Cold Dark Matter*) :
 - les WIMPS (*Weakly Interacting Massive Particles*), comme certaines particules issues de la supersymétrie ;

^dJe fais ici référence aux travaux d'Edmond Giraud de l'Observatoire de Marseille.

^aVoir p. 11 et suivantes où il apparaît que $\Omega_{nb} > 0$ puisque Ω_m est plus grand que la limite supérieure de la nucléosynthèse primordiale.

- la matière noire baryonique
 - les gaz d’hydrogène moléculaire ;
 - les trous noirs de faible masse et les étoiles à neutrons ;
 - les naines brunes, naines blanches et naines rouges ;
- la constante cosmologique.

Nous allons maintenant voir plus en détail ces différents candidats, afin d’apprécier leur pertinence.

1.3.1 La matière noire non baryonique

Nous avons vu qu’une grande part de la matière universelle devait-être non-baryonique. Cela découle notamment de la limite supérieure sur Ω_b fournie par la nucléosynthèse primordiale. Cette limite établit la contribution des neutrons et des protons qui ont interagi à $t \sim 1$ min pour donner les éléments légers observés aujourd’hui. Dans la cosmologie classique, le contenu en matière au moment de la nucléosynthèse consistait de baryons, plus les électrons que nous prenons en compte ici, photons et trois espèces de neutrinos. Il n’y a donc que deux possibilités : les neutrinos ont une masse significative, ou il existe une autre particule, une relique des premiers instants du Big Bang. Une petite masse du neutrino n’affecterait pas la nucléosynthèse car ceux-ci étaient ultra-relativistes à cet époque, avant l’équilibre matière-rayonnement. D’autres particules reliques devraient-être extrêmement rares ou très faiblement couplées, i.e. plus faiblement que les neutrinos, afin de ne pas affecter la nucléosynthèse. Cette alternative donne de toutes les façons une forme de matière noire qui est très faiblement couplée à la matière ordinaire. Nous distinguons deux modèles relatifs à la matière noire non baryonique, selon que les particules considérées étaient relativistes ou non lors du découplage de la matière d’avec le rayonnement : le premier cas de figure s’appelle *HDM* (*Hot Dark Matter*) et le second *CDM* (*Cold Dark Matter*).

Le neutrino

En 1989, au LEP, a eu lieu une expérience décisive : en étudiant la largeur de désintégration du boson Z_0 , vecteur de l’interaction faible, il fut démontré que seules trois saveurs de neutrinos légers pouvaient exister : ν_e , ν_μ et ν_τ , respectivement neutrino-électron, neutrino-muon et neutrino-tau. Le modèle du Big Bang prévoit aussi que les neutrinos devraient être très abondants dans l’Univers aujourd’hui : environ 100 cm^{-3} , soit 10^{11} m^{-3} , correspondant à une température du fond en neutrinos de $\sim 2 \text{ K}$, alors que la température du fond en photons est $\sim 3 \text{ K}$, cf. [Peacock, page 281]. Cela est à comparer avec la moyenne de quelques nucléons par m^3 qui est mesurée... Ainsi, on comprend que si les neutrinos sont dotés d’une masse, alors l’effet de cette dernière sur la densité de l’Univers permettrait de comprendre la nature de la « masse manquante ». Pour cela, il suffirait que la masse du neutrino soit de l’ordre de quelques eV,

$$\sum_{\nu} m_{\nu} = 100 \text{ eV} \Rightarrow \Omega_m = 1 \quad (1.24)$$

la somme étant effectué sur les trois espèces de neutrinos, et ceci est à comparer avec les 511 keV de l’électron.

Notons qu’il existe quelques problèmes à résoudre avec un modèle de neutrino massif comme solution au problème de la matière noire. En effet, dans un Univers dominé par une matière sombre

faite de neutrinos, les premières structures qui se forment ne seraient pas de l'échelle d'une galaxie, mais plutôt de celle d'amas de galaxies ou même des super-amas, car les neutrinos étaient des particules relativistes au moment de la formation des structures. Dans [Krauss 1986], il est rappelé que contrairement à la matière ordinaire, les neutrinos n'étaient pas couplés au rayonnement électromagnétique. Mais en raison de leur vitesse relativiste, due à une masse extrêmement faible, qui les rendait pratiquement insensibles à la force gravitationnelle, les neutrinos n'étaient pas capables d'accréter suffisamment. A mesure que l'Univers se dilatait, les neutrinos se sont refroidis jusqu'à atteindre une vitesse non relativiste. En même temps, le rayonnement électromagnétique ambiant continua de se refroidir, atteignant une énergie moyenne inférieure à celle des neutrinos même non relativistes. Peu avant que se produise le découplage de la matière ordinaire d'avec le rayonnement électromagnétique, les neutrinos, dotés d'une masse suffisante pour conduire à un Univers fermé, seraient donc devenus non relativistes, et, constituant alors la majeure partie de la densité d'énergie de l'Univers, auraient commencé à accréter. Avant, les fluctuations de densité de neutrinos sur des échelles plus petites que celle de l'horizon n'auraient pas pu se maintenir, et ce à cause des vitesses relativistes atteintes par les neutrinos. Ainsi, la première échelle d'accrétion pour les neutrinos, à l'époque où ils ont pu commencer à accréter gravitationnellement, fut celle de la distance de l'horizon, ce qui correspond à l'échelle des super-amas, et non à celle des galaxies. Après découplage du rayonnement électromagnétique, la matière baryonique aurait commencé à être attirée par les puits de potentiel dus aux accrétions de neutrinos. Ces super-amas se seraient ensuite fragmentés en galaxies.

Ce modèle d'Univers dominé par les neutrinos offre plusieurs aspects intéressants. Tout d'abord, la formation de super-amas en forme de filaments, séparés par de vastes espaces vides. Cela correspond assez bien aux observations sur la structure de l'Univers à grande échelle. De plus, les neutrinos, capables d'accréter avant la matière ordinaire (au moment du découplage matière/photons), expliqueraient pourquoi les très faibles fluctuations initiales de densité de matière observées dans le fond de rayonnement cosmique ne seraient pas en contradiction avec les structures observées dans l'Univers. Malheureusement, le phénomène de création de galaxies à partir d'une fragmentation des super-amas semble être bien trop lent pour rendre compte du grand âge de certaines formations galactiques comme les quasars. De plus, en partie à cause du principe de Pauli, les neutrinos ne pourraient pas se condenser à des échelles assez petites pour être à l'origine de la matière noire au niveau des petites galaxies, comme les naines sphériques. Il semble donc que les neutrinos aient du mal à expliquer la structure de notre Univers telle qu'on l'observe : ça semble correct dans les grandes lignes (super-amas), mais pas dans le détail (galaxies).

Tous ces problèmes n'ont pas lieu d'être posés si nous savons que le neutrino a une masse nulle ou trop faible, i.e. $m_\nu \ll 1 \text{ eV}$. Dans ce cas les neutrinos ne peuvent plus accréter gravitationnellement, et sont trop légers pour expliquer la matière noire.

Mesurer la masse des neutrinos La question qui se pose est donc : comment mesurer la masse des neutrinos ? Il a toujours été enseigné que les neutrinos avaient une masse nulle. Nous nous doutons que si la masse du neutrino avait été très importante, cela aurait déjà été mis en évidence depuis longtemps. En fait, tout le débat réside autour de la question suivante : la masse du neutrino est-elle nulle ou extrêmement faible^b ?

^bPour l'exposé qui suit, je vais m'appuyer sur un article de [Vannucci].

Les neutrinos existent en 3 saveurs. S'ils ont une masse, ils pourraient « osciller », ce qui signifie changer de saveur. C'est une matrice analogue à la matrice de Cabbibo-Kobayashi-Maskawa (applicable aux quarks), qui traduit formellement ce phénomène. Ainsi, les trois neutrinos de saveurs différentes peuvent être considérés comme des mélanges des états propres de leur matrice de masse, notés ν_1, ν_2 et ν_3 : $(\nu_e, \nu_\mu, \nu_\tau) = K(\nu_1, \nu_2, \nu_3)$, où K est la matrice K-M qui s'identifierait à la matrice identité si les neutrinos ne se mélangeaient pas. Cette oscillation se produit sur de grandes distances $L = f(E, \Delta m^2)$ où Δm^2 est l'écart des carrés des masses entre deux familles de neutrinos : pendant leur temps de vol, les neutrinos changent de saveur, et ce, pour une différence de masse entre chaque saveur donnée, avec d'autant plus de probabilité que la distance parcourue est grande. L'idée est donc d'observer un flux de neutrinos émis sous la forme d'une certaine saveur, et de voir si on en reçoit autant qu'il en est émis. Pour un neutrino, la matière, même condensée, est pratiquement transparente : sa section efficace d'interaction avec la matière baryonique est de l'ordre de $10^{-46} \text{ m}^2 = 10^{-18} \text{ barns}$, cf. [Cooper]^c. Il faut donc disposer d'un détecteur doté d'une grande quantité de « réactif » si on veut détecter les neutrinos par leur effet lors du passage dans la matière.

Neutrinos atmosphériques Une expérience internationale basée au Japon, SuperKamiokande, cf. [Fukuda et al.], utilise le rayonnement cosmique comme source de neutrinos : les protons cosmiques interagissent avec l'atmosphère et cela conduit à la production de neutrinos électroniques et muoniques, dans la proportion de 2 à 1 respectivement. Ces neutrinos vont rentrer dans d'immenses cuves d'eau : 50000 tonnes d'eau encadrées par 11000 photomultiplicateurs à l'affût des photons produits lors des rares interactions de neutrinos avec l'eau. En étudiant le rapport ν_e/ν_μ , SuperKamiokande a mis en évidence un déficit de neutrinos muoniques. En effet, le rapport était plus fort que prévu, et comme on sait que le ν_μ n'oscille pas vers le ν_e (comme l'a montré l'expérience, CHOOZ, cf. [Apollonio et al.], qui étudie le flux de neutrinos émis à 1 km de distance par une centrale nucléaire, et a donné une zone d'exclusion qui permet de fixer des limites quant aux oscillation $\nu_e \rightarrow \nu_x$) on pense donc au ν_τ car c'est la seule saveur qui reste sur les 3 envisageables.

Ce qui est encore plus intéressant, c'est que ce déficit est plus marqué dans les directions d'observation correspondant à une plus grande distance de parcours pour les neutrinos : l'interprétation est que plus les neutrinos ont le temps d'osciller, moins on détecte de neutrinos muoniques. SuperKamiokande aurait donc observé une oscillation du neutrino muonique vers le neutrino tauonique sur une distance correspondant à la largeur de la terre, soit quelques milliers de kilomètres. Le résultat de SuperKamiokande pour la masse du neutrino est que

$$m^2(\nu_\tau) - m^2(\nu_\mu) \simeq 2 \times 10^{-3} \text{ eV}^2. \quad (1.25)$$

Neutrinos solaires SuperKamiokande et d'autres expériences, SAGE, GALLEX et Homestake, mesurant le flux de neutrinos émis au sein du Soleil trouvent un déficit de ν_e , et cela conduit à une relation du type

$$m^2(\nu_\mu) - m^2(\nu_e) \simeq 10^{-5} \text{ eV}^2. \quad (1.26)$$

^cC'est un numéro spécial de *Los Alamos Science* sur le neutrino.

Bilan Peut-être faut-il expliquer les incohérences observées par des problèmes expérimentaux ou même d'interprétation des résultats expérimentaux. Nous pouvons aussi faire une autre hypothèse, plus audacieuse : il existerait un quatrième neutrino, de nature différente des 3 autres, appelé neutrino stérile. Ainsi, on aurait un quatrième protagoniste pour élargir les possibilités d'oscillation des neutrinos, et rendre compatible les résultats expérimentaux si nous croyons SuperKamiokande.

En ce qui concerne notre problème de matière noire, nous voyons déjà que la masse du neutrino tauonique, le plus lourd^d, ne serait que de $50 \times 10^{-3} \text{ eV}$, ceci étant la racine carrée de $2 \times 10^{-3} \text{ eV}^2$ de la relation (1.25). Évidemment, pour faire ce calcul, nous faisons l'hypothèse que la masse du ν_μ est négligeable devant celle du ν_τ . Mais, comme nous n'avons accès qu'à des différences de masse, il est possible d'envisager une dégénérescence des trois neutrinos, qui signifierait qu'ils ont tous une masse à peu près égales les une aux autres, et cela permettrait, vu les trois relations d'écart de masse énoncées ici, des masses de neutrino bien plus grandes. Mais cette seconde hypothèse n'est pas très populaire. Il semble donc que le neutrino ait une masse 100 fois trop faible pour être un candidat plausible à la nature de la matière noire dans l'Univers.

Ainsi, que ce soit au niveau galactique ou au niveau de l'univers dans son ensemble, l'idée d'un neutrino massif comme explication à la masse manquante ne semble pas idéale. Ces difficultés sont à l'origine d'un modèle de matière noire appelé CDM (Cold Dark Matter), dans lequel le mot Cold signifie que les particules impliquées n'ont pas de vitesse relativiste, et peuvent donc accréter plus rapidement. Ces particules, massives et non relativistes, expliqueraient très correctement l'origine de la masse manquante.

Les WIMPS et les autres candidats

Les WIMPS sont des *Weakly Interacting Massive Particles*, prédits par la physique des particules dans les modèles qui constituent des extensions du modèle standard. Leur masse s'échelonne entre quelques GeV et plusieurs centaines de GeV.

La supersymétrie (SUSY) prévoit l'existence de particules supersymétriques compagnes de toutes les particules que l'on connaît déjà (leptons + Sleptons, quarks + Squarks et bosons de jauge + gauginos), en particulier un *sneutrino*, compagnon du neutrino, de spin 0, dont la masse est de l'ordre du GeV. Le neutralino, la particule la plus légère stable prédite par les modèles supersymétriques les plus simples, et donc la plus facilement détectable dans les accélérateurs de particules (de l'ordre de la dizaine à la centaine de GeV), fait partie des WIMPS.

Les axions ($m \simeq 10^{-5} \text{ eV}$) et les axinos ($m \simeq 2 \text{ keV}$), sont plus légers que les particules SUSY, et sont produits par des processus très différents, mais ont une aussi bonne justification théorique. Il y a encore d'autres particules candidates, comme le gravitino, mais elles sont trop dépendantes des modèles, et n'ont pas le caractère de généralité qu'ont celles que j'ai déjà citées.

Il est remarquable que ces particules, de l'axion au gravitino, ont des masses qui s'échelonnent sur 15 ordres de grandeur ! Les WIMPS pourraient contribuer de façon très importante à la masse de l'Univers, jusqu'à $10^5 \times \rho_c$! Il faut donc faire le tri parmi ces candidats, et des expériences ont lieu en ce moment pour tenter de les détecter, cf. les expériences CDMS, CRESST, DAMA et EDELWEISS, mais les résultats sont pour l'instant contradictoires.

^dNous avons en effet $m(\nu_\tau) > m(\nu_\mu) > m(\nu_e)$.

La constante cosmologique

Nous savons qu'il est très difficile de détecter la matière noire, et ce sont les indications indirectes de son existence qui nous pousse à tenter sa détection. Nous avons vu qu'à l'échelle des galaxies et des amas de galaxies, l'extrapolation de leur masse à l'Univers en son entier ne conduit pas à la satisfaction d'une des prédictions majeures de l'inflation, à savoir un Univers ayant $k = 0$. Néanmoins, les mesures de masse donnent des résultats qui augmentent avec l'échelle de l'étude : la masse manquante au sein des groupes est supérieure, en proportion, à la masse manquante au niveau des galaxies. Il nous faut donc une matière sombre qui accréte difficilement, et nous en concluons que la matière sombre ne pouvait pas être dominante sur la matière ordinaire dans le passé, car autrement les structures de type galactique n'auraient pas pu se former sans le rôle majeur de la gravitation.

Ainsi, cf. [Bahcall et al. 1999], nous avons besoin d'une matière noire qui serait nettement moins dominante par le passé qu'aujourd'hui, de densité bien plus faible. Or, la relativité générale nous apprend que le rapport de la densité de matière sombre sur la densité de matière ordinaire doit se comporter comme

$$\frac{\rho_s}{\rho_o} \propto a(t)^{-\frac{3p_s}{\rho_s}} \quad (1.27)$$

où p_s et ρ_s sont respectivement la pression et la densité de matière sombre, ρ_o la densité de matière ordinaire, et a le facteur d'échelle que nous avons déjà rencontré. Ainsi, comme a est une fonction croissante avec le temps, et que ρ est une fonction positive, nous devons avoir $p_s < 0$ afin que le rapport des densités soit en faveur de la matière ordinaire dans les temps reculés. Il faut donc conclure à une pression négative pour cette matière noire qui aurait donc été négligeable dans le passé, et qui serait aujourd'hui dominante. Cet argument met à mal tous les candidats du type CDM (Cold Dark Matter), neutrinos, radiation, et énergie cinétique, car ils ont chacun une pression nulle ou positive.

L'existence de matière noire à pression négative a acquis plus de crédibilité avec les recherches de supernova de type Ia qui ont permis de mettre en évidence une accélération de l'expansion, cf. [Perlmutter et al.]. Une énergie noire ayant une pression négative suffisante suffirait à expliquer l'accélération de l'expansion. Ces nouvelles ont remis au goût du jour la constante cosmologique, dont il a déjà été question dans la section 1.2.2. Elle peut être perçue comme une sorte d'énergie du vide, une forme d'énergie à pression négative qui peut accélérer l'expansion. Malheureusement, si nous additionnons les fluctuations du vide pour l'ensemble des champs quantiques que nous connaissons, nous obtenons naturellement une constante cosmologique dont la densité d'énergie, introduite dans la théorie d'Einstein, prédit que notre Univers éclate en ne laissant aucune possibilité aux structures de se former.

La gravitation quantique permet de trouver un résultat nul pour cette constante cosmologique, mais il est alors nécessaire de trouver une autre explication à cette énergie, et c'est là qu'apparaît la « quintessence », cf. [Caldwell et al.]. Celle-ci exerce une pression négative, ne s'agglomère pas aux petites échelles, et peut apparaître sous diverses formes : c'est souvent un champ scalaire semblable à celui du boson de Higgs, mais qui a une interaction très faible avec les particules du modèle standard.

1.3.2 La matière noire baryonique

Nuages de gaz moléculaire

Le milieu gazeux interstellaire des galaxies est principalement composé d'hydrogène atomique HI et moléculaire HII. Nous avons déjà eu l'occasion d'expliquer que la présence de gaz HI était avérée dans de nombreuses galaxies, notamment les galaxies spirales. Néanmoins, il était jusqu'à présent difficile de mettre en évidence la présence de gaz HII. Le gaz HI contribue à peu près à 10% de la masse dynamique, et certaines hypothèses ont été émises quant à l'explication de la matière noire galactique par le gaz HII qui serait distribué dans le disque des galaxies spirales. Il était difficile de tester cette hypothèse, car le gaz HII n'est détectable qu'indirectement. C'est par l'échauffement du gaz HII dans le centre de galaxies où beaucoup d'étoiles sont produites qu'il est possible d'observer les raies d'émission vibrationnelle du HII ; à des températures plus basses, ces raies sont indétectables, et il faut alors recourir à une estimation basée sur le rapport empirique qui existe entre la quantité de CO, détectable, et HII. Grâce au spectromètre à ondes courtes de l'ISO (Infrared Space Observatory), qui permet maintenant d'observer les raies émises par le HII faiblement chauffé, Valentijn et Werf, cf. [Valentijn], ont montré qu'il existait une grande proportion de gaz HII dans la galaxie spirale NGC 891. Leur analyse indique que la masse de ce gaz HII serait supérieure d'un facteur 5 à 15 à celle du HI, ce qui suffirait pour expliquer la masse manquante galactique, au moins pour NGC 891. Mais cette dernière n'est pas semblable à notre galaxie : le taux de formation stellaire y est beaucoup plus grand, ce qui conduit à un échauffement beaucoup plus important du gaz HII, facilitant sa détection classique : jusqu'à maintenant, le gaz HII détecté dans notre galaxie ne se présente pas dans de telles proportions que ce qui vient d'être découvert pour NGC 891. Néanmoins, cette découverte conforte l'idée qu'une bonne partie de la matière noire est de nature baryonique. En effet, pourquoi la matière noire serait-elle de nature complètement différente dans notre galaxie que dans NGC 891 ? Dans le cas des WIMPS, il semble en effet étrange de penser que ces particules, produites très tôt après le Big Bang, auraient une préférence pour notre galaxie. Néanmoins, ce type de gaz pourrait être bien décrit par les « nuages fractals », cf. [Pfenniger & Combes].

Les MACHOs^e

L'estimation de la densité de matière galactique présente sous forme stellaire est affecté par le fait que nous ne pouvons pas détecter les objets trop peu brillants. Il y a une coupure faite vers les faibles luminosités, ce qui biaise l'estimation faite à partir de la luminosité intégrée donnée page 16. Afin de savoir si cette coupure a de l'importance, i.e. si la contribution à la densité des objets peu lumineux est importante, il faut connaître la fonction de distribution de masse, appelée fonction initiale de masse (*Initial Mass Function*) ou IMF^f. Une estimation grossière en loi de puissance est souvent donnée

$$\frac{dn}{d \ln(m)} = \alpha \cdot m^{-x} \quad (1.28)$$

^eJe m'appuie ici sur [Peacock, page 378] que l'on pourra consulter pour une description plus détaillée.

^fLa dénomination *initiale* vient du fait que cette distribution des masses est fixée au moment de la formation des étoiles au sein de la galaxie.

où n est le nombre densité d'étoiles de masse m , et α une constante de proportionnalité. Salpeter détermina $x = 1,35$. Les études récentes donnent des formes plus complexes, mais nous conserverons ici cette loi de puissance. Si nous intégrons pour obtenir la densité totale,

$$\rho = \int_{m_c}^{\infty} m \, dn = \int_{m_c}^{\infty} m \frac{dn}{d \ln(m)} \frac{d \ln(m)}{dm} dm = \frac{1}{x-1} m_c^{1-x} \quad (1.29)$$

où m_c est la masse de coupure, i.e. en dessous de laquelle nous avons négligé les contributions, à cause de l'impossibilité de détecter la luminosité émise, alors, pour obtenir un changement d'un facteur 2 de la densité ρ nous devons résoudre, en utilisant (1.29)

$$\frac{1}{1-x} m_{c,2}^{1-x} = 2 \times \frac{1}{1-x} m_c^{1-x} \Rightarrow m_{c,2} = 2^{\frac{1}{1-x}} \times m_c \quad (1.30)$$

d'où une division de m_c par 7, 2 si $x = 1,35$. Pour un facteur 10 de la densité, nous devons diviser m_c par 720 ! Ainsi, il est possible de rendre-compte d'une quantité raisonnable de matière noire s'il existe des corps de masse faible qui ne sont pas pris en compte dans l'estimation de la densité.

La question qui se pose est donc d'évaluer ce nombre de corps peu massifs. Les étoiles commencent leur vie comme un gaz qui s'effondre sur lui-même, et ce faisant rayonnent de l'énergie sur le *temps de Kelvin*, qui est calculé en supposant que le corps doit rayonner son énergie potentielle de liaison gravitationnelle :

$$L \simeq \dot{E}_p = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{GM^2}{R} \right) \Rightarrow t_K \equiv \frac{R}{|\dot{R}|} \simeq \frac{GM^2}{RL} \quad (1.31)$$

où L est la luminosité intrinsèque, qui s'exprime en puissance rayonnée, M la masse totale de l'étoile en formation, et R son rayon typique. Pour le Soleil, cela nous donne $t_K \simeq 3 \times 10^7$ années, une durée de vie bien inférieure à l'âge de la Terre de $\sim 4 \times 10^9$ années, ce qui est impossible. Il est donc nécessaire qu'un autre processus d'échauffement se produise.

L'effondrement va provoquer un accroissement de la température, comme le montre le théorème du viriel

$$2E_c + E_p = 0$$

où E_c et E_p sont respectivement l'énergie cinétique et potentielle du système. En effet, si nous considérons N particules baignant dans une température T , alors

$$T = \frac{\gamma GM^2}{3Nk_B R} \propto \frac{M}{R} \quad (1.32)$$

où α est une constante de l'ordre de l'unité, avec $\alpha = 3/5$ pour une sphère de densité uniforme, et k_B la constante de Boltzmann. Donc, l'écroulement gravitationnel devrait engendrer une hausse de température jusqu'à ce que commence la fusion thermonucléaire. La seule façon d'empêcher cela, c'est que la dégénérescence des électrons se fasse sentir avant terme, et arrête l'écroulement. La condition d'existence du problème de dégénérescence est que la distance entre les particules devienne assez petite pour que le principe d'incertitude ne soit plus négligeable :

$$n^{-\frac{1}{3}} \cdot p \leq \hbar \Rightarrow \text{dégénérescence} \quad (1.33)$$

où n est le nombre densité d'électrons et p la quantité de mouvement. En faisant l'hypothèse que le corps étudié ici est de densité et de température uniforme, nous utilisons la relation (1.32) pour en déduire que la dégénérescence devient importante quand

$$T \simeq 6 \times 10^8 \times \left(\frac{M}{M_\odot} \right)^{\frac{4}{3}} \text{ K.} \quad (1.34)$$

Comme les réactions de fusion s'amoindrissent de façon exponentielle en-dessous de 10^6 K, nous en déduisons qu'il existe une masse minimum pour les étoiles qui se situe entre $0,1 M_\odot$ et $0,01 M_\odot$. Des calculs plus exacts nous donnent une masse minimale de $0,08 \pm 0,01 M_\odot$. Les objets beaucoup moins massifs n'engendreront que de l'énergie gravitationnelle, et rayonneront donc durant le temps de Kelvin donné dans (1.31) avant de se refroidir entièrement. Ces objets sont les *naines brunes*. Leur détection est malaisée, en raison de leur faible luminosité donc, mais il s'avère aussi très difficile d'évaluer leur masse : ces systèmes, avec une température de surface de 1000 K à 2000 K, ont un spectre qui est très lourdement affecté par les larges bandes d'absorption moléculaire, qui sont difficiles à modéliser. Une récente étude a pourtant détecté de tels objets en grand nombre, cf. [Reid et al.]. Pour une étude des propriétés physiques de la naine brune, on se reportera à [Burrows] et [Oppenheimer et al.]. Il est intéressant cependant de voir qu'il existe une masse inférieure limite pour ces objets : étant constitués d'H et de He, le rayonnement ambiant, ou même leur propre chaleur, provoque leur rapide évaporation. La conditions pour que le taux d'évaporation d'une telle sphère d'hydrogène soit insuffisant pour évaporer toute la masse en un milliard d'années (échelle de temps pour qu'ils soient encore observables aujourd'hui au sein des galaxies) conduit à

$$M > 10^{-7} \cdot M_\odot \cdot \left(\frac{T_s}{30 \text{ K}} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot \left(\frac{1 \text{ g cm}^{-3}}{\rho} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.35)$$

où ρ est leur densité, de l'ordre de 1 g cm^{-3} , et T_s leur température de surface.

Le halo sombre Il se pourrait donc, de façon plus générale, que cette matière noire distribuée dans un halo sphérique entourant les galaxies soit constituée d'objets appelés *MACHOS* pour *Massive Compact Halo Objects*, dont un exemple est la naine brune, étudiée plus haut. D'autres exemples de naines brunes sont les naines rouges ou les naines blanches. Le cas des naines rouges semble néanmoins peu probable après les études menées grâce au télescope Hubble, qui montrent que moins de 6% du halo pourrait être sous cette forme [Gould et al.]. Il faut bien comprendre que les MACHOs distribués dans le halo ont une importance pour la matière noire au niveau galactique, et pas aux échelles plus importantes : en effet, nous avons déjà vu page 16, quand j'ai décrit l'étude de la dynamique galactique, que les estimations les plus récentes donnent en gros un facteur 10 entre la masse lumineuse et la masse dynamique, résultant en une contribution $\Omega_m^{\text{Galaxie}} \simeq 0,03$, qui se trouve être inférieure aux limites imposées par des études à des échelles plus grandes, par exemple les amas galactiques, qui donnent $\Omega_m \simeq 0,3$; ainsi, même si les MACHOs expliquaient toute la matière noire galactique, ils n'expliqueraient pas la matière noire sur de plus grandes échelles, cf. page 21). Cependant, s'ils composaient toute la matière noire galactique, ils seraient tout à fait en mesure d'expliquer la différence entre la prédiction de la quantité de matière baryonique issue de la nucléosynthèse primordiale, et les mesures de masse lumineuse. Une étude récente, cf. [Zepf et al.], a effectué un comptage des étoiles résolues dans le halo de la galaxie NGC 5907, et montre que ce

nombre est très faible (une étoile détectée sur une centaine de prévues) devant celui escompté à partir d'un calcul se basant sur la population d'étoiles telles que nous la connaissons localement. Étant donné l'importance du halo, sa luminosité et sa couleur, cela conduit à la conclusion qu'il y a une très grande quantité de petites étoiles, de très faible luminosité, et que le rapport du nombre d'étoiles naines au nombre d'étoiles géantes est beaucoup plus important pour NGC 5907 que pour une galaxie comme la nôtre. Ainsi, il existerait une large population de galaxies presque invisibles qui contiennent trop peu d'étoiles géantes pour être découvertes. De plus, la densité en matière noire de ce type de galaxie est cent fois supérieure à celle des galaxies géantes. Il se pourrait donc que ces galaxies invisibles puissent expliquer, au moins en partie, la matière noire sur de grandes échelles.

Chapitre 2

L'effet de lentille gravitationnelle

Une naine brune ressemble fort à la planète Jupiter, sauf que cette dernière a un noyau dur alors que la naine brune n'en a pas. La naine brune n'émet donc pas de rayonnement, hormis un faible rayonnement infrarouge, mais qui est difficilement détectable sur terre, surtout sur les grandes distances. De plus, la relation masse-luminosité est assez incertaine dans ce régime pour que la partie des faibles masses de l'IMF soit encore faiblement contrainte même près du Soleil, et encore moins aux grandes distances où se trouve la matière noire prévue par les études dynamiques comme les courbes de rotation. La meilleure estimation de la contribution des objets de faible masse va nous être fournie par un étrange effet de la gravitation.

2.1 Historique de la découverte

En 1911, Einstein vit paraître son article intitulé « *Sur l'influence de la gravitation sur la propagation de la lumière.* », cf. [Einstein]. Nous pouvons y lire une magistrale démonstration que je reprends ici. Nous savons qu'un photon doit être affecté par la présence d'une masse. Voyons cela grâce à une petite expérience d'esprit. Imaginons un photon autour d'une masse, non affecté par cette dernière (c'est notre hypothèse) qui se désintègre en une particule qui tombe dans le champ gravitationnel, libérant une énergie potentielle que nous sommes en mesure de récupérer. A un moment, désintégrons la particule en un photon, qui remonte le champ gravitationnel sans perdre d'énergie lors de cette remontée, puisqu'on suppose qu'un photon n'est pas affecté par la présence d'une masse. Arrivé à un certain point, transformons ce photon en la particule d'origine : nous voyons que nous avons initié un processus de mouvement perpétuel. Formellement, cela donne : soit ν_1 la fréquence du premier photon,

$$m = \frac{h\nu_1}{c^2} \tag{2.1}$$

la masse de la particule, qui voyage une distance d vers la masse qui génère un champ gravitationnel g qui ne varie pas de façon significative sur la distance d , et ν_2 la fréquence du second photon ; alors,

en utilisant (2.1),

$$h\nu_1 + mgd = h\nu_2 \Rightarrow \nu_2 = \nu_1 \left(1 + \frac{gd}{c^2}\right) \Rightarrow z \equiv \frac{\nu_2 - \nu_1}{\nu_1} = \frac{gd}{c^2} \quad (2.2)$$

ce qui nous donne une formule pour le redshift vérifiée expérimentalement par Pound et Rebka en 1960, effet qu'illustre la figure 1.2.

La relation (2.2) peut aussi être interprétée en disant que la vitesse de la lumière qui, en dehors d'un champ gravitationnel est c devient

$$c_g = c \left(1 + \frac{\phi}{c^2}\right) \quad (2.3)$$

où ϕ est le potentiel gravitationnel. Ainsi, comme la vitesse de la lumière change dans un potentiel gravitationnel, nous voyons que la trajectoire d'un rayon lumineux doit aussi être modifier afin de satisfaire au principe de Fermat. Nous obtenons alors :

$$\alpha = \frac{4GM}{bc^2} \quad (2.4)$$

α est l'angle de déviation, m est la masse supposée ponctuelle, b le paramètre d'impact, cf. figure 2.1. Cet angle de déviation de la lumière passant à proximité d'une masse a été vérifié expérimentalement par Eddington en 1919 lors d'une éclipse solaire. On se référera à [Will] pour d'autres détails historiques.

Les lentilles gravitationnelles ont été observées la première fois à grande échelle par Walsh, Weedmann et Young en 1979 : c'était l'image double d'un quasar lointain engendré par la présence d'une galaxie sur la ligne de visée. L'angle de déflexion dépend du profil de densité de masse totale projeté sur le plan perpendiculaire à la ligne de visée. On peut donc, par la mesure de cet angle, en déduire la masse responsable de la déflexion. Dans tous les cas, ces mesures de masse confirment la présence d'une grande part de matière non lumineuse.

Nous garderons à l'esprit que l'effet étant purement géométrique, toutes les longueurs d'onde subissent la même déviation, et cela nous conduit donc à énoncer l'une des caractéristiques fondamentale du phénomène, « l'achromaticité », que l'on peut contrôler en faisant les observations dans deux filtres distincts, comme cela est fait dans AGAPE.

2.2 L'effet de microlentille gravitationnelle

Lors du passage d'un corps massif près de la ligne de visée entre un observateur et une étoile, la relativité générale prédit une courbure des rayons lumineux conduisant à une augmentation de la luminosité apparente de l'étoile : c'est l'effet de *microlentille gravitationnelle*. L'objet compact à l'origine de cette déviation lumineuse est appelé *lentille*, et l'étoile qui apparaît amplifiée est appelée *source*.

L'angle θ_E d'écart entre les deux images produites engendrées par la déviation lumineuse est extrêmement faible. Par exemple, pour une lentille l située dans le halo de notre galaxie, $D_{ol} = 8\text{kpc}$, et

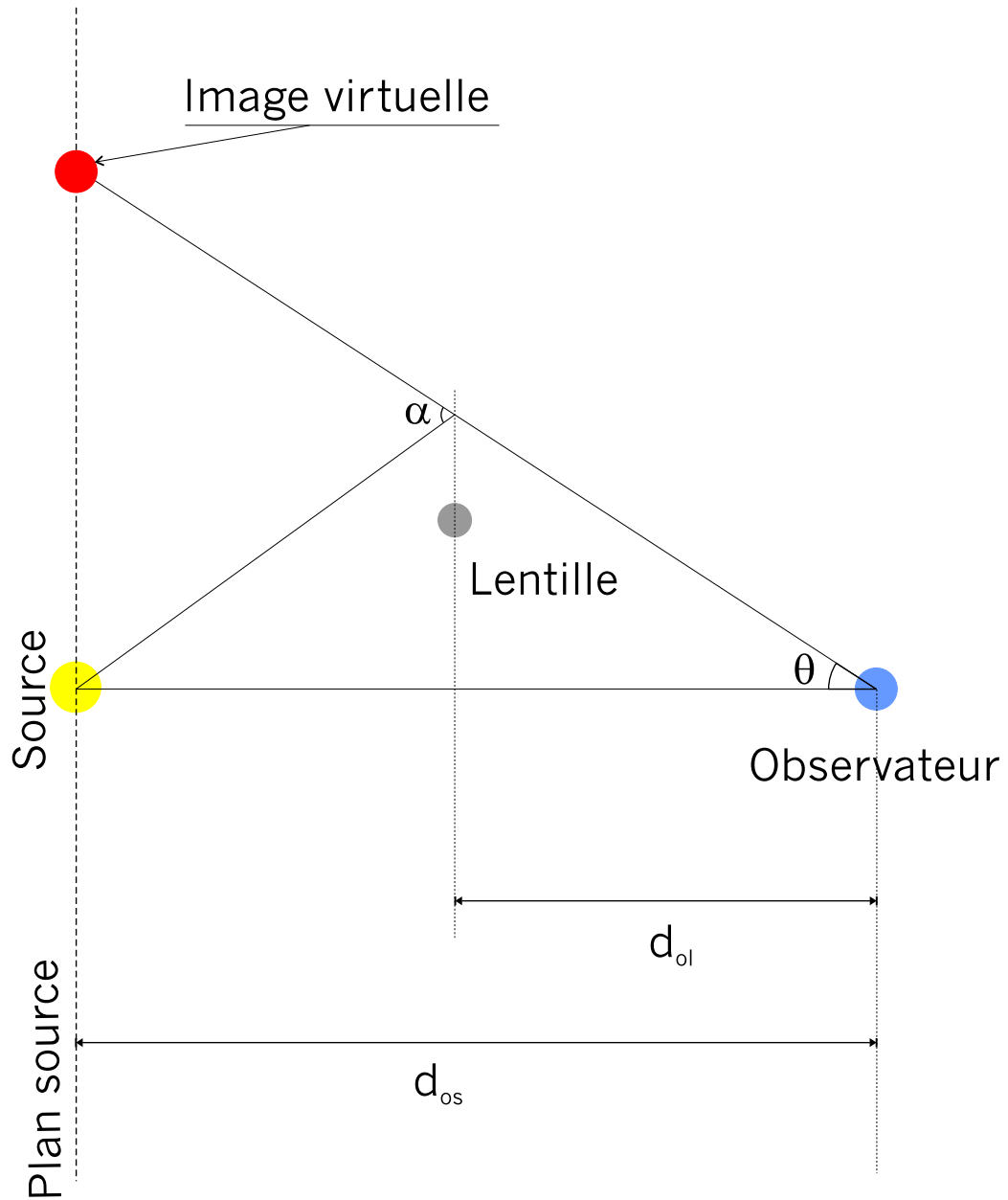


FIG. 2.1 – Nous voyons ici la déflexion d'un angle α , donné dans (2.4), des rayons lumineux émis par la source à cause de la présence du MACHO dont la masse déforme l'espace-temps. Il se produit alors une image virtuelle, en rouge ici. Lorsque le MACHO se trouve sur la ligne de visée, alors l'angle $\theta = \theta_e = \frac{R_E}{D_{ol}}$, et l'image virtuelle est un disque de rayon R_E , qui est prise comme distance caractéristique du système de microlentille considéré, et qui apparaît dans toutes les formules (sous cette forme ou sous la forme de $t_E \equiv \frac{R_E}{v_l}$). Les échelles ne sont pas respectées.

une source s située dans le Grand Nuage de Magellan, $D_{os} = 50\text{kpc}$, nous obtenons

$$\theta_E \simeq 10^{-3} \sqrt{\frac{M_l}{M_\odot}} \text{ arcsec} \ll 10^{-1} \text{ arcsec} \quad (2.5)$$

où 10^{-1}arcsec est la limite technique atteignable aujourd'hui pour la résolution angulaire. Ainsi, les deux images paraissent superposées, et leur luminosité se combine pour donner un effet *d'amplification de la luminosité apparente*. Mais ce n'est pas l'étoile qui émet plus de lumière, c'est nous qui en recevons plus.

De façon plus formelle, nous obtenons une amplification A qui est donnée par :

$$A(t) = \frac{2 + u^2(t)}{u(t)\sqrt{4 + u^2(t)}} \quad (2.6)$$

avec

$$u(t) = \frac{d(t)}{R_E} = \sqrt{\left(\frac{t - t_0}{t_E}\right)^2 + u_{min}^2} \quad (2.7)$$

où d est la distance entre la lentille et la ligne de visée, cf. figure 2.2. R_e est le *rayon d'Einstein* :

$$R_E = \sqrt{\frac{4GM_l}{c^2} \cdot \frac{d_{ol} \cdot d_{ls}}{d_{os}}} \quad (2.8)$$

où M_l est la masse de la lentille, d_{ls} est la distance entre la lentille et la source, d_{ol} la distance entre l'observateur et la lentille et d_{os} la distance entre l'observateur et la source, cf. figure 2.1. t_0 est le temps du maximum d'amplification, t_e est le temps d'Einstein qui se déduit de l'expression de R_e par l'introduction de la vitesse transverse v_l de la lentille^a

$$t_E = \frac{R_E}{v_l} \quad (2.9)$$

et u_{min} est le *paramètre d'impact*, i.e. le rapport entre la distance minimale d'approche et le rayon d'Einstein. Il est utile de réécrire le rayon d'Einstein sous la forme

$$R_E = \sqrt{\frac{4GM_l}{c^2} \cdot d_{os} \cdot x(1 - x)} \quad (2.10)$$

avec $x \equiv \frac{d_{ol}}{d_{os}} \Rightarrow x \in [0, 1]$. Nous avons par ailleurs

$$\theta_E \equiv \frac{R_E}{d_{ol}} \quad (2.11)$$

^aPour les objets du halo galactique, nous avons $v_l \simeq 220 \text{ km/s}$.

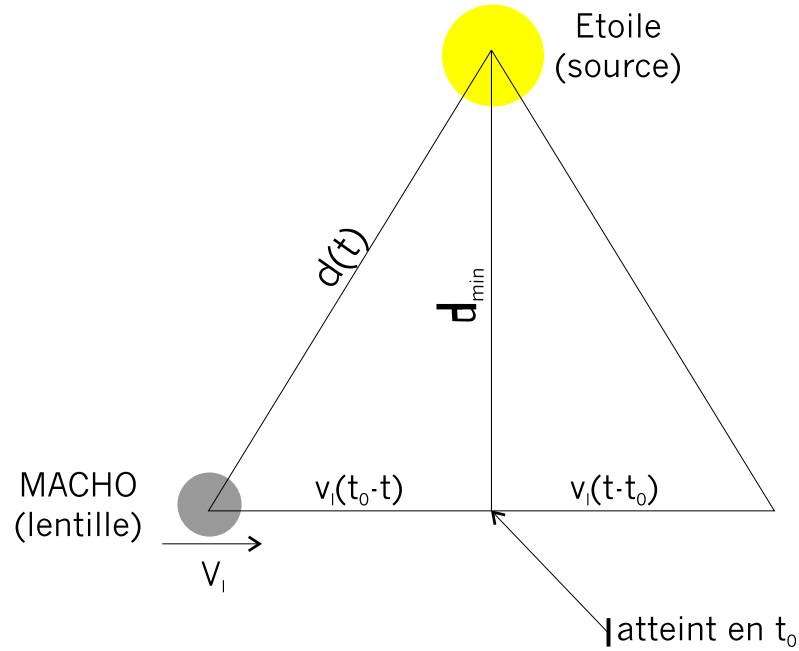


FIG. 2.2 – Nous voyons ici la disposition relative de la lentille et de la source. t_0 est l'instant du maximum d'amplification, et t l'instant où la lentille est à l'endroit où figure le cercle gris, sachant que le MACHO se déplace à la vitesse v_l dans la direction du vecteur vitesse indiqué ici. Nous voyons que la relation (2.7) se déduit de d en divisant par R_E et en utilisant le fait que $d(t) = v_l \cdot t$ et $R_E = v_l \cdot t_E$. R_E est une grandeur fixe, invariante dans le temps, qui ne dépend que des paramètres, et qui est donné par (2.8).

ce qui nous donne directement l'équation (2.5).

Il est remarquable que l'expression de R_E fasse intervenir le rayon de Schwarzschild de la lentille

$$\frac{GM_l}{c^2} \quad (2.12)$$

qui représente le rayon que la lentille c'était un trou noir !

Lorsqu'une masse ponctuelle se trouve exactement sur la ligne de visée entre un observateur et une étoile, l'image obtenue n'est plus celle d'une étoile ponctuelle mais un anneau lumineux de rayon R_E . Il se trouve que ce rayon R_E est la valeur de la distance d en dessous de laquelle l'amplification A est supérieure à un facteur $\simeq 1,3$:

$$d = R_E \Rightarrow u = 1 \Rightarrow A = 1,3. \quad (2.13)$$

Courbe de lumière

Nous avons montré comment un objet massif pouvait amplifier la luminosité apparente d'une étoile en passant à proximité de la ligne de visée qui nous relie à l'étoile. Ainsi, en suivant dans le temps le

flux ϕ reçu d'une étoile, i.e. la *courbe de lumière*, appartenant à une galaxie lointaine, il est possible de détecter les naines brunes du halo qui approchent la ligne de visée. En effet, l'équation de base est :

$$\phi_{\text{pixel}}(t) = \phi_{\text{fond}} + (A(t) - 1) \cdot \phi_{\star} \cdot f_s(t) \quad (2.14)$$

où f_s est la fonction qui rend-compte de la perte, dans un pixel donné, du flux émis par l'étoile à cause du *seeing*^b que nous verrons plus en détails au chapitre 4, où nous travaillerons aussi sur la justification de cette équation.

2.2.1 La profondeur optique

Une autre quantité importante est la *profondeur optique* τ qui est la probabilité qu'une étoile donnée subisse un effet de microlentille significatif à un instant donné, i.e. la probabilité pour que quelque-part le long de la ligne de visée se trouve un MACHO à une distance inférieure à R_E de cette ligne ; j'appelle « disque d'amplification minimale » le disque virtuel de rayon R_E qui entoure la source. Comme R_E varie avec la distance d_{ol} entre l'observateur et la lentille, nous sommes conduits à calculer le nombre instantané de lentilles présentes dans un « tube » représenté dans la figure 2.3 et dont la forme est déterminé par (2.10) où on fait varier x entre 0 et 1. La profondeur optique s'écrit alors, en utilisant notamment la formule (2.10),

$$\tau \equiv \int_0^{d_{os}} n(d_{ol}) \pi R_E^2(d_{ol}) d(d_{ol}) = \int_0^1 \frac{\rho(x)}{M_l} \pi R_E^2(x) d_{os} dx = \int_0^1 \frac{4\pi G}{c^2} \rho(x) d_{os}^2 x (1-x) dx \quad (2.15)$$

où nous avons le nombre densité donné par n , et M_l la masse typique des MACHOs (qui jouent ici le rôle de lentille) qui nous permet d'écrire $n = \rho/M_l$ avec la densité de masse de MACHOs ρ . Une autre interprétation, équivalente, de la profondeur optique est qu'elle représente le rapport entre la surface de ciel observé couverte par les disques d'amplification minimale centrés sur les lentilles, et la surface totale du ciel observé. En effet, à partir du premier terme de l'équation (2.15), en utilisant la relation (2.11), nous avons

$$\tau \equiv \frac{1}{d\Omega_{\text{observé}}} \int n(d_{ol}) d\omega_l dV \quad (2.16)$$

avec $n \equiv \frac{dN}{dV}$ où N est le nombre de lentilles et V le volume observé (n est supposé constant sur toute la surface observée et ne dépend que de d_{ol}), $dV = dS_{\text{observé}} \cdot d(d_{ol}) = d\Omega_{\text{observé}} \cdot d_{ol}^2 \cdot d(d_{ol})$, et $d\omega_l = \frac{\pi R_E^2(d_{ol})}{d_{ol}^2}$ est l'angle solide couvert par le disque entourant la lentille ($d\omega_l$ dépend donc de d_{ol}) ; 2.16 représente bien ce qui était annoncé : le rapport entre l'angle solide couvert par l'ensemble des lentilles (donné par l'intégrale) et l'angle solide de ciel observé.

Afin de donner des ordres de grandeur, si nous prenons une distribution de masse du type

$$\rho(r) = \frac{\rho_0 \cdot (a^2 + R^2)}{a^2 + r^2} \quad (2.17)$$

^bVoir annexe G.

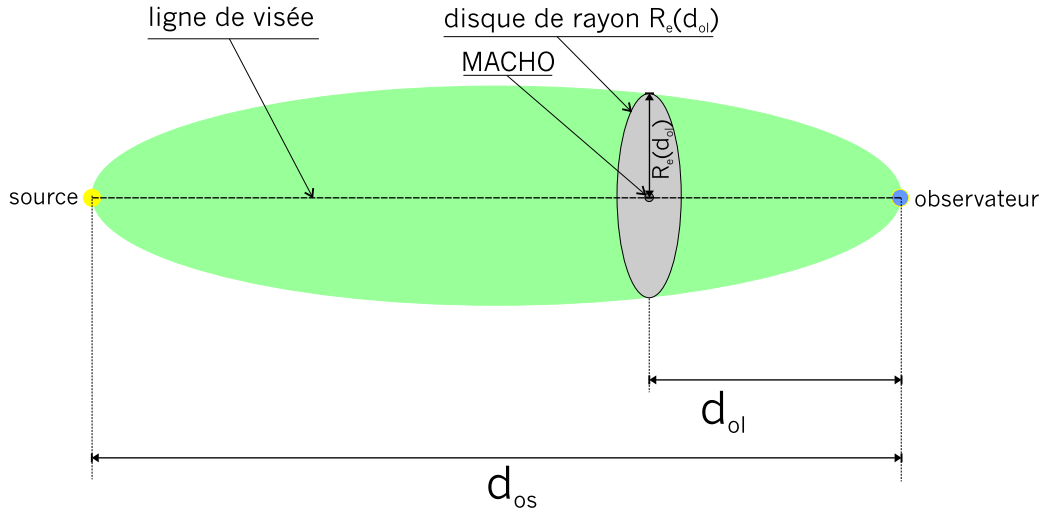


FIG. 2.3 – Représente le « tube » dans lequel une lentille MACHO de masse déterminée engendrerait une amplification supérieure à $A = 1,3$ (cf. relation 2.13) du flux apparent de l'étoile source pour l'observateur. La profondeur optique correspond au nombre de MACHOS présent dans ce tube à chaque instant. Ce nombre dépend du modèle de distribution de matière noire, i.e. le modèle du halo.

où r est la distance à la Terre, l'observateur, a est le rayon du noyau galactique, ρ_0 la densité locale de matière noire dans le système solaire, et R la distance entre l'observateur et le centre galactique. Avec des valeurs typiques de $\rho_0 = 0,3 \text{ GeV cm}^{-3} = 7,9 \times 10^{-3} M_\odot \cdot \text{pc}^{-3}$, $a = 5,6 \text{ kpc}$ et $R = 8,5 \text{ kpc}$, nous obtenons, pour le modèle de halo sphérique donné dans (2.17), une profondeur optique $\tau_o = 5 \times 10^{-7}$ pour le LMC et $\tau = 7 \times 10^{-7}$ pour le SMC. La profondeur optique n'est qu'une mesure de probabilité de présence d'un MACHO assez proche de la ligne de visée entre nous et l'étoile, et ne tient pas compte du mouvement des sources et des lentilles : c'est une estimation statique ; une prise en compte des effets dynamiques se trouve dans [Nemiroff 1994].

A propos de la profondeur optique, je montrerai dans la section 3.1.4 que l'inclinaison de M31 sur son petit axe elliptique permet d'avoir une profondeur optique significativement différente d'un bout à l'autre de cet axe, et la présence éventuelle de ce gradient du nombre d'événements détectés constitue un bon test pour savoir si les événements que l'on observe sont bien des effets de microlentille.

2.2.2 Le taux d'événements

Pour finir, je vais introduire un outil qui est aussi très utile dans nos observations, le taux d'événements Γ ; je reprendrai pour cela l'explication de [Peacock, page 120], et on pourra consulter [Jetzer 1998, page 85]. Comment relier le taux d'événements qui a la dimension inverse du temps, avec la profondeur optique, qui est une simple probabilité, un instantané :

- Γ est, pour une source, le nombre d'événements subissant, à un temps t_0 dans un certain intervalle de temps $t_1 - t_2$, une amplification maximale $A(t_0)$ supérieure à une certaine limite A_{lim} , i.e. il

- faut que $\exists t_0 \in [t_1, t_2] / A(t_0) > A_{lim}$;
- τ est, pour une source, le nombre instantané d'amplifications supérieures à une certaine limite ; c'est de façon équivalente le rapport entre l'angle solide des disques d'amplification des lentilles et l'angle solide observé.

Une simple analyse dimensionnelle nous donne $\Gamma \propto \frac{\tau}{\langle t_r \rangle}$ où $\langle t_r \rangle$ est le temps moyen passé dans le « tube », et en particulier on a $\langle t_r \rangle = \langle t_E \rangle$ quand nous considérons le tube d'amplification lié au rayon d'Einstein R_E qui conduit à $A > 1, 3$.

De façon plus précise, afin que l'amplification soit supérieure à A_{lim} , il faut que la lentille se trouve dans un disque de rayon $r_{lim} = R_E \cdot u_{lim}$ avec $u_{lim} = A^{-1}(A_{lim})$, cf. formule (2.6), centré sur la source. Nous pouvons nous figurer que c'est la source qui bouge et que les lentilles restent fixes. Dans ce cas, la source parcourt dans un temps t une surface $S(t) = 2 \cdot r_{lim} \cdot \langle v_l \rangle \cdot t$ où nous avons tenu compte du fait que v_l n'est pas constant, et qu'observationnellement il est plus approprié d'utiliser la moyenne des vitesses de lentille $\langle v_l \rangle$. Or nous savons que le rapport entre l'angle solide couvert par les disques d'amplification des lentilles et l'angle solide du ciel observé est donné par τ , donc le nombre de lentille contenues dans S par unité de temps est donné par^c

$$\Gamma = \frac{S(t)}{t} \frac{\tau}{\pi R_E^2} = \frac{2 \cdot u_{lim} \cdot \langle v_l \rangle \cdot \tau}{\pi \cdot R_E} = \frac{2 \cdot u_{lim} \cdot \tau}{\pi \cdot \langle t_E \rangle}. \quad (2.18)$$

L'usage de Γ permet de trouver un estimateur $\bar{\tau}$ de τ , cf. [Gondolo],

$$\bar{\tau} = \frac{\pi}{2 \cdot N_{\star} \cdot T} \sum_i \frac{t_E}{\epsilon(t_E)} \quad (2.19)$$

où $\bar{\tau}$ est la profondeur optique moyennée sur toutes les sources observées, la somme étant effectuée sur les événements observés, et ϵ est l'efficacité de détection (normalisée sur le disque d'amplification minimale de rayon R_E) qui est fonction du temps d'Einstein t_E , ce dernier étant déterminé par un ajustement aux courbes de lumière.

2.3 Application

La recherche d'événements de microlentille gravitationnelle afin d'évaluer statistiquement la contribution d'objets de types MACHOS à la matière noire galactique repose sur le suivi du flux reçu d'étoiles lointaines. La probabilité, par étoile surveillée, que se produise une amplification détectable étant très faible, $\tau_0 \simeq 10^{-6}$ pour un halo noir constitué entièrement de naines brunes, il faut recourir à la surveillance de millions d'étoiles. Ensuite, il faut comparer le nombre d'événements détectés au nombre qu'on aurait dû détecter dans un modèle de halo particulier ayant une composante donnée de matière noire sous forme de MACHOS ; ce genre de modèle est donné, par exemple, par la relation (2.17). Cela permet d'évaluer la pertinence des modèles, et ainsi de fournir des limites à la contribution des MACHOS.

^c $\Gamma \simeq \frac{N_{\star}}{t}$ et $\frac{N_{\star}}{S} = \frac{S_{\star}(\pi R_E^2)}{S}$ et $\frac{S_{\star}}{S} = \tau$, avec N_{\star} le nombre de lentilles dans le tube, et S_{\star} la surface (l'angle solide) de l'ensemble de ces lentilles, et S la surface (l'angle solide) de ciel observée.

Paczynski, en 1986, cf. [Paczynski 1986], a montré que l'effet de microlentille permet la détection de MACHOs localisés dans le halo galactique pour des masses satisfaisant

$$10^{-7} < \frac{M}{M_{\odot}} < 1, \quad (2.20)$$

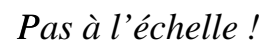
ainsi que des MACHOS appartenant au disque ou au bulbe de notre Galaxie, cf. [Paczynski 1991] & [Griest]. Dans [Paczynski 1999], nous pouvons lire que le plus grand apport du travail sur la recherche observationnelle d'effets de microlentille gravitationnelle pour sonder la matière noire fut le fait de montrer qu'il était possible de surveiller des millions d'étoiles chaque nuit avec des instruments de petite taille. Il faut en effet comprendre que les analyses ne donnent que des conclusions modestes sur la composition du halo, et ce à cause de l'impossibilité de véritablement discriminer entre différents modèles de ce dernier. Cependant, il existe un consensus sur le fait que le halo de notre galaxie n'est pas composée à 100% de MACHOs, mais l'est même en faible proportion de, nous le verrons, 20% environ, avec des objets de $0,2 M_{\odot}$ environ ; nous retiendrons cependant que ce type de masse est difficilement réconciliable avec d'autres contraintes sur les candidats à la matière noire baryonique, cf. [Carr], et qu'il est possible de rendre-compte de tous les événements détectés sans faire intervenir le halo galactique, mais uniquement le LMC (effet de microlentille du LMC sur lui-même), cf. [Evans & Kerins].

Depuis la première proposition, les campagnes d'observation se sont rapidement mises en place, et cette idée s'est transformée en un véritable outil d'investigation en cosmob. Les résultats évoluent rapidement, mais nous avons tout de même atteint un point où certains faits vont probablement rester avérés. La figure 2.4 résume les cibles des différentes collaborations que je vais décrire succinctement.

2.3.1 Observations vers le SMC et le LMC

La recherche d'événements de microlentille en direction du Grand et du Petit Nuage de Magellan (LMC et SMC) permet de tester la présence d'un halo de matière noire composée de MACHOs entourant notre Galaxie, ces deux amas d'étoiles étant plongés dans notre halo. L'intérêt d'observer ces deux petites galaxies réside dans le fait que la profondeur optique doit être la même en direction de ces deux derniers si le halo est composé de lentilles MACHOs, et la proximité de ces galaxies permet d'accéder à un très grand nombre d'étoiles résolues.

La collaboration française EROS [Aubourg et al. 1993] annonça la découverte de deux candidats microlentille, ainsi que la collaboration australo-américaine MACHO [Alcock et al. 1993] avec un candidat en observant des étoiles du LMC ou Grand Nuage de Magellan, situé à environ 50 kpc de nous. Ces deux collaborations s'accordent en gros pour établir une limite supérieure de 50% quant-à la contribution à la masse du halo des MACHOS de masse $0,46^{+0,30}_{-0,17} M_{\odot}$ en faisant l'hypothèse d'un halo de forme sphérique. Les masses très faibles $5 \cdot 10^{-8} < M/M_{\odot} < 2 \cdot 10^{-2}$ semblent contribuer très peu au halo, avec une limite supérieure de 20% de la masse totale. Les observations continuent, notamment en direction du SMC ou Petit Nuage de Magellan, cf. [Lasserre 1999], situé à la même distance que le LMC, pour MACHO, et l'équipe d'EROS exploite en ce moment les résultats obtenus sur leur télescope de 1m au Chili avec comme nom de code EROS-II, que je vais maintenant décrire plus en détails en me basant sur [Ansari et al. 1999(2)] et [Lasserre 1999].



Yann Le Du

La collaboration EROS

La collaboration EROS utilise le télescope MARLY ($D = 1$ m, $f/5$), basé à l'ESO (European Southern Observatory), La Silla, Chili. Il est équipé de 2×8 caméras CCD 2048×2048 pixels, 8 en rectangle sur chaque plan focal, chaque pixel couvrant 0,6 arcsec, soit une couverture de $0,7^\circ \times 1,4^\circ$. Le *seeing* typique est de 2 arcsec. Le télescope mis au point pour EROS-II est installé sur le site d'observation depuis juin 1996.

Les critères de sélection sont détaillés dans [Derue], mais il suffit de retenir qu'EROS sélectionne des courbes de lumière avec une seule bosse, présente simultanément dans les deux couleurs. De plus, il y a un critère sur le χ^2 de l'ajustement d'une courbe théorique (cf. section 5.1).

Vers le LMC, EROS observe 43 champs correspondant à 25 degrés² répartis dans une zone de 45 degrés², avec un suivi de 17,5 millions d'étoiles de 1996 à 1998 (période dont l'analyse a été effectuée), et un échantillonnage de un point tous les 5 à 6 jours. Il y a environ 90 images dans chaque champ, dans les deux filtres. L'analyse dévoile deux candidats vers le LMC dans ces deux années de données déjà traitées, dont les courbes de lumière sont données dans la figure 2.6. Les conséquences de ces résultats, combinés avec ceux provenant des analyses qui ont précédé, sont résumés dans la figure 2.5. Tout indique que le modèle de halo minimal composé uniquement de naines brunes est inadéquat, cf. [Lasserre 2000], et qu'en tous cas la contribution des objets de masse comprise entre $10^{-7} M_\odot$ et $10^{-1} M_\odot$ est négligeable.

La collaboration MACHO

La collaboration américaine MACHO a publié ses résultats d'analyse sur le LMC, cf. [Alcock et al. 2000]. L'analyse de presque six années de prise de données, constituant le suivi photométrique de 11,9 millions d'étoiles dans le LMC, avec des champs d'observation donnés dans la figure 2.7, révèle l'existence de 13 à 17 événements de microlentille gravitationnelle.

Ce résultat est significativement plus élevé que les 2 à 4 événements attendus pour les effets de lentille étoile-étoile avec les populations connues. Avec des durées allant de 34 à 230 jours, la profondeur optique en direction du LMC pour des événements dont la durée s'étend de 2 à 400 jours est $\tau_2^{400} = 1,2_{-0,3}^{+0,4} \times 10^7$, avec des erreurs systématiques à ajouter de 20% à 30%. La distribution spatiale n'est pas compatible avec des événements disque-disque, mais rend bien compte d'une distribution étendue de lentilles attendue dans le cas d'un halo pour la Voie Lactée ou le LMC. Cela conduit à une proportion de 20% de matière noire sous forme de MACHOs pour la masse du halo dans le cadre d'une interprétation de matière noire galactique, avec un intervalle de confiance de 95% allant de 8% à 50% de la masse du halo. MACHO exclue une contribution de 100% au halo avec un degré de confiance de 95%, tout cela avec une analyse par maximum de vraisemblance. La masse des MACHOs se situe entre 0,1 et 0,6 M_\odot , et qui varie avec le modèle de halo, mais avec 0,2 M_\odot comme masse la plus probable. Les résultats concernant la fraction de halo et la masse des MACHOs pour le modèle standard, dont la forme est donnée par (2.17), utilisé par la collaboration sont donnés figure 2.8.

Leur analyse s'appuie sur deux sélections indépendantes, la première étant très semblable qualitativement à celle que nous avons appliquée à AGAPE, et donc assez rigide, et la seconde permettant

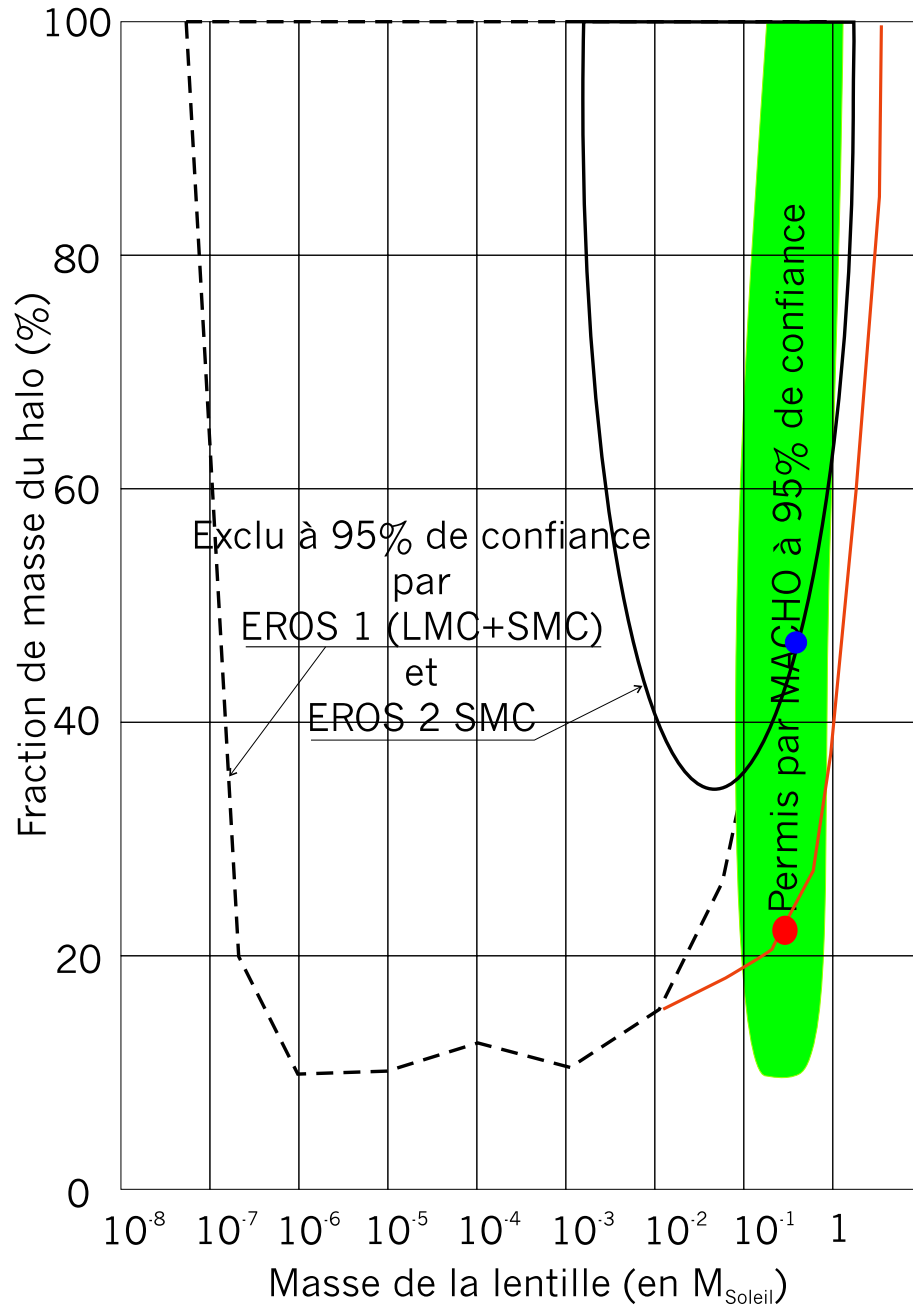


FIG. 2.5 – Nous voyons ici les résultats des analyses actuels des données des collaborations EROS et MACHO : le point bleu correspond à la meilleure estimation combinée, i.e. $0,5 M_{\odot}$ pour 20% du halo. Il s'agit de diagrammes d'exclusion à 95% de confiance, avec un modèle de halo (voir la relation 2.17) standard ($4 \times 10^{11} M_{\odot}$ à l'intérieur de 50 kpc). Les références sont [Alcock et al. 2000] et [Renault et al.].

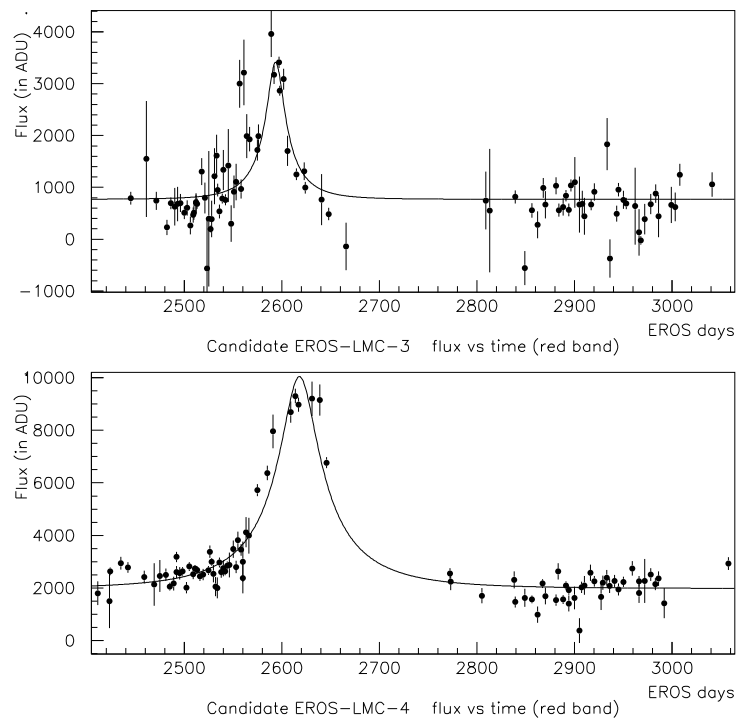


FIG. 2.6 – Ici sont représentées les courbes de lumière de deux candidats EROS retenus sur trois, cf. [Ansari et al. 2000 (2)]. Ces courbes de lumière sont qualitativement semblables à celles obtenues par AGAPE, cf. chapitre 6.

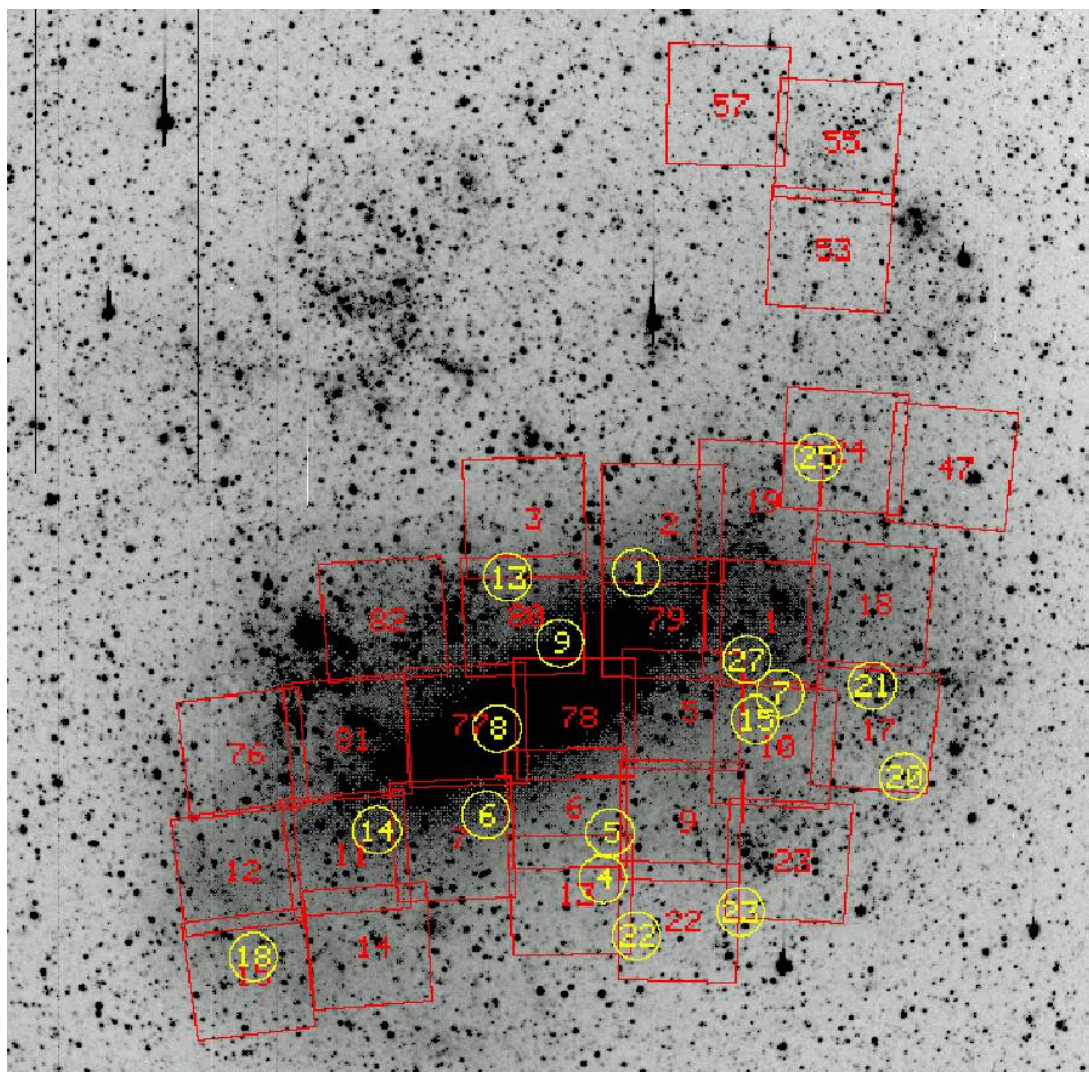


FIG. 2.7 – position des champs d’analyse de la collaboration MACHO, cf. [Alcock et al. 2000].

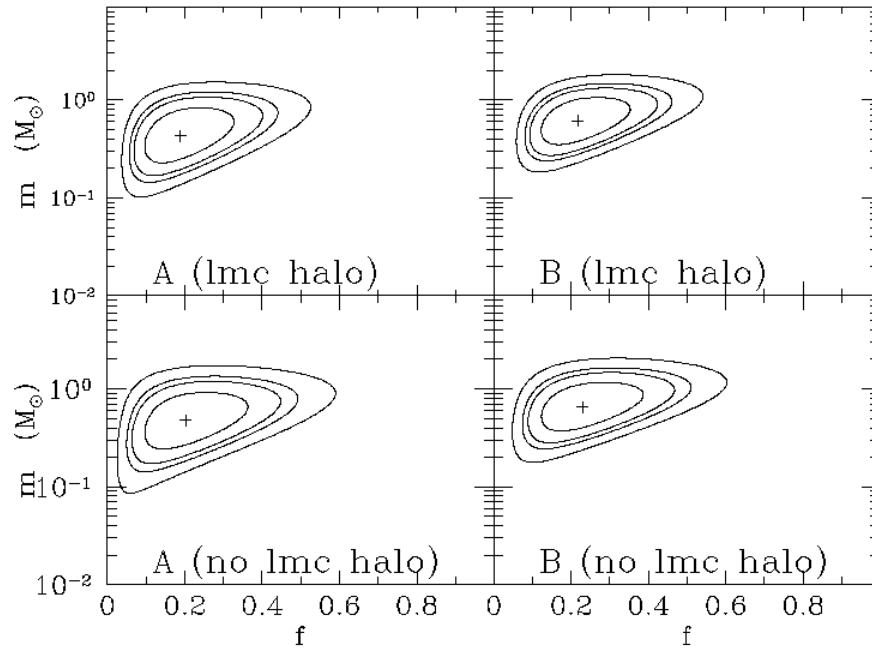


FIG. 2.8 – Contour de vraisemblance pour la masse m des MACHOs et la fraction de halo f pour le modèle S de l’analyse de la collaboration MACHO présentée dans [Alcock et al. 2000].

une plus grande souplesse pour la détection d’événements plus exotiques. La figure 2.9 montre trois exemples de courbes de lumière retenues par l’analyse rigide, et nous pouvons apprécier l’excellent échantillonnage des données dans les deux filtres.

2.3.2 Vers le centre galactique

En direction du bulbe galactique, c’est l’équipe Américano-Polonaise OGLE qui annonça son premier événement en septembre 1993, cf. [Udalski et al. 1993]. Ils semblent avoir mis en évidence l’existence d’une barre dans le centre galactique (cf. discussion qui précède sur EROS). Depuis, ils ont découvert 18 événements de microlentille dans les données de 1992-1995, avec un événement binaire. Leur estimation de la profondeur optique en direction du bulbe est , cf. [Udalski et al. 1994]

$$\tau = (3, 3 \pm 1, 2) \times 10^{-6}$$

qui doit être comparée avec les valeurs théoriques, cf. [Paczynski 1991] et [Griest], qui est plus faible, mais qui ne tient pas compte des effets dus aux lentilles du bulbe lui-même, qui pourraient fort bien expliquer la différence, cf. [Kiraga]. Il y a donc une barre dans le centre galactique. Depuis, l’équipe OGLE, avec OGLE-II, prend des données à l’observatoire Las Campanas avec un télescope de 1,3 mètres, qui sert aussi bien pour observer le bulbe que le SMC et le LMC.

L’équipe française DUO, cf. [Alard 1997], a trouvé 12 événements, dont un binaire, en observant le bulbe galactique en 1994 avec le télescope ESO Schmidt de 1 mètre. Les plaques photographiques ont été prises dans deux couleurs pour tester l’achromaticité.

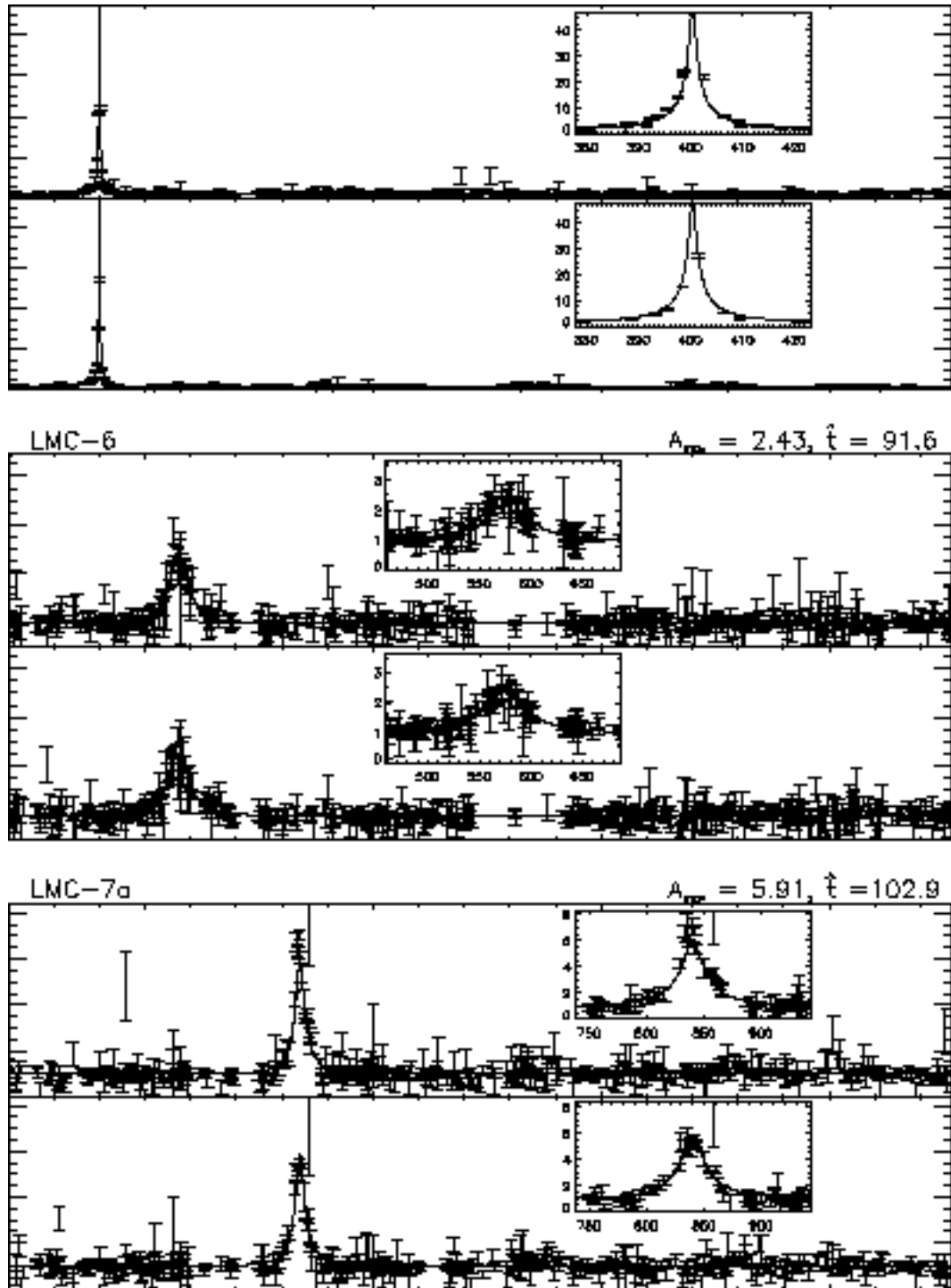


FIG. 2.9 – Nous voyons ici des exemples de courbes de lumière pour trois événements retenus dans l'analyse MACHO, cf. [Alcock et al. 2000], chacun étant donné, de haut en bas, en filtre R et B.

La collaboration MACHO[Alcock et al. 1997] a trouvé plus de 150 événements en direction du bulbe, qui font partie du système d'alerte longue durée^d. Ils ont aussi trouvé des événements en direction du bras galactique dans la région de Gamma Scutum. Ils trouvent une profondeur optique

$$\tau = (2,43^{+0,54}_{-0,45}) \times 10^{-6}$$

qui est en accord avec le résultat de OGLE, qui confirme l'existence d'une barre.

La collaboration EROS et le plan galactique

Depuis les premières découvertes d'événements de microlentille gravitationnelle, cf. [Aubourg et al. 1993] [Alcock et al. 1993] et [Udalski et al. 1993], des centaines d'événements ont été détectés en direction du bulbe galactique, alors que seulement quelques événements, entre 10 et 20, l'ont été en direction des nuages de Magellan. Le taux d'événements observé en direction des nuages de Magellan (LMC et SMC) sont significativement plus faibles que ceux attendus en se fondant sur un modèle de halo standard composé de naines brunes, ou MACHOs. En revanche, le grand nombre d'événements observés en direction du bulbe, cf. [Udalski et al. 1994] et [Alcock et al. 1997 (1)], ont conduit à l'hypothèse de l'existence d'une structure en forme de barre pour notre Galaxie, hypothèse avérée par différentes observations : taux d'événements de microlentille, mesures photométriques, cf. [Dwek et al.], cinématique des étoiles et des gaz, cf. [Udalski et al. 1994] et [Zhao et al.] et comptage d'étoiles, cf. [Stanek et al.]. EROS-II a notamment été construit afin de séparer les contributions des différentes composantes galactique (disque ; barre et halo).

29 champs du plan galactique sont observés, cf. [Ansari et al. 1999(2)] et [Derue], dans quatre directions γ_{Sct} , γ_{Nor} , β_{Sct} , θ_{Mus} , correspondant à une large bande de longitudes. Il y eut 9 millions de courbes de lumière traitées, soit trois années de données entre 1996 et 1998. Il existe sept courbes de lumière qui satisfont à tous les critères, et leurs caractéristiques sont données dans la figure 2.10. En conclusion, ces données montrent que la profondeur optique combinée dans les quatre directions est

$$\tau = 0,45^{+0,24}_{-0,11} \times 10^{-6}$$

avec un excès significatif dans une direction, γ_{Sct} , qui est en accord avec la présence d'une barre, mais d'autres données, notamment pour fournir des mesures indépendantes des distances des étoiles sources^e, sont nécessaires pour aller plus loin.

2.3.3 La galaxie M31 d'Andromède

La profondeur optique en direction de cette galaxie lointaine est de l'ordre de celle obtenue pour notre propre Galaxie, $\tau_0 \simeq 10^{-6}$ (cf. [Crotts 1991], [Baillon et al. 1993] et [Jetzer 1994]). De plus, nous aurons l'occasion de le revoir à la section 3.1.1, M31 est en dehors de notre propre halo et en

^dCe système permet de suivre les courbes de lumière d'événements intéressants tout au long des prises de données, de façon dynamique.

^eSi les sources sont nettement plus loin que ce qui a été déduit des mesures, alors l'excès de profondeur optique est explicable sans faire appel à une barre.

Candidate	GSA1	GSA2	GSA3	GSA4
field	γ <i>Scl</i>	γ <i>Nor</i>	γ <i>Nor</i>	γ <i>Scl</i>
α (h:m:s)	18:29:09.0	16:11:50.2	16:16:26.7	18:32:26.0
δ (d:m:s)	-14:15:09	-52:56:49	-54:37:49	-12:56:04
$R_{EROS} - V_{EROS}$	17.7 - 20.7	17.8 - 19.4	17.5 - 18.6	17.1 - 17.9
$\Delta t = R_E/V_T$ (days)	73.5 ± 1.4	98.3 ± 0.9	70.0 ± 2.0	23.9 ± 1.1
Max. magnification	26.5 ± 0.6	3.05 ± 0.02	1.89 ± 0.01	1.72 ± 0.02
χ^2 of best fit	185.7/163	551/425	445/427	337/195
contribution to τ ($\times 10^6$)	0.51	0.15	0.12	0.30

Candidate	GSA5	GSA6	GSA7
field	γ <i>Scl</i>	γ <i>Scl</i>	γ <i>Scl</i>
α (h:m:s)	18:32:12.0	18:33:56.7	18:34:10.0
δ (d:m:s)	-12:55:16	-14:33:52	-14:03:40
$R_{EROS} - V_{EROS}$	17.9 - 19.9	17.2 - 18.5	17.5 - 18.7
$\Delta t = R_E/V_T$ (days)	59.0 ± 5.5	37.9 ± 5.0	6.20 ± 0.50
Max. magnification	1.71 ± 0.03	1.35 ± 0.02	2.70 ± 0.30
χ^2 of best fit	122/186	104/170	87 / 181
contribution to τ ($\times 10^6$)	0.44	0.35	0.22

FIG. 2.10 – Caractéristiques des sept candidats EROS nommés GSA1 à GSA7, avec la contribution à la profondeur optique.

possède un aussi, ce qui permet de détecter non seulement les éventuels MACHOS de notre halo mais aussi de celui de M31.

Ce sont deux équipes qui se partagent cette cible : celle de VATT/COLUMBIA (cf. [Crotts 1996]), qui utilise le télescope de 1,8 mètres du Vatican, et le télescope de 4 mètres du KPNO, et AGAPE ! Il faut pour ce type d'observation de galaxie lointaine, faire usage d'une nouvelle méthode que je décrirai au prochain chapitre.

Chapitre 3

La méthode expérimentale

Nous avons montré le mécanisme de base qui permet de comprendre comment peut se produire une amplification de la luminosité apparente d'une étoile par effet de microlentille gravitationnelle, et nous avons donné les résultats concernant les différentes recherches de ce type d'effet dans le but de sonder la présence de MACHOs dans le halo de galactique. Tout converge vers une représentation d'un halo composé à 20% au plus de MACHOs de masse $0,5 M_{\odot}$, et un rejet des masses comprises entre environ $10^{-7} M_{\odot}$ et $10^{-1} M_{\odot}$.

La recherche d'objets de type MACHO est la raison d'être d'AGAPE, mais au contraire des méthodes traditionnelles basées sur le suivi de millions d'étoiles résolues, à la recherche d'une amplification lumineuse éventuellement due au passage d'un MACHO à proximité de la ligne de visée, AGAPE a développé une méthode originale, dite « méthode des pixels », cf. [Baillon et al. 1992] et [Baillon et al. 1993], qui permet de s'affranchir de la nécessité d'observer des étoiles résolues, et donc proches, et cela lui permet d'avoir une statistique d'événements potentiellement plus intéressante. Nous allons donc maintenant voir ce qu'est cette méthode des pixels, et ce que cela implique sur les paramètres observables et sur notre sensibilité. Nous appliquerons ensuite cette méthode sur les données acquises durant les trois années 1994 à 1996 sur le Télescope Bernard Lyot (ci-après TBL) de 2 m situé au Pic du Midi, dans les Pyrénées, et auxquelles j'ai pris part en 1995 et 1996. Nous verrons plus tard comment nous avons complété ces données par celles acquises en 1998 sur le télescope de 1,3 m Michigan-Dartmouth-M.I.T. (ci-après MDM) situé à Kitt Peak en Arizona^a, auxquelles j'ai pris part en 1998.

3.1 La méthode des pixels

Nous avons vu que les MACHOS pouvaient trahir leur présence si leur trajectoire passe proche de la ligne de visée entre un observateur et une étoile, et cela grâce au phénomène de microlentille gravitationnelle. Dans ce but, AGAPE utilise une approche originale. La méthode directe d'application de l'effet de microlentille gravitationnelle consiste à suivre la luminosité d'*étoiles résolues*^a qui sont des étoiles que nous pouvons distinguer clairement du fond lumineux ambiant. C'est ce que

^aLa prise de données sur ce télescope s'est poursuivie en 1999 et continue encore en 2000, cf. chapitre 6.

^aNous aborderons cette notion de façon plus détaillée au chapitre 3.

font les collaborations EROS et MACHO par exemple. En suivant le flux lumineux que le télescope reçoit de ces étoiles, il est possible de mettre en évidence une éventuelle amplification lumineuse due au passage d'un corps massif, une naine brune par exemple, à proximité de la ligne de visée entre le télescope et l'étoile, cf. page 34. Nous savons que ce genre d'événement est très rare, et cela impose de suivre un nombre considérable d'étoiles résolues pour avoir une petite chance de détecter une telle amplification, l'ordre de grandeur étant le million.

Avec un télescope donné, nous le verrons ultérieurement, nous n'avons accès qu'à une certaine résolution, ce qui limite l'horizon possible d'observation d'étoiles résolues : pour qu'une étoile soit résolue, il faut qu'elle soit assez proche, ou assez forte (ce qui revient au même) pour qu'on puisse la distinguer du fond lumineux^b. De plus, la densité d'étoiles doit être très importante, car le champ d'observation d'un télescope, i.e. la taille angulaire du ciel qu'un télescope couvre dans un cliché, est limitée, et il faut observer un grand nombre d'étoiles. Cette haute densité d'étoiles va elle-même contribuer à limiter le pouvoir de résolution, car nous faisons alors face à des champs dits « champs encombrés » où il est à craindre des effets de *blending* (mélange), qui s'ajoutent au problème de l'augmentation du fond lumineux et donc du bruit. Cela conduit donc les équipes qui utilisent cette méthode d'observation directe à prendre des clichés de galaxies (haute densité d'étoiles) proches (étoiles résolues), mais en essayant tout de même d'avoir une distance raisonnable entre les étoiles afin de ne pas trop souffrir du *blending*.

Évaluation des distances des objets à observer

Un petit calcul nous donnera une idée des ordres de grandeur qui interviennent : considérons deux astres séparés d'une distance d et situés dans un plan perpendiculaire à la direction d'observation, et appelons D la distance entre l'observateur et le plan en question. La distance angulaire α entre ces deux étoiles est donnée par :

$$\alpha = 2 \times \arctan\left(\frac{d/2}{D}\right) \simeq \frac{d}{D} \text{radian} = \frac{d \cdot 360 \cdot 60 \cdot 60}{D \cdot 2\pi} \text{arcsec} \quad (3.1)$$

et en prenant par exemple une galaxie avec environ $n_e = 10^{11}$ étoiles réparties sur un disque d'un diamètre $\delta = 30$ kpc, nous pouvons obtenir une distance typique entre étoiles en utilisant le raisonnement qui suit. Tout d'abord, en continuant avec ce même exemple, la densité surfacique d'étoiles dans une galaxie circulaire de diamètre δ est la même que dans une galaxie imaginaire carrée de côté δ contenant un nombre d'étoiles

$$n_a = n_e \times \frac{\text{surface carré}}{\text{surface cercle}} = n_e \times \frac{\delta^2}{\pi \cdot \left(\frac{\delta}{2}\right)^2} = n_e \times \frac{4}{\pi}.$$

Supposons maintenant une répartition uniforme des étoiles dans ce carré, de telle sorte qu'à chaque étoile puisse être associé un même carré de côté d , centré sur cette dernière, dans lequel ne se trouve aucune autre étoile. La somme des surface de ces petits quadrilatères doit être égale à celle de la galaxie qui en est composée, d'où

$$d^2 \cdot n_a = \delta^2 \Rightarrow d^2 \cdot n_e \cdot \frac{4}{\pi} = \delta^2 \Rightarrow d = \frac{\delta}{2} \times \sqrt{\frac{\pi}{n_e}} \simeq 0,28 \text{ a.l.} \simeq 0,1 \text{ pc.} \quad (3.2)$$

^bNous verrons dans la section 3.1.1 que le fond lumineux galactique joue un rôle important dans la magnitude limite d'une étoile résolue, et ce pour une raison de bruit statistique.

Nous aurions aussi pu prendre la distance entre le Soleil et l'étoile voisine la plus proche, Proxima Centauri, qui se trouve à environ 1 pc, mais c'est probablement un peu grand ; en effet, notre calcul suppose que la galaxie est un disque sans épaisseur, et c'est approprié dans le cas qui nous concerne ici, car les galaxies observées sont assez lointaines pour que leur épaisseur soit en effet négligeable. En réalité, nous pouvons considérer que toutes les étoiles de la galaxie sont dans un même plan, et d représente l'échelle typique des distances entre étoiles après les avoir projetées sur ce plan. De ce fait, la distance à Proxima Centauri n'aurait pas convenu car la projection n'est pas prise en compte. Nous conserverons donc une échelle typique de 0, 1 pc pour la distance inter-étoiles projetée sur un plan au hasard. Cette approximation de d est en tous cas licite pour un usage ultérieur dans l'étude du phénomène de microlentille, car nous avons vu dans l'expression (2.7) que seule intervient d , la distance entre la lentille et la ligne de visée, i.e. la distance entre la lentille et la source projetées dans le plan perpendiculaire à la ligne de visée et passant par la source.

Maintenant, nous allons voir à quelle distance doit se trouver la galaxie observée pour que les conditions d'observation d'étoiles résolues soient satisfaites, et nous pourrions en même temps vérifier que cette distance est effectivement grande devant l'épaisseur supposée de la galaxie. En prenant un ensemble typique CCD et télescope avec une résolution de 0, 5 arcsec par pixel, et en demandant que les étoiles soient séparées de 5 pixels pour prendre en compte divers effets comme celui dû au *seeing*^c, nous obtenons $\alpha \simeq 5 \cdot 0, 5 \text{ arcsec}$ d'où en utilisant la relation 3.1) :

$$D = \frac{d \cdot 360 \cdot 60 \cdot 60}{\alpha \cdot 2\pi} \simeq \frac{0, 1 \cdot 360 \cdot 60 \cdot 60}{5 \cdot 0, 5 \cdot 2\pi} \text{pc} \simeq 8 \text{kpc}. \quad (3.3)$$

Ce qu'il faut retenir ici c'est l'échelle d'une dizaine de milliers de parsecs. EROS et MACHO observent le Grand Nuage de Magellan (LMC) tout comme MACHO, cette galaxie étant la plus proche de la nôtre, à une distance de 50 kpc, ce qui est cohérent avec le calcul que conclut la relation (3.3)^d. Par ailleurs, cette distance D d'une dizaine de kpc est grande devant l'épaisseur typique des galaxies qui, dans la partie la plus épaisse qu'est le bulbe, est d'environ 3 kpc. Cela justifie *a posteriori* d'avoir négligé l'épaisseur dans le calcul de d dans l'équation (3.2).

D'autres équipes se concentrent sur le centre de notre Galaxie. Nous voyons donc que la nécessité d'avoir une haute densité d'étoiles résolues empêche de chasser la matière noire sous forme de MACHOs ailleurs que sur un nombre limité de structures, les galaxies proches. Il apparaît donc utile de ne plus avoir besoin du caractère résolu des étoiles, et ce afin d'aller chercher cette matière noire sur des échelles plus grandes, et sur un plus large éventail de types de structures. C'est là la force de la *méthode des pixels*.

Le pixel et ses implications

Quand nous prenons un cliché avec une CCD, nous découpons la surface observée du ciel en une série de petites structures élémentaires appelées *pixels*. Chaque pixel joue le rôle du grain photographique dans les photographies chimiques telles que nous les connaissons tous. Avec une optique donnée, chaque pixel reçoit la luminosité émise par une portion du ciel dont la dimension est fixée par la connaissance des caractéristiques optiques du télescope et de la taille physique du pixel. Dans

^cCet effet très important sera étudié en détails au chapitre 4, et est défini dans le glossaire, cf. annexe G.

^dL'ordre de grandeur est satisfaisant, d'autant-plus que les conditions d'observation requises par EROS et MACHO ne sont pas exactement les mêmes que celles que nous avons considérées dans notre petit calcul.

AGAPE, chaque pixel est un carré de $24\mu\text{m}$ de côté, et le montage optique existant donne une longueur focale de 16 m. En utilisant la relation générale donnant la taille a_p angulaire d'un pixel en arcsec

$$a_p = \arctan\left(\frac{\text{taille pixel}}{\text{longueur focale}}\right) \text{ rad} \simeq \frac{\text{taille pixel}}{\text{longueur focale}} \times \frac{360 \cdot 60 \cdot 60}{2\pi} \text{ arcsec} \simeq 0,3 \text{ arcsec} \quad (3.4)$$

nous obtenons une couverture du ciel de $0,3 \times 0,3 \text{ arcsec}^2$ pour chacun des pixels. Ainsi, plus la galaxie est lointaine, plus la surface de la galaxie couverte par chacun des pixels est importante. Dans le cas du suivi d'étoiles résolues, pour le LMC par exemple, nous avons vu que chaque étoile était séparée de sa voisine par quelques pixels. Si la distance à la galaxie augmente, les étoiles vont en apparence se resserrer, l'angle sous lequel on les voit est plus petit, et chaque pixel finit par capturer la luminosité émise par une surface galactique contenant plusieurs étoiles^e.

Maintenant, si l'une de ces étoiles « contenues », pour ainsi dire, dans un des pixels subit un effet de microlentille, cela conduira à une augmentation de la luminosité reçue par ledit pixel. Il n'est donc plus nécessaire de suivre des étoiles résolues, mais seulement de suivre l'intensité lumineuse collectée par chacun des pixels de l'image !

Avantage statistique de la méthode des pixels

Cette approche devrait permettre d'augmenter considérablement la statistique des événements de microlentille détectables : imaginons deux galaxies dont la taille angulaire est égale à celle couverte par une image, mais dont les distances au télescope sont telles que la première a toutes ses étoiles résolues, et la seconde est à dix fois la distance de la première. Si la première contient $n_{e,1}$ étoiles, la seconde doit en contenir, en supposant une densité identique, $n_{e,2} = 10^2 \cdot n_{e,1}$ car la surface, donc le nombre d'étoiles (nous prenons un modèle de galaxies disques plates), qui normalement décroît comme le carré de la distance, reste constant étant donné que la surface angulaire des deux galaxies est la même par hypothèse. Or les étoiles sont dans les deux cas observées par le même nombre de pixels.

Ainsi, il y a 10^2 fois plus d'étoiles par pixel pour la deuxième galaxie que pour la première. Comme nous avons une étoile pour cent pixels dans le premier cas^f, nous en avons maintenant une par pixel. Dans un seul cliché, nous sommes donc en mesure de suivre un effet de microlentille potentiel sur cent fois plus d'étoiles. Dans AGAPE, où nous observons la galaxie d'Andromède M31 qui est à 725 kpc, nous avons environ une centaine d'étoiles par pixel. Il faut donc une forte amplification pour qu'une des étoiles se distingue de ses compagnes de pixel. Nous avons donc un seuil minimum d'amplification, qui est plus important que dans le cas du suivi d'étoiles résolues. La relation (2.14) nous donne

$$\phi_{\text{pixel}}(t) = \phi_{\text{fond}} + (A(t) - 1) \cdot \phi_{\star} \cdot f_s(t). \quad (3.5)$$

^eNéanmoins, la brillance de surface reste identique, à savoir que la puissance lumineuse reçue par unité de surface du détecteur et par unité d'angle solide ne change pas avec la distance à laquelle se trouve la galaxie observée.

^fNous avons en effet considéré un modèle de galaxie plate avec une répartition uniforme des étoiles sur un réseau à mailles carrées. Chacune des mailles fait 5 pixels de longueur, ce qui signifie qu'il existe un carré de 10 pixels de côté centré sur chacun des pixels dans lequel ne se trouve aucune autre étoile. La surface vide, est donc de 10^2 pixels par étoile.

Par ailleurs, le bruit statistique auquel nous nous attendons est en racine du nombre de photons reçus, à savoir

$$\sigma_{pixel}^2 = \phi_{pixel} \quad (3.6)$$

où l'égalité est par valeur, cf. annexe ??.

Aussi, pour que l'effet soit détectable, il est nécessaire que l'amplification soit suffisamment forte afin que le signal puisse se séparer du bruit : étant-donné que la brillance de surface est conservée pour des galaxies à différentes distances, dans un pixel donné j'ai toujours le même bruit, exprimé par la relation (3.5). Malheureusement, le flux que je reçois d'une étoile donnée décroît en $1/d^2$: la contribution du flux d'une seule étoile à la brillance de surface décroît. J'ai donc un signal plus faible dans un bruit identique. Nous exprimons cette nécessité d'une amplification seuil par l'inégalité

$$\exists t_l / \phi_{\star} \cdot f_s(t_l) \cdot (A(t_l) - 1) \geq n \cdot \sigma_{pixel} \quad (3.7)$$

où t_l est un certain moment de l'observation, or $\sigma_{pixel} = \sqrt{\phi_{pixel}}$ grâce à (3.6) ce qui permet de réécrire la relation (3.7) sous la forme

$$\exists t_l / \phi_{\star} \cdot f_s(t_l) \cdot (A(t_l) - 1) \geq n \cdot \sqrt{\phi_{fond} + (A(t_l) - 1) \cdot \phi_{\star} \cdot f_s(t_l)}. \quad (3.8)$$

Si nous posons

$$\phi_{fond} = m \cdot \phi_{\star}$$

afin d'introduire la notion de nombre d'étoiles contribuant au fond du pixel, l'équation (3.8) admet deux solutions pour $A(t_l)$ dans le cas de l'égalité

$$A^{\pm}(t_l) = 1 + \frac{n^2 \pm n \cdot \sqrt{n^2 + 4 \cdot m \cdot \phi_{\star}}}{2 \cdot f_s(t_l) \cdot \phi_{\star}} \quad (3.9)$$

où il apparaît que seule la solution A^+ est physique, car c'est la seule qui soit positive. Cela montre que l'amplification croît comme \sqrt{m} , ce qui signifie que le gain nécessaire en amplification quand nous avons plus d'étoiles par unité d'angle solide observé, et donc par pixel, est plus faible que le gain en nombre d'étoiles. Or, nous savons par ailleurs comment le nombre d'événements attendus varie avec l'amplification demandée, grâce aux simulations.

En contrepartie, nous sommes théoriquement sensibles à toutes les étoiles, i.e. sur toute la fonction de luminosité galactique, du moment que l'amplification engendrée par l'effet de microlentille est suffisamment important. Les observations d'étoiles résolues ne sont sensibles qu'aux étoiles résolues, mais celles-ci ne le sont plus quand on les considère depuis M31. Il faut donc comparer la profondeur de sondage de la fonction de luminosité des deux approches. Il est possible de montrer que grâce au phénomène de *magnification bias*, cf. [Nemiroff 1994], le bilan est positif pour l'observation de M31. Par ailleurs, les simulations Monte-Carlo exposées au chapitre 5 montrent qu'effectivement le gain est important.

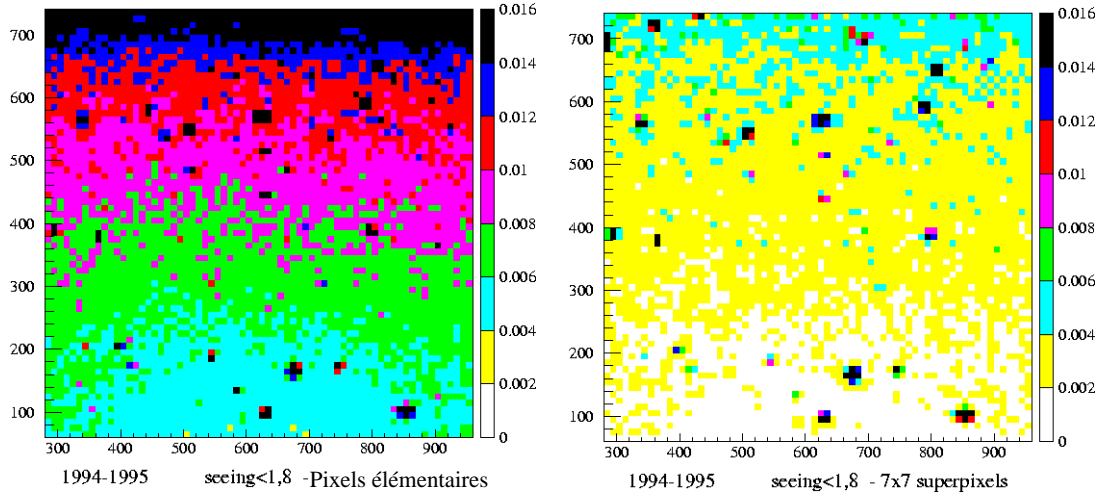


FIG. 3.1 – Cartes des fluctuations relatives sur le champ A pour des pixels élémentaires de $(0,3 \text{ arcsec})^2$ à gauche, et des superpixels de $(2,1 \text{ arcsec})^2$ à droite. Nous voyons que le gain est notable.

Le superpixel

Étant donnés les problèmes de turbulence atmosphérique, il n'est pas judicieux de suivre l'intensité de chacun des pixels, car ces dernières vont étaler de façon variable le flux de l'étoile amplifiée, et le pixel recevra une fraction variable de la luminosité amplifiée totale, ce qui est exprimée par la fonction $f_s(t)$ dans le terme $(A(t)-1) \cdot \phi_\star \cdot f_s(t)$ de l'équation (3.5). Cette *fraction de seeing*, c'est ainsi que nous appellerons f_s , reste faible pour un pixel même dans le cas des meilleurs *seeings* dont nous avons pu profiter, à savoir 1 arcsec. Mais si nous prenons comme objet d'étude non plus un pixel mais un pavé de pixels, appelé *superpixel*, constitué par l'agglomération d'un nombre conséquent de pixels, les effets néfastes du *seeing* s'amoindrissent, et la fraction de *seeing* augmente. Il est possible de donner une taille raisonnable à ce superpixel, en prenant un *seeing* maximal typique de 2,5 arcsec qui correspond, dans le cas d'un modèle stellaire qui attribue un profil de gaussienne de variance σ^2 au signal, à un étalement lumineux significatif dans un disque de rayon approximatif

$$\sigma = \frac{s}{2 \cdot \sqrt{\ln(4)}} \simeq 1 \text{ arcsec}$$

ce qui correspond à 7 pixels de diamètre, chacun d'eux couvrant 0,3 arcsec ; cela nous donne un superpixel carré de sept pixels de côté. Il faut remarquer que ce regroupement a tendance aussi à noyer les faibles signaux. Nous verrons l'importance de ce choix par la suite, quand nous parlerons de la magnitude limite détectable, cf. section 3.1.1. Il est important de noter ici que nous étudions le flux dans les superpixels entourant chacun des pixels de l'image, ce qui revient à dire que nous avons autant de pixels que de superpixels. L'effet de stabilisation est démontré dans la figure 3.1, où on passe de moins de 1% pour des pixels à moins de 0,3% pour des superpixels, avec des régions à 0,1%.

Par ailleurs, dans la relation (3.6), peu importe la taille du pixel, i.e. la dénomination *pixel* est

Galaxie M31 ([Hodge et al. 1992])	
Caractéristique	Valeur
Ascension droite	00 ^h 40 ^m 00 ^s , 3
Déclinaison	+41° 00' 03''
Diamètre angulaire (optique)	240'
Magnitude apparente (V)	3, 58
Module de distance	24, 3
Distance	725 kpc
Couleur au centre	$B - V = 1, 05$ $B - R = 1, 80$
Couleur à 20 kpc	$B - V = 0, 70$ $B - R = 1, 37$
Diamètre (optique)	51 kpc
Angle plan galactique/ligne de visée	12°, 5
Angle de l'axe principal	37°, 7
Vitesse radiale (par rapport au Soleil)	-310 km · s ⁻¹
Masse totale	> 4, 1 × 10 ¹¹ M _*

TAB. 3.1 – Les caractéristiques principales de la galaxie M31.

générale et la relation s'avère aussi dans le cas d'un *superpixel* car

$$\sigma_{superpixel}^2 = \sum_i \sigma_{pixel,i}^2 = \sum_i \phi_{pixel,i} = \phi_{superpixel}$$

où la somme se fait sur les pixels qui composent le superpixel, et où nous avons profité du fait que les pixels sont indépendants : le bruit dans un pixel est indépendant du bruit dans le pixel voisin. Sur la notion de bruit et d'indépendance des bruits, voir l'annexe ??.

3.1.1 M31 comme cible

La galaxie d'Andromède M31 est une cible idéale pour l'application de la méthode des pixels. Située à environ 725 kpc de la Terre, elle a une dimension angulaire très importante de 4 degrés soit 240' et sa distance rend ses étoiles non résolues, cf. tableau 3.1.

Les inconvénients majeurs dans l'observation de M31 sont :

1. l'ambiguïté entre le halo de M31 et notre propre halo ;
2. l'ambiguïté entre les événements bulbe-bulbe et bulbe-halo^g.

Pour le premier point, cela vient du fait qu'il se produit la même amplification, que la lentille soit dans notre halo ou dans celui de M31. En effet, l'équation d'amplification (2.6) ne dépend, pour une distance d'approche d donné, que du rayon d'Einstein (2.8), qui lui-même dépend du rapport

^gDans le cas de l'INT, où nous menons des observations depuis 1998, les champs d'observation permettent de s'affranchir de ce problème dans la plupart des cas, car ils sont beaucoup plus grand que le bulbe, contrairement au TBL.

des distances $\frac{d_{ol} \cdot d_{ls}}{d_{os}}$ où il apparaît que la position de la source et de la lentille peuvent-être inversées sans que cela change ce rapport^h.

Pour le second point, cela est dû aux effets de microlentille d'une étoile sur une autre étoile, et ce avec une forte probabilité dans la région du bulbe de la galaxie d'Andromède où la densité d'étoiles est forteⁱ. En observant le bulbe, nous devons avoir des événements de microlentille, et cela constitue un test de notre analyse.

3.1.2 Magnitude limite détectable

Afin de mieux comprendre les avantages de la méthode des pixels sur les étoiles non résolues par rapport à l'observation directe d'étoiles résolues, il est intéressant de se poser la question de la magnitude limite détectable dans AGAPE, c'est à dire jusqu'à quelle magnitude au maximum une étoile, éventuellement amplifiée, est-elle détectable ? A priori, toutes les amplifications sont envisageables, et nous verrons au chapitre 5, quand il sera question des simulations Monte-Carlo, à quelle type de configuration lentille+source nous sommes sensibles, et que la connaissance de la magnitude limite détectable nous est utile.

Pour cela, j'ai construit un programme sous Mathematica, qui traite les étapes suivantes :

1. le signal stellaire est représenté par une PSF gaussienne à deux dimensions ;
2. ajout d'un fond lumineux ;
3. l'ensemble est discrétisé sur un réseau à maille carrée représentant les pixels de la CCD ;
4. ajout de bruit poissonnien ;
5. somme du flux contenu dans chacun des pixels appartenant au superpixel centré sur le signal stellaire ;
6. recherche de l'intégrale du flux de la gaussienne pour que la somme effectuée au point précédent se distingue de plus de trois écarts standard de la même somme effectuée sur le même superpixel mais cette fois sans signal stellaire : critère de signal détectable.

Je vais maintenant reprendre des points un à un, et donner des détails.

La PSF du signal stellaire Le signal stellaire est une PSF gaussienne^j

$$g(x, y; x_c, y_c) = \frac{\phi_\star}{2 \cdot \pi \cdot \sigma_G^2} \cdot \exp\left(-\frac{(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2}{2 \cdot \sigma_G^2}\right) \quad (3.10)$$

^hNous avons $\frac{d_{ol} \cdot d_{ls}}{d_{os}} = \frac{d_{lc}}{d_{os}}$ où l'indice c désigne le centre du segment reliant l'observateur à la source, les distances étant représentées figure (2.1), et où les vecteurs sont tous colinéaires au vecteur reliant l'observateur à la source ; nous voyons alors que, la distance d_{os} étant fixée, nous pouvons positionner la lentille d'un côté ou de l'autre du centre entre l'observateur et la source sans que l'amplification soit changée : l'amplification est, vis à vis de la position de la lentille, symétrique par rapport à ce centre

ⁱDans une certaine mesure, il est donc possible de voir apparaître une dégénérescence entre la masse de la lentille et la distance entre la lentille et la source, cf. équation (2.8) avec le produit $M_l \cdot d_{ls}$.

^jLa fonction Gaussienne est une assez bonne approximation de la véritable PSF.

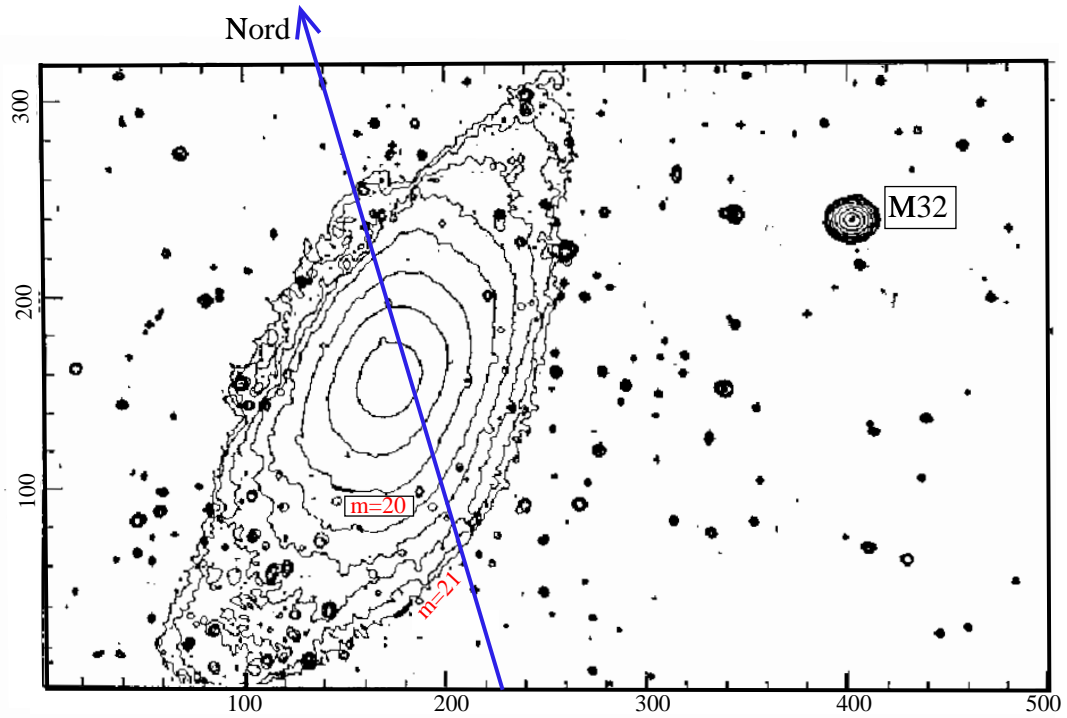


FIG. 3.2 – Photométrie CCD issue de [Kent 1989] des isophotes internes de M31. M32, une galaxie satellite, est en haut à droite. Les magnitude sont en filtre Gunn r.

centrée en (x_c, y_c) , supposée résider au milieu du carré d'un pixel pour simplifier, avec comme largeur à mi-hauteur

$$\text{seeing} \equiv FWHM = 2 \cdot \sigma_G \cdot \sqrt{\ln(4)}. \quad (3.11)$$

Construction du fond lumineux galactique Le fond est construit à partir du véritable gradient de luminosité présent dans la galaxie M31. J'ai repris les données fournies par [Hodge et al. 1992], qui nous donnent, pour l'allure des isophotes, les figures 3.2 et 3.3. Ensuite, j'ai reconstruit le profil de luminosité le long du petit axe et du grand axe pour le champ A, qui est caractéristique de nos données^k, cf. figures 3.4 et 3.5, en utilisant la loi de Vaucouleur, cf. [Peacock, p. 389],

$$I(r) = I_e \cdot e^{-7,67 \cdot \left(\left(\frac{r}{r_e} \right)^{\frac{1}{4}} - 1 \right)} \quad (3.12)$$

qui nous donne la luminosité de surface I en fonction de la distance au centre de la galaxie r , avec $r_e = 2,1 \text{ kpc} \approx 10 \cdot$ le rayon du disque contenant la moitié de la luminosité totale, et $I_e = I(r_e)$ la luminosité de surface en $r = r_e$. Je peux donc avoir une évaluation réaliste du fond^l lumineux dans le superpixel sur lequel je fais la somme des contributions lumineuses de chacun des pixels.

^kC'est aussi le champ pour lequel nous avons le plus d'images, voir section 3.2.

^lLa magnitude s'obtient à partir de la luminosité I en utilisant la relation (3.34).

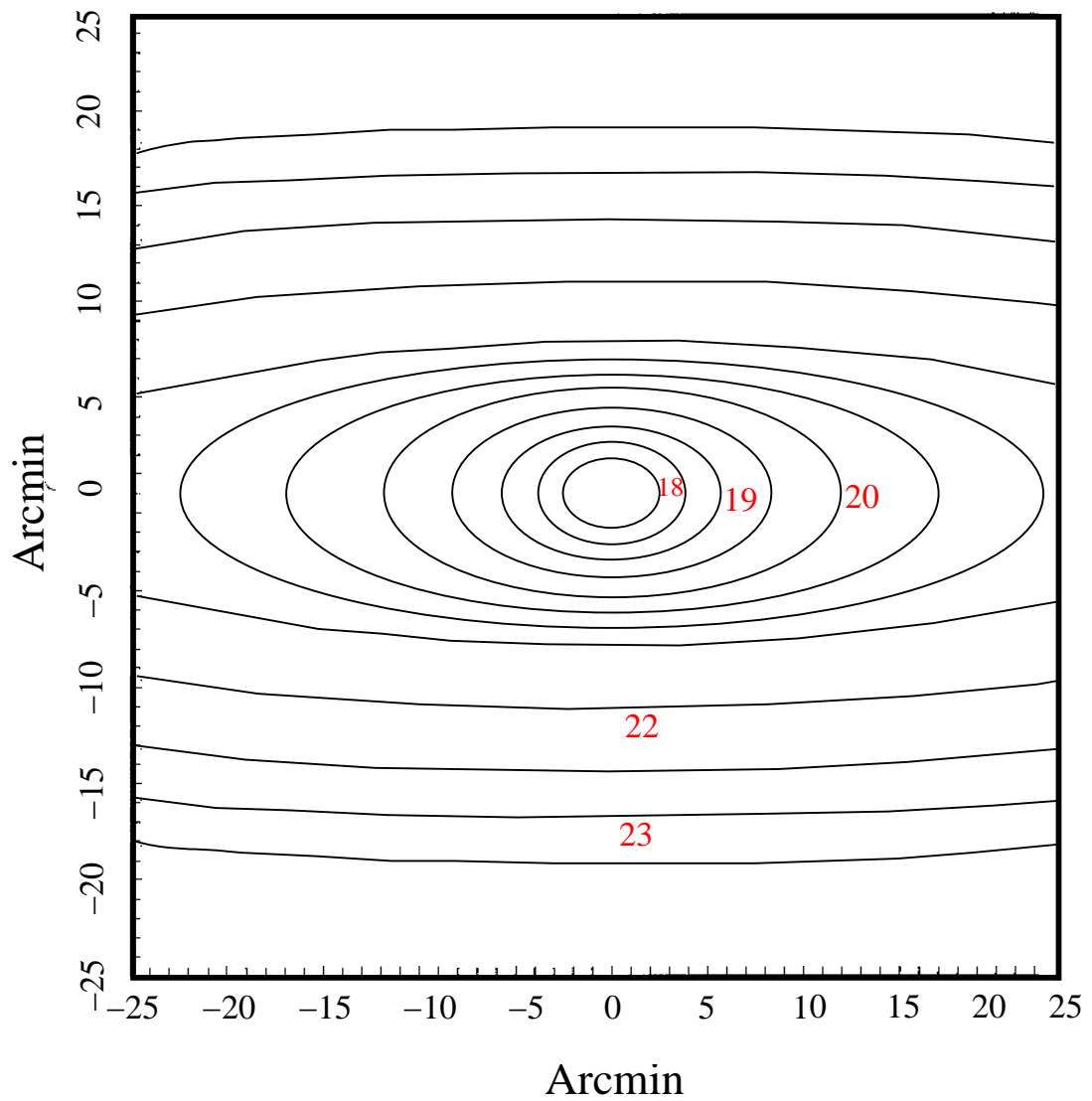


FIG. 3.3 – Schéma des isophotes (à partir de la figure 3.2). Les magnitudes indiquées sont en filtre Gunn r, et nous retrouvons les variations décrites dans la figure 3.5.

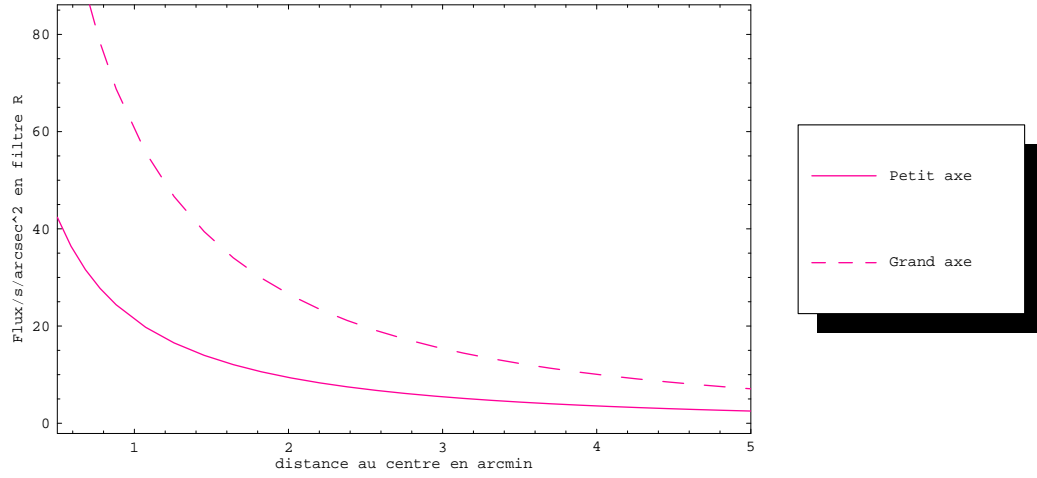


FIG. 3.4 – Profil du flux de surface R (par arcsec²) de la galaxie M31, selon le petit axe et le grand axe, sur une distance en arcmin sensiblement égale à la taille d’une image AGAPE, et pour le champ A. Ce diagramme est l’équivalent de celui obtenu pour la magnitude dans la figure 3.5.

Je peux ensuite calculer le flux ϕ_{pixel} en ADU^m du fond pendant une pose de durée t_{pose} secondes dans chacun des pixels en inversant la relation (3.34), et en prenant soin de remarquer que le pixel représente $0,3 \times 0,3$ arcsec²

$$\phi_{pixel} = (0,3)^2 \times t_{pose} \times 10^{\frac{(20,5-m_{fond})}{2,5}} \quad (3.13)$$

où m_{fond} est la magnitude apparente du fond lumineux par arcsec², avec $t_{pose} = 1200$ s en filtre Gunn r.

Discrétisation du signal sur les pixels de la CCD La discrétisation sur un réseau de pixels se fait

- en prenant soin de ne considérer que le pixel comme unité de distance ;
- en effectuant les intégrations de PSF gaussienne sur un superpixel, tout comme pour le fond, quand il s’agit de déterminer le flux intégral limite de l’étoile ;
- en intégrant sur un pixel quand il s’agit de projeter les flux dans un réseau à maille carrée, représentant la CCD, afin d’avoir une approche visuelle de la situation.

J’ai donc, pour ce dernier point, effectué les intégrations numériques sur les pixels, contrairement à l’usage général qui, pour des raisons de simplification lors des calculs analytiques, considère que le flux de la PSF est constant sur une distance d’un pixel, i.e. que le flux de la PSF dans un pixel n est simplement la valeur de la gaussienne en $x = n$ multipliée par la largeur du pixel, qui vaut 1 car nous avons pris soin de prendre le pixel comme unité de distanceⁿ. En effectuant une intégration numérique, je me libère de l’hypothèse que la PSF est constante sur une distance d’un pixel.

^mVoir annexe G.

ⁿNous verrons dans la section 4.4, page 282, un effet de cette approximation : la distance d’influence d’une étoile est sensiblement différente quand on fait l’approximation de PSF constante sur un pixel.

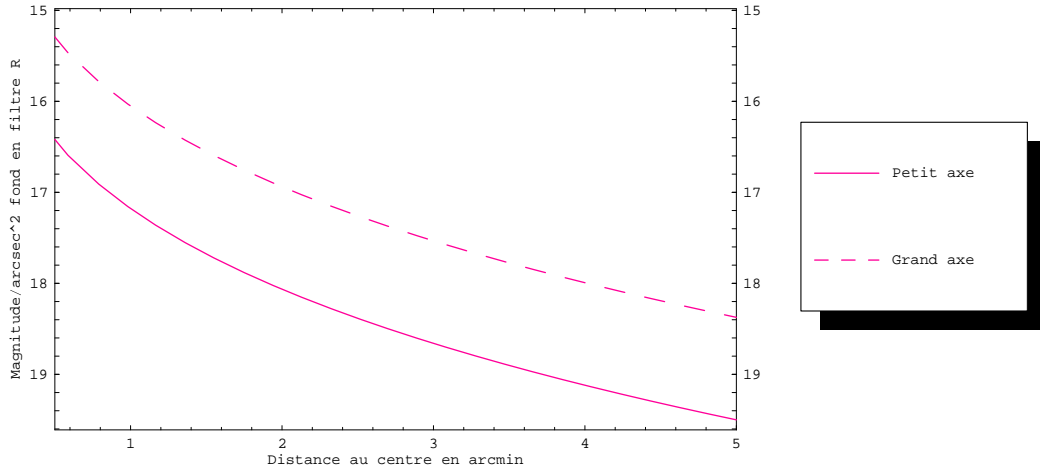


FIG. 3.5 – Profil de magnitude de surface R (par arcsec²) de la galaxie M31, selon le petit axe et le grand axe, sur une distance en arcmin sensiblement égale à la taille d’une image AGAPE, et pour le champ A. Dans la simulation permettant de calculer la magnitude limite détectable, je pars de ce diagramme pour avoir une bonne évaluation du fond lumineux sur lequel je mets la gaussienne représentant l’étoile. Ce diagramme est la contrepartie en magnitude du diagramme en flux de la figure 3.4.

Le bruit Pour le bruit, j’ai considéré qu’il obéissait à la distribution de Poisson, avec un écart type en $\sigma \propto \sqrt{\phi_{\text{pixel}}}$, où le facteur de proportionnalité sera explicité dans la section 4.6.1, et qui représente le bruit statistique en ADU dans un pixel.

Détermination analytique de la magnitude limite

Ensuite, j’effectue la somme des flux dans chacun des pixels appartenant au superpixel (7×7 pixels pour les données prises sur le TBL, au Pic du Midi) centré sur la PSF stellaire, et ce dans le cas où le signal stellaire est présent Σ^S ainsi que dans le cas où le signal stellaire n’est pas présent Σ^F (les exposants S et F signifient respectivement avec signal stellaire et sans signal stellaire, juste le fond) et je compare les deux sommes, le but étant de déterminer ϕ_\star dans 3.10 tel que

$$\frac{\Sigma^S - \Sigma^F}{\sigma(\Sigma^S - \Sigma^F)} = 3 \quad (3.14)$$

où le dénominateur est le bruit statistique

$$\sigma(\Sigma^S - \Sigma^F) = \sqrt{\sigma^2(\Sigma^S) + \sigma^2(\Sigma^F)}$$

avec, dans les deux cas S et F ,

$$\sigma(\Sigma^{S,F}) = \sqrt{\sum_{\text{superpixel}} \sigma^2(\phi_{\text{pixel}}^{S,F})} \quad (3.15)$$

où la deuxième égalité est une égalité par valeur.

La résolution analytique de ce problème se base sur le résultat donné dans la relation (E.14), qui nous dit que l'intégrale de la gaussienne à deux dimensions sur le pavé du superpixel de taille $(2a)^2$ avec $2a = 7$ pixels est égale à

$$\Sigma^S - \Sigma^F = \phi_\star \times \text{erf}^2\left(\frac{a}{\sqrt{2} \cdot \sigma_G}\right) \quad (3.16)$$

où

$$\text{seeing} = 2 \cdot \sqrt{\ln(4)} \cdot \sigma_G \quad (3.17)$$

et la résolution de l'équation (3.14), en remplaçant

$$\Sigma^S \rightarrow \Sigma^F + (\Sigma^S - \Sigma^F) = \Sigma^F + \phi_\star \times \text{erf}^2\left(\frac{a}{\sqrt{2} \cdot \sigma_G}\right) \quad (3.18)$$

nous donne alors à résoudre

$$\frac{\phi_\star \cdot R}{\sigma(2 \cdot \Sigma^F + R \cdot \phi_\star)} = 3 \quad (3.19)$$

avec

$$R \equiv \text{erf}^2\left(\frac{a}{\sqrt{2} \cdot \sigma_G}\right)$$

ce qui, avec les résultats sur le bruit de la section 4.6.1 où on apprend qu'on peut écrire $\sigma(\phi) = \sqrt{\phi}$ si ϕ est un flux de photons, nous donne à résoudre

$$R^2 \cdot \phi_\star^2 - 9 \cdot A \cdot \phi_\star - 18 \cdot \Sigma^F = 0 \quad (3.20)$$

d'où

$$\phi_\star = \frac{3 \cdot (3 + \sqrt{9 + 8 \cdot \Sigma^F})}{2 \cdot R} \quad (3.21)$$

où tout doit s'exprimer en photons reçus durant t_{pose} , et dont nous calculons la magnitude à l'aide de la relation (3.34).

Simulation numérique

Les résultats vont dépendre de la magnitude du fond lumineux et du *seeing* : plus la magnitude du fond est faible (plus le flux est fort), plus le bruit est important, et plus le signal stellaire doit être fort ; plus le *seeing* est fort, plus le signal s'écrase dans le superpixel, et plus le signal stellaire doit être fort. Pour la région la plus éloignée du bulbe galactique dans le champ A (qui est un champ de référence important car c'est celui où nous avons le plus grand nombre d'images), à environ 5 arcmin du centre galactique, nous avons une magnitude du fond $m_f = 19,5$ (cf. figure 3.5, le

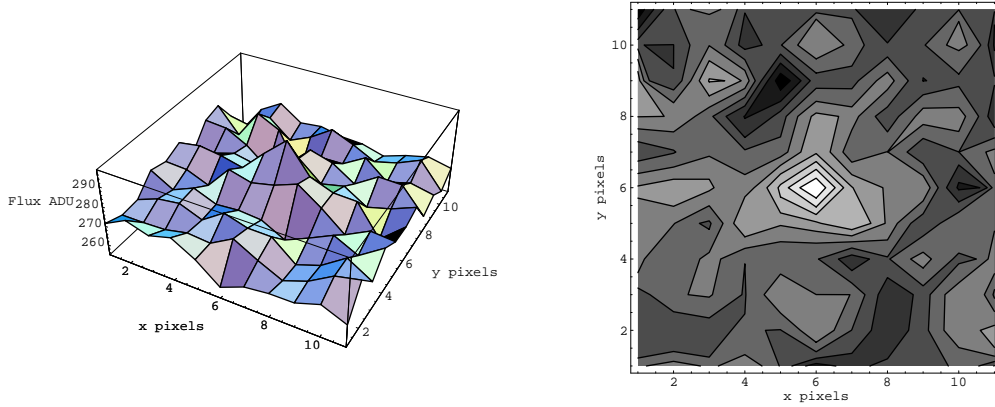


FIG. 3.6 – Représentation en 3D puis en contours du signal stellaire ($m_{\star} = 22, 7$) à la limite de détection dans AGAPE pour les données Pic du Midi, avec une magnitude de fond $m_f = 19, 5$ correspondant à une région éloignée du bulbe dans les données, de surcroît sans gradient de luminosité, et un *seeing* excellent $s = 1$ (cf. page 56 pour description). Les agitations sont dues au bruit statistique dont il a été tenu compte, et cette représentation correspond donc à un tirage aléatoire sur les bruits, ce qui implique qu'on ne puisse pas la reproduire dans le détail : elle peut varier en fonctions des tirages aléatoires, mais elle reste cependant qualitativement représentative du résultat.

long du petit axe); avec un *seeing* correspondant au meilleur dans les données Pic du Midi, $s = 1$, cette modélisation nous apprend que dans les meilleures conditions, AGAPE est sensible à une magnitude maximale

$$m_l = 22, 7. \quad (3.22)$$

La figure 3.6 nous donne une représentation du signal stellaire limite sur le fond lumineux choisi, le tout bruité. Nous voyons clairement la PSF au centre du pavé choisi pour la représentation, aux coordonnées (6, 6). Il est à remarquer que cette représentation graphique peut varier avec les tirages aléatoires sur le bruit.

Nous retiendrons cependant le fait que le signal stellaire est décelable visuellement, car cette information nous sera utile dans la section 5.1.1 quand il s'agira de déterminer les conditions pour qu'un signal stellaire soit bien défini visuellement, i.e. pour qu'un ajustement de gaussienne soit capable de converger et de fournir le centre du signal : nous verrons alors que les signaux les plus faibles détectables par AGAPE ne sont pas toujours décelables sur une représentations graphique du type de la figure 3.6. C'est important, car cela prouve que nous ne devons pas trop facilement procéder à un rejet par échec d'un recentrage, à moins de tenir compte du fait que cela limite notre sensibilité.

Nous pouvons aussi représenter les variations de la magnitude limite détectable avec la magnitude du fond et le *seeing* en utilisant la formule (3.21) qui nous donne, après transformation en magnitude, la figure 3.7.

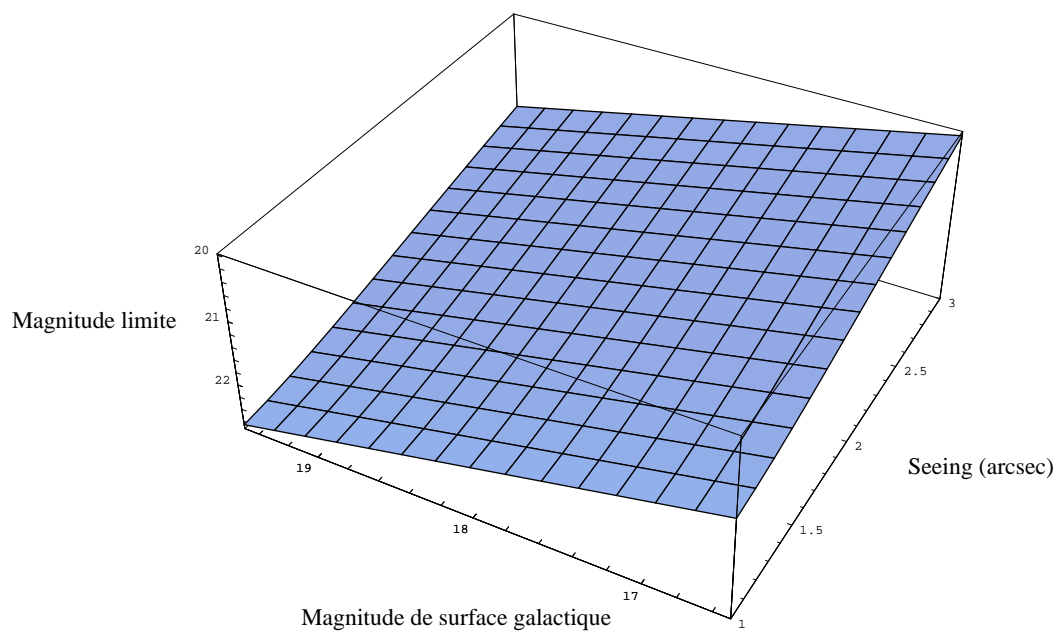


FIG. 3.7 – Nous voyons ici les variations de la magnitude limite détectable avec la magnitude de surface galactique et le *seeing*, cf. formule (3.21). La plage de variation du *seeing* correspond aux variations rencontrées dans les données AGAPE au Pic du Midi, et la plage de variation du fond galactique correspond à celle du champ A en filtre Gunn r (cf. figure 3.5). L'extrême limite détectable par AGAPE correspond au sommet inférieur gauche sur la figure, cf. expression (3.22).

3.1.3 Détection de la présence d'une étoile par sa forme : « morphoprésence »

L'étude menée ci-dessus sur la magnitude limite détectable nous a permis de déterminer la magnitude limite d'un objet détectable sur les données AGAPE avec une analyse par superpixel. Nous avons pour cela fait l'hypothèse qu'il y avait une image sans signal, et une image avec, et il s'agissait de pouvoir différencier les deux grâce au flux dans un superpixel centré sur le signal. Maintenant, imaginons qu'une étoile, faible, mais distincte du fond, subisse une amplification, et posons-nous la question suivante : sommes-nous en mesure de dire qu'il y a une étoile visible sur les données qui a été la source de cette amplification ? Si rien n'est détectable comme étoile loin du moment d'amplification maximale, que peut-on dire sur l'étoile source ? En fait, l'idée sous-jacente est de pouvoir déterminer une magnitude limite de l'étoile source dans le cas où rien n'est visible loin du maximum d'amplification. Cela nous permet alors de fixer une limite sur l'amplification au maximum. Mais la réponse à cette question n'est pas donnée par l'étude menée plus haut sur la magnitude limite détectable, car dans le cas qui nous concerne maintenant, il y a un objet présent tout le temps, et je n'ai pas d'image sans objet par rapport à laquelle je pourrais me référer. Il s'agit donc dans le cas présent de détecter une forme sur une image ; de là une seule alternative :

- rien n'est détecté, et je suis alors en mesure de dire que l'étoile source a une magnitude supérieure à la magnitude limite qui m'aurait permis de détecter une forme sur une image loin du maximum d'amplification, ce qui en retour me donne une limite inférieure pour l'amplification au maximum ;
- une forme est détectée et il me suffit alors de faire un ajustement de PSF dessus pour déterminer le flux intégral de l'objet et d'en déduire l'amplification au maximum, ainsi que les autres paramètres.

Définition du critère de morphoprésence En me basant sur une PSF gaussienne pour l'objet stellaire, je définis une forme détectable par la nécessité d'avoir un flux différent du fond par plus d'un certain nombre d'écarts standard jusqu'à la FWHM de la gaussienne, cf. figure 3.8, ce qui revient à demander à ce que l'intégration du flux de la PSF dans le pixel situé à l'endroit où la PSF atteint la moitié de sa FWHM, se distingue de plus d'un certain nombre d'écarts standard du fond dans ce même pixel.

Approche analytique Nous retrouverons ce travail décrit de façon détaillée dans la section F où il sera question de la zone d'influence d'une étoile ; on verra alors que la solution pour notre problème est

$$\phi_{\star} \cdot f(d, \sigma_G) = n \cdot \sigma (\phi_{fond} + \phi_{\star} \cdot f(d, \sigma_G)) \quad (3.23)$$

où ϕ_{fond} est le flux du fond dans un pixel, avec

$$f(d, \sigma_G) = \frac{1}{2} \cdot \text{Erf}\left(\frac{1/2}{\sqrt{2} \cdot \sigma_G}\right) \cdot \left[\text{Erf}\left(\frac{1/2 + d}{\sqrt{2} \cdot \sigma_G}\right) - \text{Erf}\left(\frac{-1/2 + d}{\sqrt{2} \cdot \sigma_G}\right) \right] \quad (3.24)$$

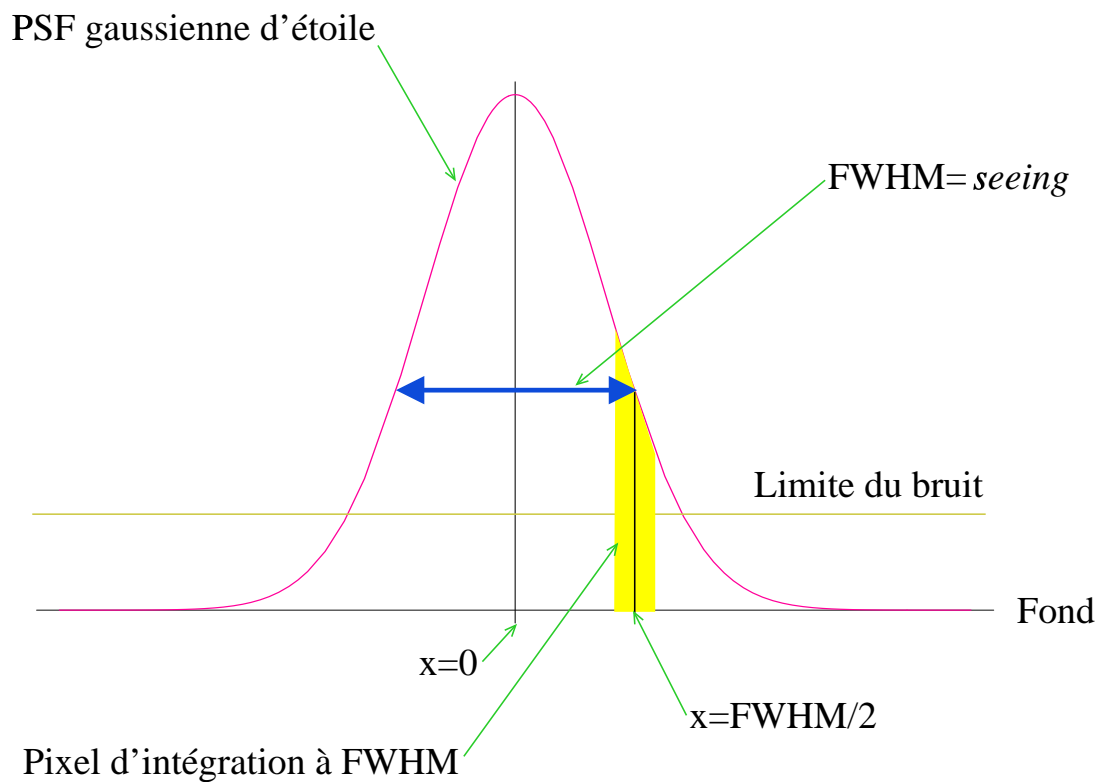


FIG. 3.8 – Schéma à une dimension du problème où nous cherchons à déterminer le flux intégral de la PSF gaussienne (en rouge) tel que qui l'intégration de la PSF sur le pixel (en jaune) correspondant à l'endroit où la gaussienne atteint la moitié de la FWHM (en bleu) donne une valeur qui se distingue nettement de l'intégration du fond (ligne jaune pâle) sur ce même pixel. Dans ce cas, nous considérons que la forme gaussienne est parfaitement définie. Le calcul complet est effectué avec une PSF à deux dimensions.

où Erf est la fonction erreur, n est le nombre d'écarts standard souhaité^o, σ_G intervient dans l'expression de la PSF gaussienne et est relié à la FWHM par la relation 3.17, $\sigma(q)$ est le bruit statistique sur q (cf. section 4.6.1 pour le calcul des erreurs statistiques), et où d est la distance en pixels entre le centre de la PSF gaussienne et le centre du pixel correspondant à l'endroit où la PSF gaussienne atteint la moitié de sa FWHM

$$d = \text{Round}\left(\frac{FWHM}{2}\right) + 0,5 = \text{Round}\left(\sqrt{\ln(4)} \cdot \sigma_G\right) + 0,5 \quad (3.25)$$

où la fonction Round donne l'entier le plus proche^p.

Si nous faisons l'approximation

$$\phi_{fond} \gg \phi_{\star} \cdot f(d, \sigma_G) \quad (3.26)$$

alors il est possible de résoudre facilement l'équation (3.23) en ϕ_{\star}

$$\phi_{\star} = \frac{n \cdot \sigma(\phi_{fond})}{f(d, \sigma_G)}, \quad (3.27)$$

mais de toute façon la solution s'écrit analytiquement, même si c'est un peu compliqué. Nous sommes donc en mesure de déterminer la magnitude limite d'un objet que nous devrions voir sur les images longtemps avant ou après un maximum d'amplification.

Le processus est le suivant :

1. trouver une image *de bon seeing* qui précède ou succède le pic de luminosité sur la courbe de lumière et qui soit loin de la partie de la courbe de lumière où la bosse est clairement visible ;
2. chercher un signal de type PSF
3. si rien n'est visible, conclure sur la borne inférieure de l'écart en magnitude, cf. expression (3.29), correspondant à ce qui est observé, et comparer le résultat aux écarts de magnitude attendus pour des objets de type étoile variable pulsante.

Simulation numérique Avec une simulation sous Mathematica semblable à celle pour la magnitude limite détectable, dans laquelle je résous directement l'équation (3.23) sans approximation, j'obtiens par exemple la figure 3.9 pour laquelle j'ai choisi un *seeing* de 1,5 arcsec^q. De façon générale, nous obtenons la figure 3.10 où j'ai tenu compte de l'usage de la fonction Round.

^o $n = 3$ pour être certain d'avoir un signal bien visible, et $n = 1$ pour atteindre la limite d'un bon ajustement de gaussienne 2D.

^pLe résultat s'obtient en considérant le fait que le centre de la gaussienne est au milieu d'un pixel en $x = 0$, et que nous devons trouver le pixel situé en $x = d = k \cdot 0,5$ pixels du centre, où k est un entier, qui correspond en gros à la moitié de la FWHM, qui ne tombe jamais parfaitement sur un pixel déterminé, i.e. $k \cdot 0,5 \neq \frac{FWHM}{2}$, ce qui nous entraîne à effectuer des arrondis. Dans la figure 3.8, le pixel à $x = \frac{FWHM}{2}$ tombe parfaitement sous l'endroit où la gaussienne atteint la moitié de FWHM, mais en pratique la zone jaune n'est jamais parfaitement symétrique autour de la ligne $x = \frac{FWHM}{2}$ qui sur la figure coupe la zone jaune en deux, il faut arrondir. La fonction Round permet de rester prudent en surévaluant d .

^qComme je peux choisir une image pour y chercher le signal, je n'ai pas à considérer la situation la moins favorable, mais je peux prendre notre *seeing* moyen qui est de 1,5 arcsec environ pour faire mon évaluation.

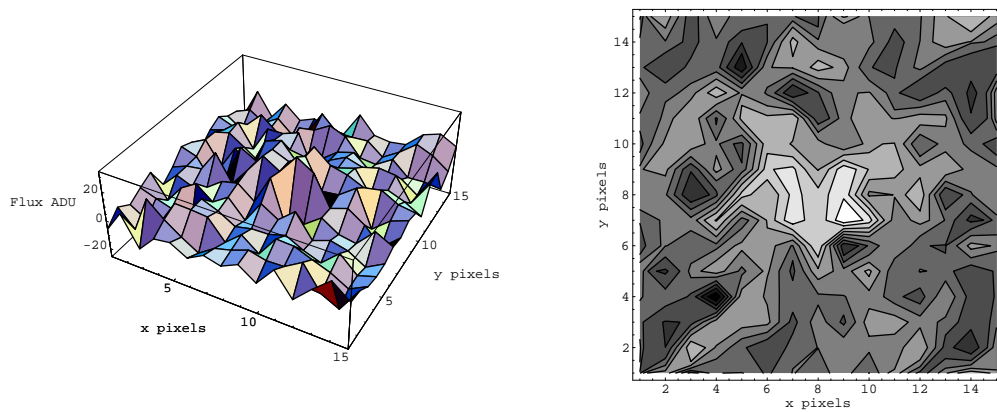


FIG. 3.9 – Un pavé de 15×15 pixels qui contient la solution pour une forme gaussienne détectable avec les paramètres suivants :

- un fond de magnitude 19,5 ;
- un *seeing* de 1,5 arcsec ;
- un bruit de Poisson (cf. section 4.6.1 pour le calcul du bruit statistique) ;
- avec $n = 1$, cf. équation (3.23) ;

ce qui donne une PSF de flux intégral correspondant à $m_{\star} = 21,3$. Un ajustement par moindres carrés de gaussienne 2D fonctionne bien, avec un $\chi^2 \simeq 0,9$ et les paramètres d'ajustement

Paramètre	Valeur ajustée
x_c	$7,95 \pm 0,20$
y_c	$8,33 \pm 0,21$
m_{\star}	$21,45 \pm 0,15$
seeing	$1,94 \pm 0,17$
m_{fond}	$19,50 \pm 0,00$

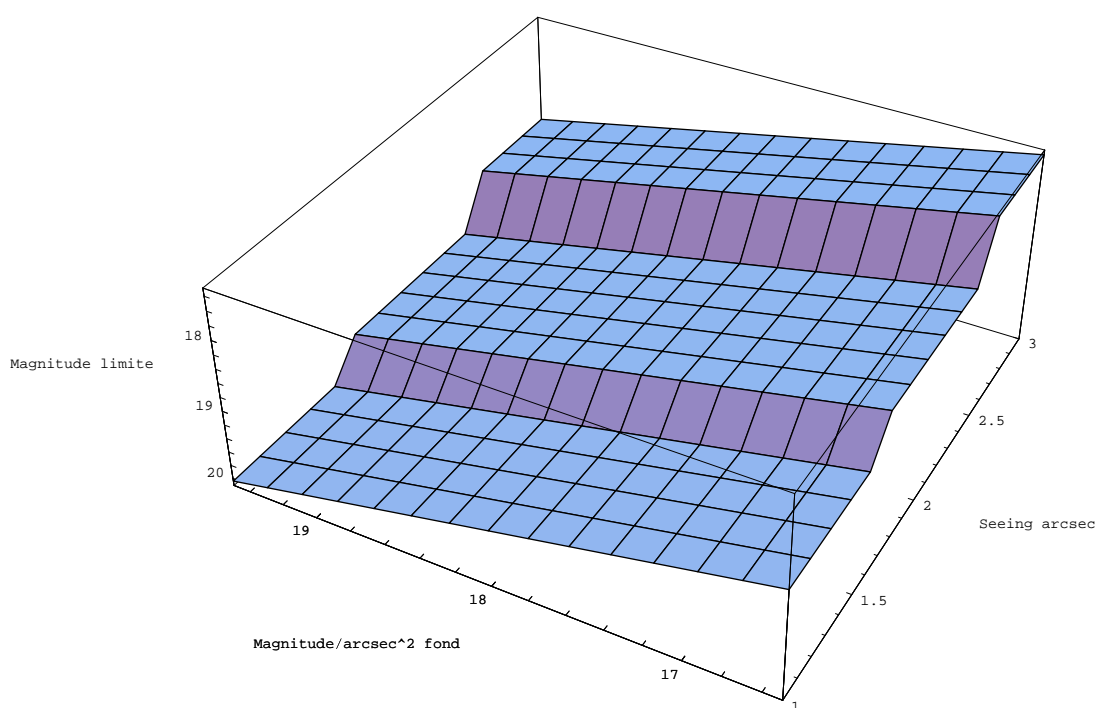


FIG. 3.10 – La magnitude limite correspondant à une forme gaussienne détectable avec $n = 1$, cf. équation (3.23). Les sauts discrets correspondent au choix de prendre l'arrondi dans 3.25).

Sur la limite de l'écart en magnitude détectable

Maintenant que nous avons établi une limite sur la magnitude détectable en fonction du *seeing* et de la magnitude du fond lumineux (cf. figure 3.10), nous sommes en mesure d'établir une limite sur les écarts de magnitude. Soit les instants d'observation t_1 et t_2 satisfaisant $t_2 > t_1$ auxquels les flux mesurés satisfont $\phi(t_2) > \phi(t_1)$. Posons $\Delta\phi \equiv \phi(t_2) - \phi(t_1) > 0$ et interrogeons-nous sur l'écart en magnitude Δm correspondant. Nous avons, grâce à la définition de la magnitude en fonction du flux $m = -2,5 \cdot \log(\phi) + C$ où C est une constante (cf. page 78),

$$\Delta m = m(t_2) - m(t_1) = -2,5 \cdot \log\left(\frac{\phi(t_2)}{\phi(t_1)}\right) = -2,5 \cdot \log\left(\frac{\phi(t_2)}{\phi(t_1)}\right)$$

d'où

$$|\Delta m| = 2,5 \cdot \log\left(1 + \frac{\Delta\phi}{\phi(t_1)}\right) \quad (3.28)$$

ce qui nous permet de donner une limite à l'écart en magnitude pour un événement intéressant détecté, et ce afin de pouvoir comparer aux écarts de magnitude connus d'autres objets tels que les étoiles variables (cf. section 5.1),

$$|\Delta m| > 2,5 \cdot \log\left(1 + \frac{\min(\Delta\phi)}{\max(\phi(t_1))}\right) \quad (3.29)$$

où $\min(\Delta\phi)$ est déterminé sur la courbe de lumière :

- un événement éventuel sélectionné correspond à une « bosse » dans la courbe de lumière ;
- il existe un flux limite maximal $\max(\phi(t_1)) \equiv \phi_{\star}^{lim}$ pour l'étoile source, au-delà duquel nous aurions été capables de voir l'étoile, qui est donné dans un cas général par (3.21) ;
- alors $\min(\Delta\phi) \equiv \phi(t_0) - \phi_{\star}^{lim}$, le plus petit écart de flux envisageable pour une courbe de lumière donnée.

3.1.4 Gradient de profondeur optique

Je vais maintenant montrer, à travers une étude de la profondeur optique, qu'il est théoriquement possible de déceler des différences dans le nombre d'effets de microlentille détectés à différents endroits de M31, et ce à cause de l'inclinaison du disque galactique de cette dernière. Cette caractéristique de M31 est un des autres avantages que présente l'observation de M31.

Afin d'affiner l'étude de la profondeur optique, que j'ai définie page 36, en direction de la galaxie M31 des modèles réalistes, cf. [Gyuk], prenant en compte les effets de distribution à trois dimensions des étoiles sources, en particulier dans le bulbe galactique, et utilisant une densité de type « sphère isotherme »

$$\rho(x, y, z) = \frac{V_c^2(\infty)}{4 \cdot \pi \cdot G} \cdot \frac{e}{a^2 \cdot q \cdot \sin^{-1}(e)} \cdot \frac{1}{x^2 + y^2 + \left(\frac{z}{q}\right)^2 + a^2} \quad (3.30)$$

où a est le rayon du noyau, $0 < q < 1$ est le rapport des axes en x et en z , appelé aussi « aplatissement », $e = \sqrt{1-q}$ et $V_c(\infty) = 240 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$, permettent d'obtenir les résultats de la figure 3.11, où apparaît la forte modulation de la profondeur optique en allant de la partie proche à la partie lointaine de la galaxie (du bas vers le haut dans la figure 3.11).

En fait, la galaxie est penchée comme le montre la figure 3.12, et cela explique que pour le côté le plus éloigné de nous, l'ellipsoïde utile pour le calcul de la profondeur optique, cf. figure 2.3, contient une plus grande quantité de matière noire, ce qui conduit à une plus grande profondeur optique, et inversement. Ce phénomène est moindre pour des modèles de halos plats, pour lesquels l'effet de volume traversé n'existe plus. Une détection de telles variations fortes dans la profondeur optique témoignerait de façon certaine de la présence d'un halo. Il est en effet très improbable que d'autres populations telles que les étoiles pulsantes puissent avoir ce même type de signature. A l'inverse, l'absence de détection d'un tel gradient dans la profondeur optique ne prouve pas l'absence d'un halo, car, je l'ai déjà mentionné, des halos aplatis pourraient être invoqués.

En ce qui concerne AGAPE, nous avons vu que nous ne couvrons qu'environ $10'$ le long du petit axe, de façon symétrique autour de $0'$ (cf. figure 3.15), et, en nous référant à la figure 3.11, un rapide calcul nous dit que comme nous pouvons espérer au mieux $\Delta\tau = 4 \times 10^{-6}$ (diagramme b dans la figure 3.11), cela nous donne alors

$$\Delta N \simeq T_o \cdot \Gamma \cdot N_{\star} \simeq T_o \cdot \frac{\Delta\tau}{t_{\star}} \cdot N_{\star} \cdot \epsilon \simeq 10^{-5} \cdot N_{\star}$$

où ΔN est l'écart en nombre d'événements que génère la différence de profondeur optique, $T_o \simeq 800$ jours est le temps total d'observation, N_{\star} est le nombre d'étoiles observées, $t_{\star} \simeq 30$ jours est la durée d'un événement détectable, et $\epsilon \simeq 0, 1$ l'efficacité de détection, et comme le nombre d'étoiles observées simultanément par AGAPE dans un champ est de l'ordre de $N_{\star} \simeq 10^8$, nous avons un très gros écart théoriquement observable.

3.2 Description des observations

Je vais maintenant décrire la prise de données ainsi que le contexte dans lequel elle se déroule. Les observations ont débuté en 1994, et se sont terminées en 1996, soit trois années de prise de données, avec 160 nuits d'observation, dont seules 50% ont été propices à la prise d'images.

3.2.1 Les lieux et les outils

Les données ont été prises sur le télescope Bernard Lyot, au Pic du Midi, à environ 2872 mètres d'altitude, et j'ai participé plusieurs fois aux observations en 1995 et 1996. Il s'agit d'un télescope de deux mètres de diamètre, dont le guidage et le pointage sont assurés par deux opérateurs qui nous assistent pendant les nuits d'observation. Le télescope Bernard Lyot de 2 m de diamètre dispose d'une caméra équipée d'un CCD Tektronix aminci de 1024×1024 pixels carrés de $24 \mu\text{m}$ de côté, et le montage optique existant, avec foyer Cassegrain, permet grâce à un réducteur de focale dénommé ISARD, d'obtenir une longueur focale de 16 m, ce qui, je le rappelle, conduit à 0,3 arcsec de ciel par pixel, cf. 3.4. Il n'y a que très peu de mauvais pixels dans la CCD. Le bruit de sortie est de $12 e^{-}$

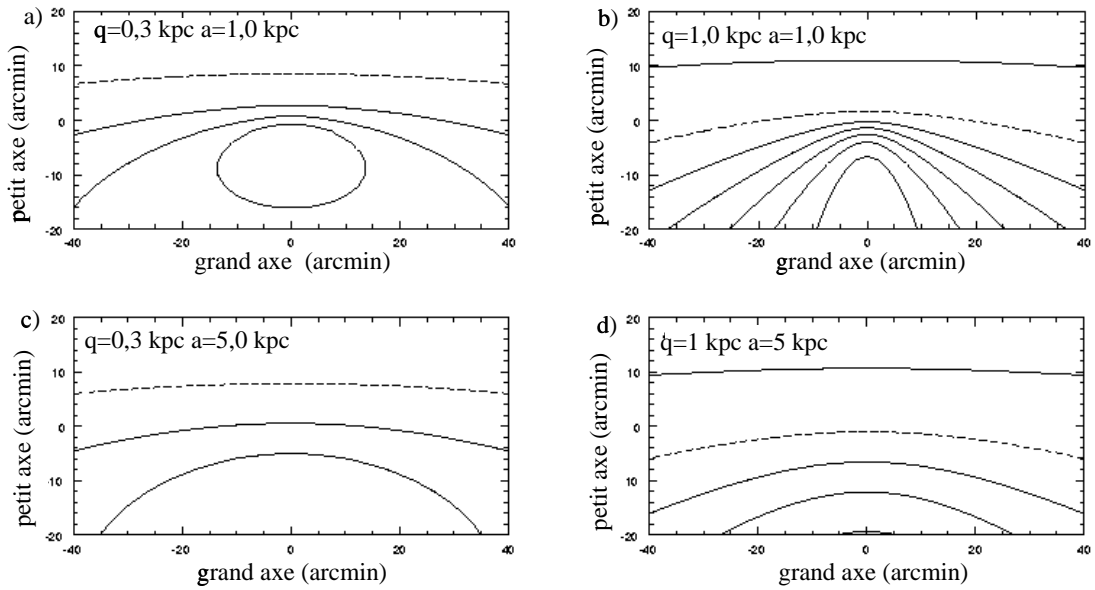


FIG. 3.11 – Contours de profondeur optique, cf. [Gyuk], pour des modèles de halo, cf. expression (3.30) :

- a) $q=0,3$ kpc, $a = 1,0$ kpc ;
- b) $q=1,0$ kpc, $a = 1,0$ kpc ;
- c) $q=0,3$ kpc, $a = 5,0$ kpc ;
- d) $q=1,0$ kpc, $a = 5,0$ kpc.

Les contours sont donnés, du haut vers le bas, par :

- a) $2 \times 10^{-3}, 3 \times 10^{-3}, 4 \times 10^{-3}, 5 \times 10^{-3}$;
- b) $2 \times 10^{-6}, 3 \times 10^{-6}, 4 \times 10^{-6}$;
- c) $1 \times 10^{-6}, 2 \times 10^{-6}, 3 \times 10^{-6}, 4 \times 10^{-6}, 5 \times 10^{-6}, 6 \times 10^{-6}, 7 \times 10^{-6}$;
- d) $1 \times 10^{-6}, 2 \times 10^{-6}, 3 \times 10^{-6}, 4 \times 10^{-6}, 5 \times 10^{-6}$;

et dans tous les cas, le contour en tirets correspond à 2×10^{-6} .

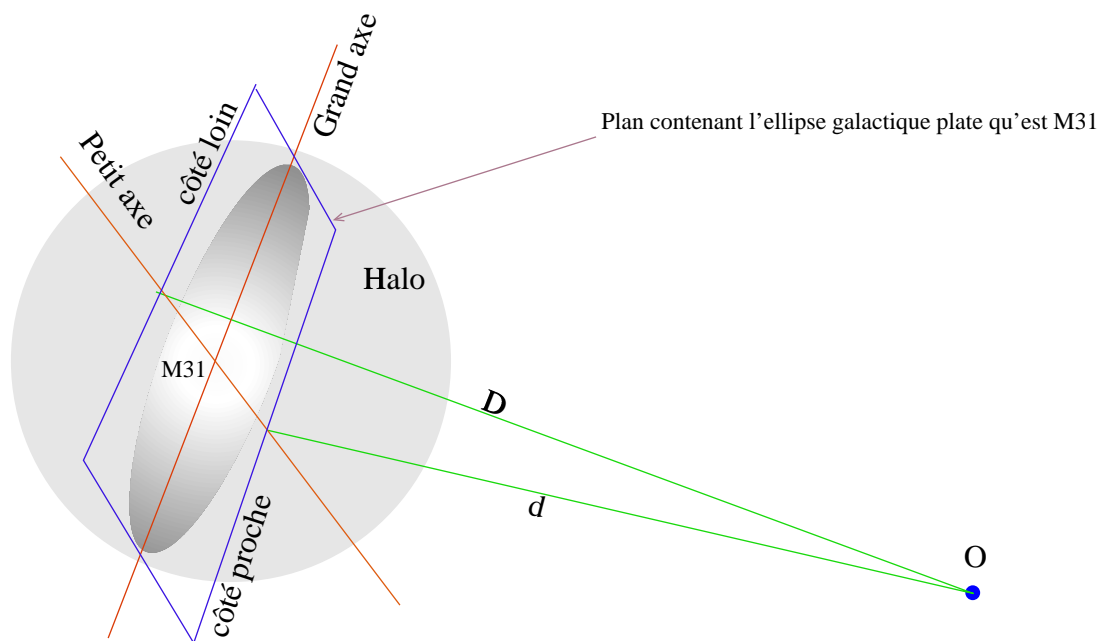


FIG. 3.12 – Schéma traduisant que la galaxie M31 a son petit axe qui fait un angle non droit avec la ligne de visée qui nous relie au centre de cette galaxie, pente qui se traduit par le fait que $D > d$ et que sur le trajet de D il y a une plus grande quantité de halo qui est traversée, ce qui augmente la profondeur optique.

Le seeing dans AGAPE TBL

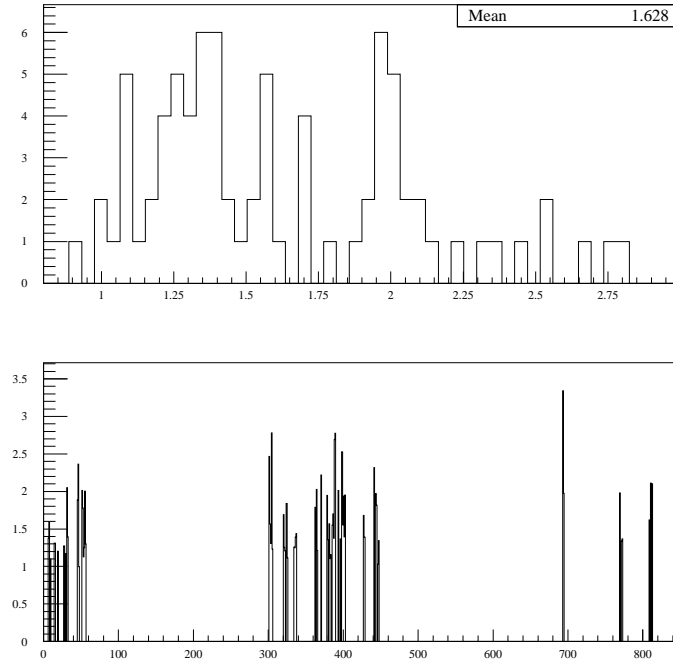


FIG. 3.13 – En haut, distribution de *seeing* et pendant toute la durée des observations sur le télescope TBL. En bas, le *seeing* dans le temps, qui montre aussi l'échantillonnage. La problématique du *seeing* est détaillée dans le chapitre 4, section 4.1.

et nous avons un facteur de conversion électronique $g = 9,4 \text{ ADU}/e^-$. La durée des observations est d'environ cinq heures par nuit. Les temps de pose sont de vingt minutes en filtre Gunn r, et de trente minutes en filtre Gunn B. Le réducteur de focale ISARD n'utilise que 50% du CCD en $f/16$, soit environ 800×700 pixels. Les conditions atmosphériques sont résumées par la distribution de *seeing* donnée figure 3.13.

Nous devons faire particulièrement attention aux problèmes de turbulences thermiques engendrées par les différences de température qui peuvent exister entre l'intérieur du dôme ou se loge le télescope et le milieu extérieur, et qui peuvent induire des effets de *seeing* qui s'ajoutent aux effets purement atmosphériques. Ainsi, les observateurs se situent dans une pièce éloignée du dôme, et le dôme est maintenu à la température extérieure par un système de refroidissement qui évacue la chaleur qui s'y accumule inmanquablement. Le travail de guidage pris en charge par les opérateurs qui nous assistent est extrêmement important, car les problèmes de glissement pendant la pose nous sont néfastes, surtout que nous nous intéressons au flux lumineux reçu par chacun des pixels.

Nous utilisons le filtre Gunn r et le Johnson B pour tester l'achromaticité, caractéristique du phénomène que nous cherchons à observer. Les transmissions des filtres ainsi que des différents éléments qui interviennent, comme la CCD et l'atmosphère sont représentés dans la figure 3.14, et montrent

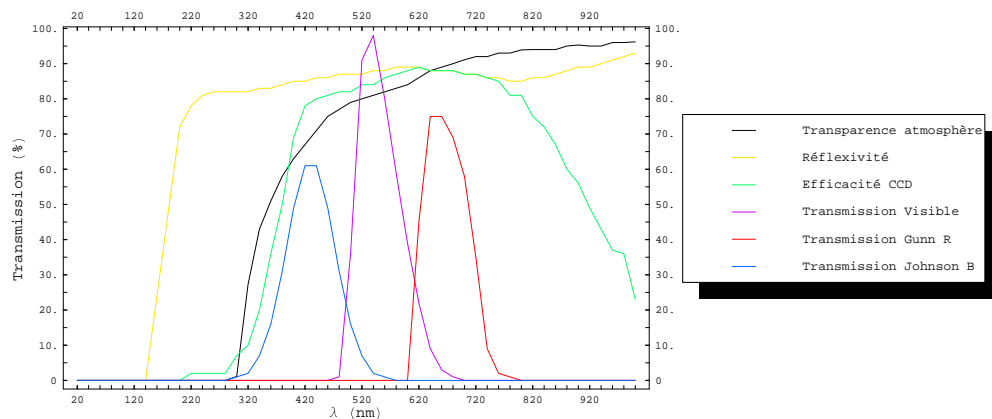


FIG. 3.14 – Nous voyons ici les deux filtres utilisés, Gunn r et Johnson B, avec leur bande passante respective, que l'on peut comparer avec l'efficacité de la CCD et la transmission de l'atmosphère.

que le choix des filtres est entièrement compatible avec les instruments (bonne efficacité CCD, supérieure à 70% dans les deux filtres utilisés) et les conditions d'observation. La magnitude du fond de ciel est de 22 en Johnson B et 20,4 en Johnson R.

En observant le centre de la galaxie, nous tirons bénéfice d'un bon rapport signal sur bruit avec des fluctuations de 0, 1% pour des temps de pose de 20 min, suffisants dans cette région très lumineuse pour exploiter au mieux de la dynamique du CCD. Nous verrons qu'un autre avantage dans le choix de la région centrale proche réside dans le gradient de luminosité important, qui permet de découpler efficacement les variations stochastiques aux hautes fréquences, des variations plus régulières aux basses fréquences.

Nous avons adopté une stratégie multi-champs, avec six zones cibles de A à F de taille utile d'environ 4×4 arcmin² (800×700 pixels) qui permettent de couvrir la partie centrale de la galaxie, là où la densité lumineuse est très importante, avec une magnitude de surface galactique inférieure à 19,5. L'ensemble des 6 champs recouvre la zone centrale de la galaxie, cf. figures 3.15 et 3.16.

3.2.2 Protocole expérimental

Les PLU^a sont faits chaque jour dans les deux filtres au lever et coucher du Soleil. Nous construisons un PLU moyen par *run*, ce dernier étant défini comme une séquence de nuits d'observations accordée sur le télescope^b, typiquement deux semaines. Des poses avec télescope fermé nous ont donné accès à la correction d'offset^c pour le CCD. Grâce à ces informations, le traitement du flux

^aCela permet de calculer la réponse de chacun des pixels, et permet une transformation qui donne la même réponse à tous les pixels, cf. 3.31.

^bL'accès au télescope est accordé par série de jours.

^cC'est le signal que génère l'électronique de la caméra en l'absence de signal physique réel, et que l'on doit soustraire au signal enregistré lors des observations.

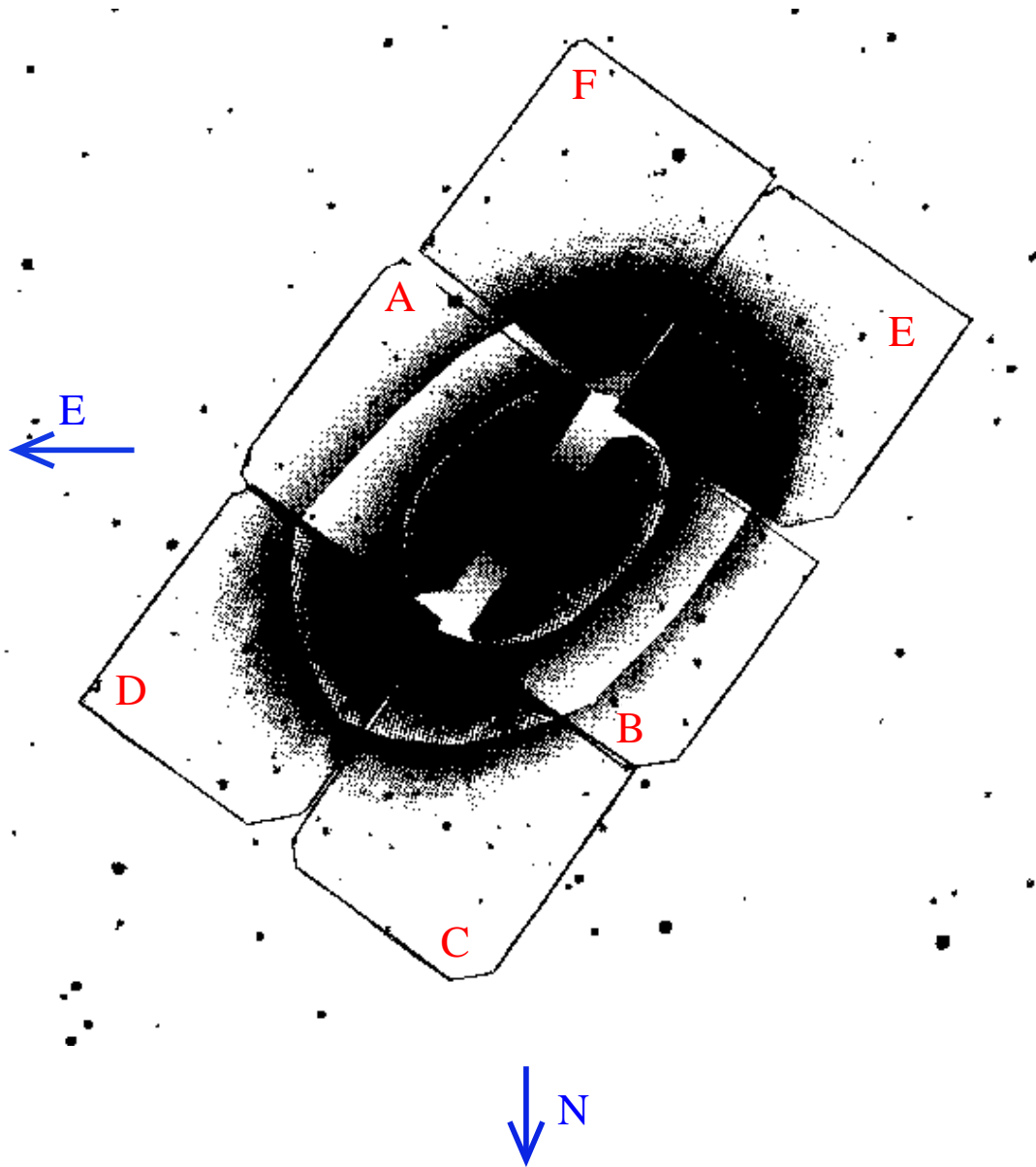


FIG. 3.15 – Les 6 champs d'observation A à F dans AGAPE qui recouvrent la partie centrale de la galaxie M31. La pente du rectangle contenant l'ensemble des champs de pose correspond à la pente naturelle des isophotes de M31 (cf. figure 3.2).

reçu se fait de la façon suivante :

$$\phi_i^{traité} = \frac{\phi_i^{pixel} - \phi_i^{offset}}{\phi_i^{PLU}} \quad (3.31)$$

où il faut retenir que le flux des PLU sont très peu uniformes sur toute une image, avec des variations de 30% en flux, ce qui traduit une réponse non uniforme des pixels du CCD selon leur position sur la CCD. Je voudrais aussi signaler que nous avons remarqué des différences entre les différentes périodes d'observation, car en début de campagne d'observation, en 1994, nous avons dû faire face à des imprévus et à des démontages et remontages du système d'acquisition et du réducteur de focale, tout cela introduisant des différences de calibrage dans le temps : chaque démontage induit des nouveaux réglages qui perturbent la stabilité de l'appareillage, avec des décalages du champ ISARD par rapport à la CCD (la surface utile de 800×700 pixels change de position sur le CCD, ce qui fait que nous n'observons plus avec les mêmes pixels physiques), et les PLU ne sont plus compatibles (il faut refaire des PLU après chaque démontage/remontage, et cela complexifie le traitement des images). Les imprévus ont été d'une part des problèmes de cryostat, et d'autre-part des problèmes du réducteur de focale ISARD qui perdait 50% des photons dans les premiers *runs*. Nous pouvons donc nous attendre à des problèmes de stabilité dans les courbes de lumière pour les premiers *runs*. Cette remarque est importante notamment pour ce qui est important de l'analyse des données, et nous verrons que l'usage des critères de fiabilité statistique pour juger de la qualité des événements détectés subit l'influence de ces problèmes (cf. section 5.1) qui sont cependant localisés dans les premières images.

Ensuite, quand l'obscurité est suffisante, nous pointons le télescope sur le centre de la galaxie M31, et nous effectuons une pose de une minute^d, c'est ce que nous avons appelé le champ Z, qui nous sert uniquement de référence pour le pointage, puisque c'est à partir de cette référence que nous retrouvons la position exacte^e des autres champs d'observation (champs A à F). Le champ Z n'est pas un champ d'étude optimal, surtout en raison de son faible temps de pose. Néanmoins, nous avons pu y découvrir un événement dit « AGAPE Z1 », cf. section 6.1.2, confirmé par l'étude du champ B qui a une intersection non vide avec le champ Z, j'y reviendrai dans la section 6.1.2. Cela dit, le champ Z permet par ailleurs d'estimer les qualités photométriques de la nuit, notamment l'absorption et le *seeing*.

Après le champ Z, nous prenons des clichés des champs A à F, dans l'ordre alphabétique, et d'abord en filtre Gunn r. Ce n'est qu'ensuite que nous reprenons des clichés de ces mêmes champs en Johnson B. Étant donné la durée des poses, vingt minutes, en filtre rouge, et le temps relativement long de l'acquisition (temps pour lire les données contenues dans le CCD et d'archiver l'image ainsi lue) qui est de quatre minutes, nous n'avons que rarement eu la possibilité de faire des poses en filtre bleu, d'autant plus qu'elles durent trente minutes, et non plus vingt, afin d'obtenir une bonne précision photométrique. Il aurait été utile d'avoir plus d'images en filtre bleu pour faciliter l'analyse, et dans les observations menées à Kitt Peak, nous avons alterné les poses dans chaque filtre.

Le tableau (3.2) résume la situation finale en ce qui concerne les images prises au Pic du Midi.

^dNous nous limitons à une minute car le centre de la galaxie est extrêmement lumineux, et une durée plus longue conduirait à une saturation du CCD.

^eLa position n'est pas vraiment exacte, ce qui introduit des effets de bord que nous « corrigeons » en enlevant le bord des images de notre analyse.

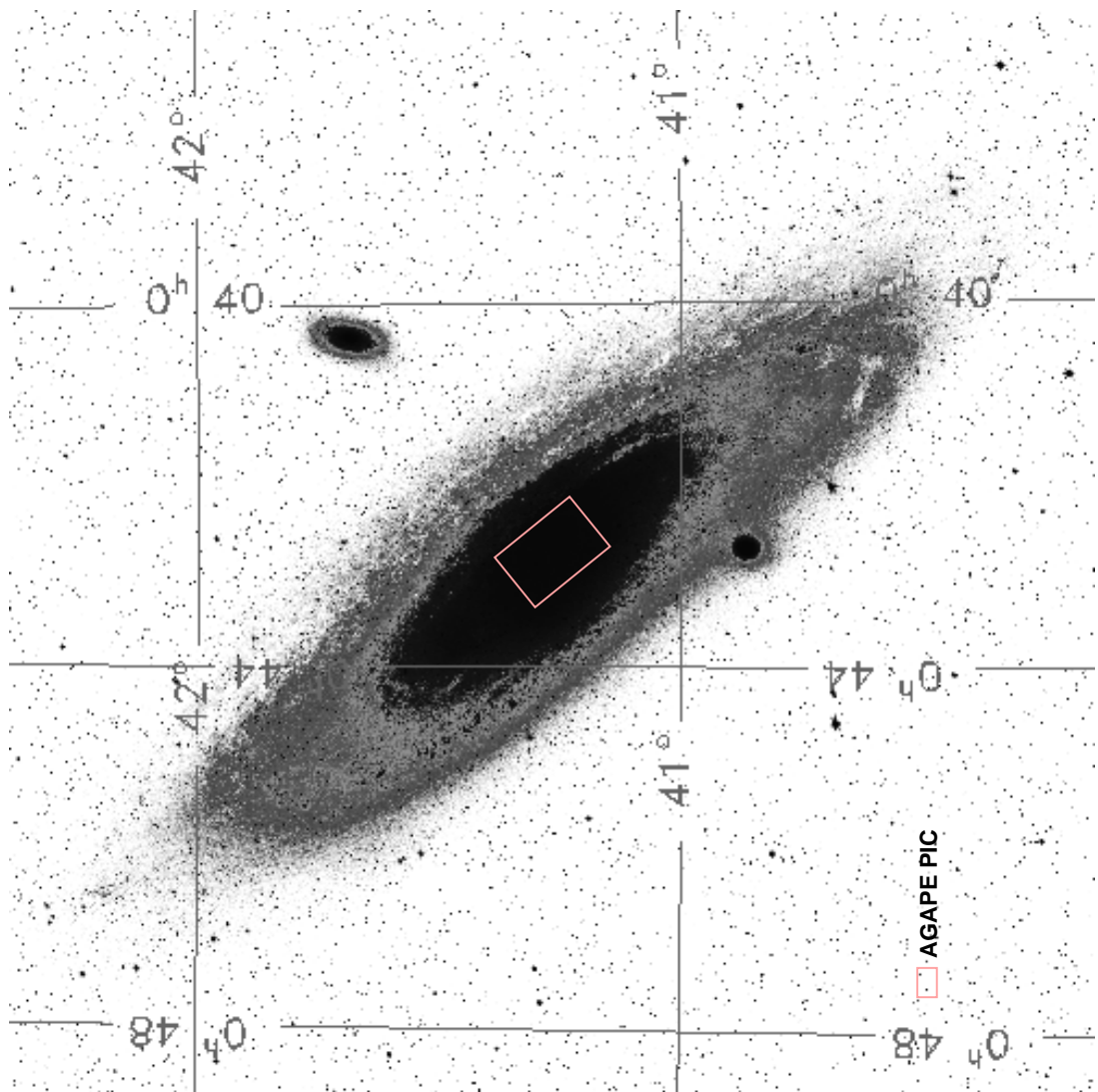


FIG. 3.16 – Nous voyons ici la galaxie M31 avec la zone couverte par les champs d'étude d'AGAPE, qui représente environ $10' \times 15'$.

Filtre & champ	Nombre d'images par année			Total brut	Total utile
	1994	1995	1996		
RA	25	51	8	84	82
RB	24	42	7	73	70
RC	20	40	7	67	66
RD	18	34	7	59	56
RE	6	34	6	46	46
RF	5	27	6	38	35
RZ	32	55	25	112	93
BA	10	21	2	33	29
BB	10	21	2	33	33
BC	8	16	0	24	24
BD	5	14	0	19	18
BE	0	10	0	10	9
BF	0	8	0	8	6
BZ	12	20	7	39	35

TAB. 3.2 – Ce tableau donne le nombre de poses effectuées pour chaque champ et dans chaque filtre durant les trois années d’observation au Pic du Midi.

3.2.3 Étalonnage photométrique

Pour faire un étalonnage photométrique de nos observations, nous avons utilisé 7 des étoiles de référence étudiées par [Landolt] dans l’amas M67 (cf. [Ansari et al 1997]), qui donne les magnitudes m^R et m^B dans les filtres standard Gunn r et Johnson B. Nous avons résolu les équations de couleur

$$\begin{aligned} m^R &= \alpha + r + \beta \cdot (b - r) \\ m^B - m^R &= \gamma + \delta \cdot (b - r) \end{aligned} \quad (3.32)$$

où b et r sont les magnitudes instrumentales $-2, 5 \log(\phi)$ dans les filtres Gunn r et Johnson B, pour trouver

$$\begin{aligned} \alpha &= 21, 29 \pm 0, 02 & \beta &= 0, 05 \pm 0, 02 \\ \gamma &= 0, 23 \pm 0, 03 & \delta &= 0, 89 \pm 0, 03 \end{aligned} \quad (3.33)$$

et nous avons ainsi pu établir que pour un objet d’étude donné, en prenant en compte le fait que notre image de référence a été prise dans des conditions différentes que les étoiles de [Landolt], ce qui modifie la valeur de α que nous devons utiliser^f,

$$m_{objet}^R = -2, 5 \cdot \log \left(\frac{\phi_{objet}^{ADU}}{t_{pose}} \right) + 20, 5 \quad (3.34)$$

^fLes résultats obtenus dans (3.33) sont obtenus sur une image, que nous allons appeler i , qui a une absorption $a_i \simeq 0, 5$ par rapport à l’image de référence R (cf. définition de la section 3.3.2), et comme toute l’analyse d’AGAPE est justement faite par rapport à cette image de référence, nous devons modifier $\alpha \rightarrow \alpha + 2, 5 \cdot \log(a_i)$ ce qui explique la différence entre la valeur de α entre (3.33) et (3.34).

où ϕ_{objet}^{ADU} est le flux en ADU reçu sur l'image, de durée t_{pose} secondes, en provenance de l'objet considéré.

3.3 Traitement initial

Une fois que les données ont été prises, et que les traitements de PLU et d'offset ont été effectués, cf. 3.31 (pré-traitement), nous pouvons procéder au traitement proprement dit, à savoir le recalage géométrique des images et le recalage photométrique, tout cela dans le but d'obtenir en fin de traitement des courbes de lumière qui puissent être analysées afin d'en tirer d'éventuelles amplifications lumineuses par effet de microlentille gravitationnelle.

3.3.1 Recalage géométrique

Nous voulons construire des courbes de lumière pour chaque superpixel, et il nous faut donc en quelque-sorte « superposer » les superpixels d'une image à l'autre, les faire correspondre. Des clichés pris à différents jours ne sont pas directement superposables : le pointage du télescope n'est pas parfait. Nous devons donc procéder à un recalage géométrique qui consiste à choisir une image de référence par rapport à laquelle tous les pixels devront correspondre. Cela revient à donner une numérotation cohérente d'image à image qui permet d'être certain que le pixel (i,j) couvre la même surface physique du ciel sur toutes les images. Nous utilisons pour ce faire le programme PEIDA développé par la collaboration EROS, cf. [Thèse Queinnec], et nous procédons en deux étapes :

1. sur l'image de référence, ainsi que sur l'image qui doit être alignée, sont détectées un maximum d'étoiles résolues, une centaine dans la pratique, qui sont ensuite reliées de façon bijective entre les deux images. Puis nous calculons la transformation linéaire générale à deux dimensions, dite *transformation de Turner*, qui prend en compte tous les effets de translation, de rotation et de dilatation entre l'image de référence et l'image à traiter ;
2. la transformation de Turner qui permet de passer de l'image à traiter à l'image de référence est ajustée par interpolation linéaire sur les coordonnées des centres des étoiles. Dans le cas général, cette transformation peut devenir assez complexe dans la mesure où chaque pixel subit non seulement une translation, mais aussi une rotation ainsi qu'une dilatation. Néanmoins, les rotations et les dilatations sont assez faibles pour n'avoir qu'un effet négligeable sur la forme, la taille et l'orientation des pixels, bien que la position des pixels soit effectivement modifiée ;
3. après alignement, les pixels ne sont pas superposables (j'appelle cette étape intermédiaire proto-alignement), mais les coordonnées sont parfaitement recalées. Ainsi, nous reconstruisons les pixels de l'image recalée comme cela est décrit figure 3.17 : après alignement géométrique, un pixel de l'image de référence, ici en rouge, ne peut pas se trouver parfaitement en correspondance avec un pixel de l'image alignée, dont ici sont donnés 4 représentants i en vert. Il y aura cependant des zones de recouvrement, et je désigne ici ces zones de telle sorte que $p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = S_p$ où S_p est la surface d'un pixel (la même pour les pixels de l'image alignée et de l'image de référence, bien-entendu). Soit ϕ_i les flux contenus dans chacun des pixels i de l'image proto-alignée (où j'utilise le terme « proto » pour décrire l'état

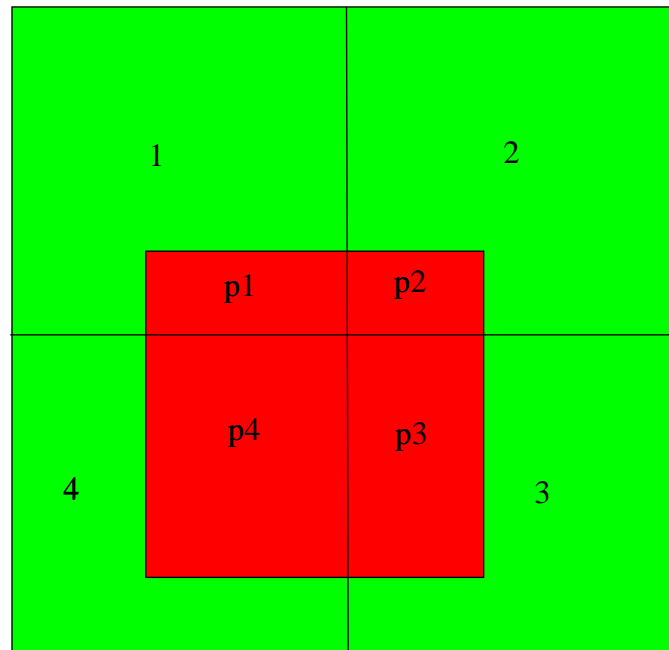


FIG. 3.17 – Schéma du processus de superposition des pixels après application de la transformation de Turner ajustée.

de l'image après transformation de Turner seule) ici en vert, alors je peux construire un pixel de flux $\phi_c = \frac{1}{s_p} \sum_{i=1}^4 p_i \cdot \phi_i$ qui sera l'image alignée finale. J'applique ce processus à tous les pixels de l'image proto-alignée, et je construis ainsi une image superposable.

Cet alignement géométrique est très efficace. La dispersion dans les différences de position des étoiles après alignement entre deux images est de l'ordre de 0,3 pixel, soit 0,1 arcsec ; or cette erreur de recalage est dominée par l'erreur dans l'estimation de la position du centre des étoiles, et, dans l'hypothèse avérée où l'incertitude sur la position du centre des étoiles est isotrope^a, nous en concluons que l'alignement est meilleur que 0,3 pixel.

3.3.2 Alignement photométrique

L'absorption et la Lune

Quand nous observons le ciel à différents instants espacés de plusieurs heures voire jours, nous savons que les conditions photométriques ont changé. En effet, la luminosité globale du ciel, à une même heure dans la nuit, change de jour en jour à cause des effets d'*absorption* et de *Lune*. L'ab-

^aSi, sur une image donnée, le centre des étoiles est toujours évalué avec un décalage qui se fait toujours dans la même direction, alors nous pourrions avoir une faible dispersion des écarts en position après recalage, mais ce dernier serait entaché d'une erreur systématique que la seule dispersion des écarts ne pourrait révéler. Ce genre de difficulté pourrait apparaître avec des poses durant lesquelles le télescope aurait glissé.

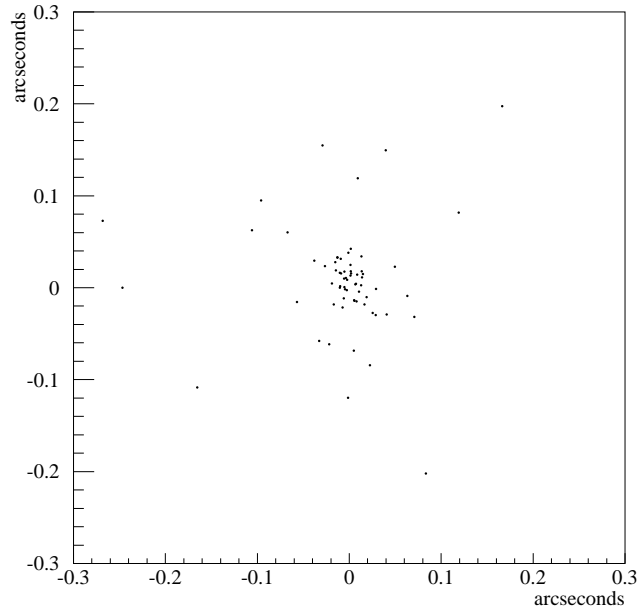


FIG. 3.18 – Dispersion dans la position des étoiles recalées après application de la transformation de Turner ajustée. Nous avons un alignement meilleur que 0,3 pixel.

sorption caractérise une modification de la luminosité apparente qui agit de façon multiplicative : cela est lié aux conditions atmosphériques, et nous pouvons relier cela aux phénomènes dissipatifs ; les variations atmosphériques vont non seulement induire une variation de la largeur de la PSF^b avec le *seeing*, mais aussi une variation de l'intégrale de la PSF. Formellement, nous choisissons une *image de référence*, et pour chaque image courante i , nous calculons le paramètre d'absorption a_i et de fond de ciel (ou Lune) b_i qui permettent d'aligner photométriquement :

$$\phi_R = a_i \cdot \phi_i + b_i \quad (3.35)$$

où ϕ_R est le flux d'un pixel donné sur l'image de référence, et ϕ_i celui du pixel correspondant sur l'image numéro i .

Méthode usuelle

La méthode dont il est traditionnellement fait usage en astronomie consiste à mesurer le flux des étoiles présentes sur les images I_1 et I_2 et à effectuer une régression linéaire. Dans ce cas de figure, nous ne considérons plus l'information au niveau des pixels, mais nous considérons l'information au niveau des objets physiques. Il est aisé de voir comment la relation (3.35) s'applique sur des objets physiques tels les étoiles, dans le cas où le support de l'objet considéré est parfaitement connu. La

^bLa PSF, qui sera étudiée dans le chapitre 3 en relation avec le problème du *seeing*, caractérise l'étalement d'un signal originellement ponctuel après passage dans un médium dispersif comme l'atmosphère.

difficulté pratique réside dans la validité du modèle que l'on est obligé de supposer pour la forme des étoiles ou PSF. Si le modèle correspond mal à la réalité, la régression linéaire ne sera pas valide, car les points entrant dans la régression, à savoir le flux des objets physiques, sera mal évalué. Nous verrons dans le chapitre 4, quand il sera temps d'examiner les possibilités de correction de *seeing* sur nos images, qu'il existe plusieurs modèles assez différents pour la PSF, de la laplacienne à la Moffat en passant par l'omniprésente gaussienne.

Je signale aussi la méthode très classique de « photométrie d'ouverture », qui perd sa fiabilité dans les cas de fort gradient.

Autre méthode par ajustement pixel à pixel

Afin de calculer de façon optimale les coefficients a et b nous devons d'abord approfondir le rôle de ces coefficients. Le problème prend plus de relief avec l'illustration suivante : considérons une image I_1 découpée en pixels, et chacun des pixels reçoit la même intensité (c'est l'image d'un fond uniforme sans gradient de luminosité). Comparons cette image à celle prise avec une absorption et une Lune différente, l'image I_2 . Nous voyons que le rapport des intensités dans chaque pixel de coordonnée (l, m) dans le plan des images obéit à la loi locale, qu'il ne faut pas confondre avec la loi générale d'absorption et de Lune :

$$\phi_2^{l,m} = a_{21} \cdot \phi_1^{l,m} + b_{21} \quad (3.36)$$

où $\phi_i^{l,m}$ est l'intensité reçu dans le pixel de coordonnées (l, m) de l'image I_i , a_{ij} et b_{ij} sont respectivement l'absorption et la Lune locale de l'image I_j relativement à l'image I_i . La relation (3.36) est exacte dans le cas idéal qui nous importe ici^c, et nous pouvons faire appel à une méthode de régression linéaire pour les cas pratiques. L'avantage d'une régression linéaire se basant sur l'information contenue dans chacun des pixels, et non plus sur l'information contenue dans des PSF ajustées sur des étoiles, est d'une part la statistique - il y a beaucoup plus de pixels que d'étoiles résolues sur lesquelles il est possible d'ajuster une PSF - et d'autre-part l'absence d'hypothèse quant-à la forme de la PSF. La seule nécessité est la relation linéaire (3.36) reliant les flux reçus par les pixels homologues des images I_1 et I_2 . Mais cette relation est locale, et souffre de problèmes liés aux variations de *seeing* comme nous allons maintenant le voir.

L'absorption et le problème des étoiles Dans le cas d'un ajustement pixel à pixel, nous aurions des difficultés avec les étoiles ! En effet, à cause des variations de *seeing*, il s'introduit des différences entre les pixels de deux images différentes qui ne sont pas de même nature que l'absorption, et qui risquent donc de donner des *outliers* qui vont gêner l'ajustement destiné à nous fournir les valeurs des paramètres d'absorption et de Lune. La figure 3.19 montre un tel cas, avec deux images de même absorption globale, mais avec une étoile qui perturbe le calcul à cause des différences de *seeing*.

En effet, si je trace la relation (3.36) pour tous les couples (l, m) permis par mon image, j'obtiens une droite : c'est la technique pour mesurer a_{21} et b_{21} expérimentalement. Imaginons maintenant qu'en

^cIdéal dans le sens où les seules différences entre I_1 et I_2 sont dues à la différence d'absorption et de lune, et sans bruit statistique photonique.

plus de l'absorption et de la Lune différentes sur I_1 et I_2 , je considère des différences de *seeing*^d. Si le ciel que j'observe est uniforme en intensité, comme nous l'avons supposé être, le *seeing* n'aura aucun effet, car il n'y a pas de source à support fini dont je puisse considérer l'étalement. Ajoutons alors des étoiles. Dans le cas où le *seeing* ne change pas entre I_1 et I_2 , la relation (3.36) est exacte, et mes coefficients a_{21} et b_{21} ne changent pas en valeur. Mais si le *seeing* est différent, je m'attends à observer des différences en valeur dans les coefficients a_{21} et b_{21} pour les pixels dont les coordonnées (l, m) sont proches des coordonnées des centres des étoiles. Ainsi, dans le cas où mes étoiles sont peu nombreuses - ce qui signifie que la somme de leurs supports est négligeable devant la surface de mon image -, seul un petit nombre de pixels seront tels que leur coefficient a_{21} et b_{21} ne décriront pas le phénomène que nous cherchons à déterminer (leurs valeurs effectives locales seront différentes du cas où le *seeing* ne change pas entre I_1 et I_2 , et ils ne représenteront donc pas l'absorption et la Lune). Cela se traduit graphiquement par des points dont la majorité sont alignés sur la droite déjà évoquée, et un petit nombre s'écartent sensiblement de cette droite, leur écart étant d'autant plus important que leur distance cartésienne au centre d'une des étoiles est petit. Cette observation est importante pour la mesure expérimentale de a_{21} et b_{21} , car nous devons procéder à une régression linéaire sur la relation reliant $\phi_2^{l,m}$ et $\phi_1^{l,m}$ sur pour tous les pixels, et nous voyons que cette régression sera très affectée par le type d'effet que je viens de décrire avec les variations de *seeing* sur des images avec des sources lumineuses à support fini. Dans le cas d'AGAPE, et plus généralement des campagnes d'observation faisant usage de la méthode des pixels pour leur analyse des données, il ne doit de toutes façons y avoir que peu d'étoiles résolues, et donc peu de sources lumineuses à support fini, car, nous l'avons vu au début de ce chapitre, la méthode des pixels souffre beaucoup de la présence d'un trop grand nombre d'étoiles, encore à cause du *seeing*.

Ainsi, une technique de calcul des coefficients a_{ij} et b_{ij} basée sur la régression linéaire serait adaptée à AGAPE, mais il faudrait dans tous les cas utiliser une méthode d'ajustement qui ne soit pas trop sensible aux *outliers*, comme celle basée sur la minimisation de la valeur absolue de l'écart au lieu du carré des écarts (cf. [Press et al., p. 703]).

Méthode d'AGAPE : ajustement des moments statistiques

Néanmoins, nous avons développé une autre méthode, et ce afin de réduire davantage les effets perturbateurs affectant la régression linéaire. Je n'en donnerai ici qu'une description succincte, les détails se trouvant dans [Melchior]. L'idée qui est à la base de cette méthode est que les distributions spatiales des flux reçus par chacun des pixels sur une image ne doit pas changer quand on change d'image. Cela conduit à l'égalisation formelle de tous les moments des distributions concernées. Nous allons voir qu'il n'est cependant nécessaire d'égaliser que les deux premiers moments des distributions, car toute l'information sur l'absorption et les variations du fond (la Lune) y est contenue. Le principal avantage de cette méthode est de s'appuyer sur l'existence d'un fort gradient au sein de nos images - engendré par la proximité du bulbe très lumineux de la galaxie M31 dans les champs de pose d'AGAPE - ainsi que d'un petit nombre d'étoiles, ces deux propriétés ayant pour effet de noyer les effets de variation de *seeing*. Pour le comprendre, il suffit de remarquer deux choses :

^dCette notion, détaillée au chapitre 3, exprime l'étalement des sources lumineuses après passage dans le milieu atmosphérique dispersif.

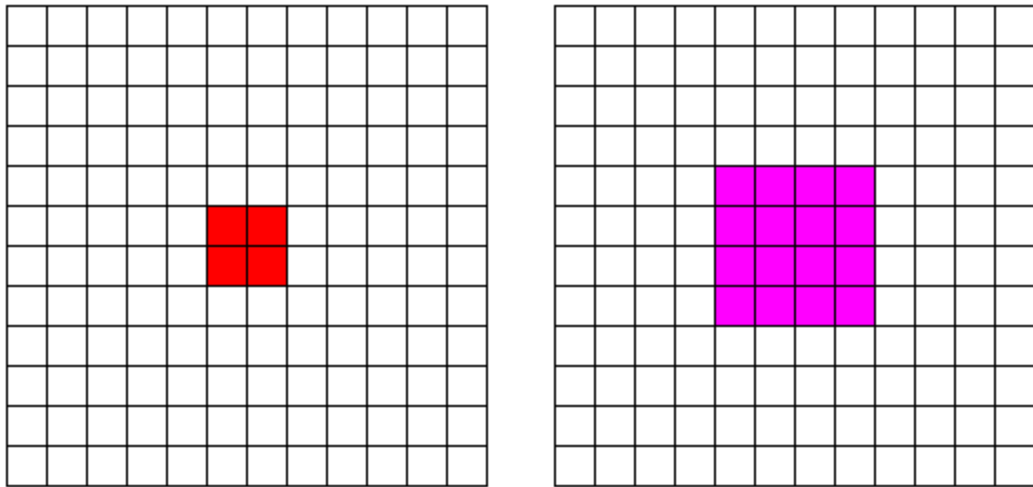


FIG. 3.19 – Nous voyons ici deux images qui représentent la même portion du ciel, autour d’une étoile, avec les pixels. Supposons que l’absorption soit la même sur les deux images, ce qui résulte dans le fait que les pixels autour de l’étoile en rouge à gauche et en rose à droite sont de la même couleur, mais que le *seeing* est plus grand à droite qu’à gauche, ce qui résulte dans une taille plus grande de la tache de l’étoile, et une luminosité par pixel la composant qui est différente, d’où les différences de couleur. Si le *seeing* avait été le même, la couleur ainsi que la taille de la tache de l’étoile auraient été les mêmes. un ajustement pixel à pixel donnerait un facteur $a = 1$ pour les pixels blancs, et $a \neq 1$ pour les pixels appartenant à la tache de l’étoile.

- d’abord que les différences de luminosité locales engendrées par des variations de *seeing* seront toujours négligeables devant le gradient très important des images, ce qui veut dire que la valeur moyenne spatiale du flux d’une image est dominée par le gradient. Si la Lune change, cela affecte de façon uniforme tout le gradient, tout comme les changements d’absorption. Ainsi, la moyenne et l’écart-type ne seront affectés que par les variations aux basses fréquences spatiales de l’image, celles qui changent l’objet dominant de l’image, à savoir le gradient de luminosité. Or l’absorption et la Lune agissent justement sur les basses fréquences, dont l’objet dominant est le gradient.
- par ailleurs l’absorption, terme sans dimension, change l’écart-type des distributions^e et va donc agir sur la mesure des écarts. En revanche, la Lune est un terme additif qui s’exprime dans les mêmes unités que le flux, et ne change donc pas l’écart-type car le terme additif disparaît dans les écarts de flux qui seuls interviennent dans le calcul de l’écart-type. Cela signifie que seule l’absorption intervient dans le changement de valeur de l’écart-type, et, l’absorption corrigée, il ne reste plus que la Lune dans le changement de valeur de la moyenne. C’est ce qu’expriment les relations (3.37) et (3.38).

La relation (3.36) nous donne :

$$\langle \phi_2^{l,m} \rangle = a_{21} \cdot \langle \phi_1^{l,m} \rangle + b_{21} \quad (3.37)$$

et

$$\sigma(\phi_2^{l,m}) = a_{21} \cdot \sigma(\phi_1^{l,m}) \quad (3.38)$$

où $\langle \phi_i^{l,m} \rangle$ et $\sigma(\phi_i^{l,m})$ sont respectivement la moyenne et l’écart-type de la *distribution* de l’intensité reçue par chacun des pixels (l, m) de l’image I_i . Il est important ici d’insister sur cet aspect spatial des moments calculés : il n’est pas question ici de faire appel aux notions statistiques du type distribution de Poisson pour le comptage des photons, car ces dernières concernent les variations temporelles^f.

La variance est donc déduite directement par application de la relation :

$$\sigma^2(x) = \langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle \quad (3.39)$$

où $\langle x \rangle$ est la moyenne dans l’espace de la variable statistique x qui est considérée dans ses variations spatiales^g. Les équations (3.37) et (3.38) combinées sont ensuite résolues :

$$a_{21} = \frac{\sigma(\phi_2^{l,m})}{\sigma(\phi_1^{l,m})} \quad (3.40)$$

^eElle agit comme un changement d’unités .

^fNous verrons au chapitre 3 comment le principe ergodique intervient pour réunir les deux notions de statistique dans l’espace et dans le temps, mais toujours quand l’espace considéré pour la statistique est petit devant l’échelle typique d’activité du gradient spatial ; si ce n’est pas le cas, alors le principe ergodique ne tient plus, et c’est le cas pour ce qui nous concerne ici dans le calcul de l’absorption et de la lune.

^gCette distinction permet notamment de comprendre pourquoi nous ne pouvons pas utiliser les propriétés de la distribution de Poisson pour un processus temporel qui nous conduiraient à une relation du type $\sigma(x) = \sqrt{x}$. La distribution spatiale est largement dominée par la distribution spatiale du gradient, ce qui justifie (3.37) et (3.38).

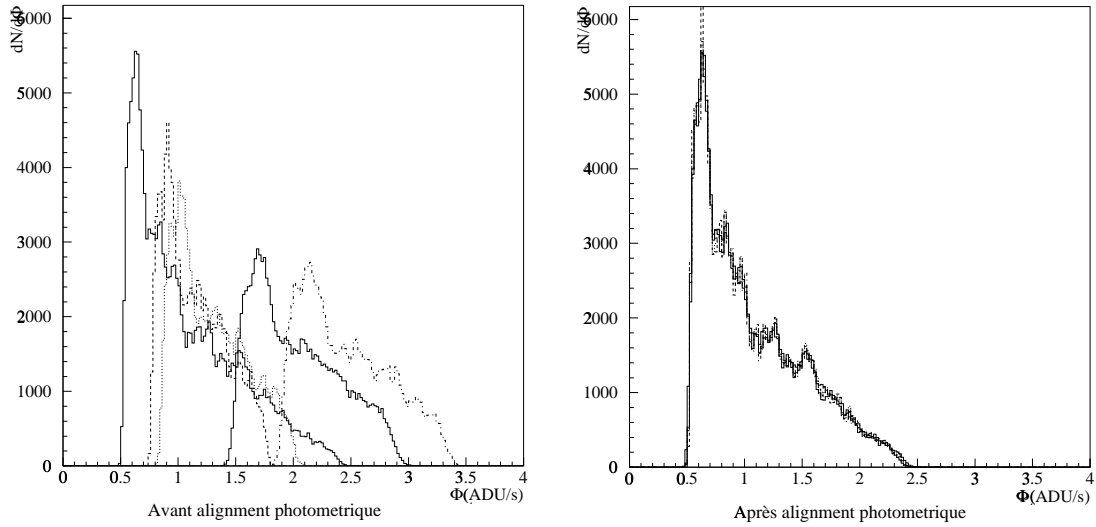


FIG. 3.20 – Résultat de l’alignement photométrique sur plusieurs images, décrit par (3.35) et calculé à l’aide de (3.40) et (3.41). La correspondance se réalise jusque dans les détails de la distribution.

et

$$b_{21} = \langle \phi_2^{l,m} \rangle - \frac{\sigma(\phi_2^{l,m})}{\sigma(\phi_1^{l,m})} \cdot \langle \phi_1^{l,m} \rangle. \quad (3.41)$$

La figure 3.20 montre la qualité de cette procédure pour sur quelques images avec des caractéristiques très différentes.

Ce qu’il faudra retenir de cette discussion, c’est d’abord le fait que le recalage photométrique consiste à faire correspondre les comportements aux basses fréquences spatiales des différentes images, là où seules interviennent l’absorption et la Lune. En second lieu, la moyenne spatiale globale traduit assez bien le comportement aux basses fréquences, car le gradient la découple des comportements aux hautes fréquences. Et pour terminer, l’écart-type est un bon traceur de l’absorption, car, toujours en considérant l’effet découpleur des hautes et basses fréquences du gradient, l’absorption est toujours présente aux basses fréquences, et la dispersion spatiale globale y sera donc sensible. Il conviendra de remarquer le rôle prépondérant du gradient dans cette discussion : si la zone d’étude est petite devant l’échelle typique du gradient, alors le gradient ne pourra plus agir comme découpleur de fréquences, et la moyenne spatiale considérée sur cette petite sera alors un mauvais estimateur des basses fréquences. J’indique ici un autre estimateur du comportement basses fréquences qui sera plus pertinent sur des petites dimensions spatiales et dont nous saurons tirer profit plus tard, *le médian*. Nous allons immédiatement voir une illustration de l’utilité du médian.

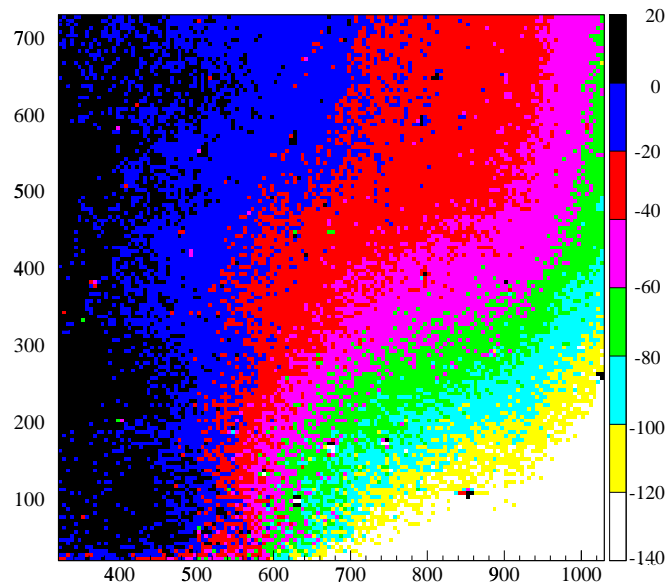


FIG. 3.21 – Image du gradient résiduel (reflet) entre les *runs* c et d. Cet effet est pris en compte dans le traitement des images, cf. équation 3.42.

Le reflet et le médian

Après avoir effectué l'alignement photométrique, en faisant la différence entre des images, nous avons constaté qu'il subsistait un faible gradient dans la différence entre deux images issues de deux *runs*^h différents, cf. figure 3.21. Cet effet est d'autant plus manifeste pour des *runs* entre lesquels le réducteur de focale ISARD a dû être démonté afin de procéder à des ajustements des miroirs permettant un gain substantiel en luminosité. Nous pensons que ce gradient résiduel est dû à des reflets parasites de lumière, et cela pour deux raisons :

1. il n'est pas possible de corriger cet effet avec les procédures usuelles de *débiaisement* et de *déflattage* ;
2. la forme que prend cet effet entre deux images dépend du champ mais semble constant pour un *run* donné quelque soit le champ ;
3. sa luminosité semble être proportionnelle à la luminosité ambiante du ciel.

Afin de corriger cet reflet, nous avons construit, pour chaque cliché, une image dont la luminosité en chacun des pixels est donné par le médian de luminosité sur un pavé de 41×41 pixels centré sur le pixel de l'image d'origine. Il s'agit donc d'un filtre médian qui ne va laisser passer que les variations de luminosité aux basses fréquences spatiales. Avec cette taille de pavé, nous savons que

^hUn *run* est l'ensemble des observations effectuées lors d'une campagne d'observation donnée, et se caractérise par une continuité et une régularité dans la prise des données ainsi que par une calibration stable, les instruments étant installés une fois pour toute durant un run.

toutes les étoiles disparaîtront totalement, même sur les images de mauvais *seeing*. Il est possible de montrer que ce choix est bon vu le nombre d'objets stellaires résolus que nous avons sur nos images, en ce sens que l'image médian ainsi obtenue reste stable malgré les variations de *seeing*, qui seules peuvent induire, par le biais des structures stellaires, des modifications du médian ainsi calculé ; il faudra se reporter page 113 pour un exposé plus complet sur l'effet du *seeing* sur le médian, où la notion de *seeing* aura été préalablement bien explicitée.

Nous avons ensuite soustrait ce médian de chacune des images où il a été calculé, et nous avons ajouté à chaque image le médian de l'image de référence. Ainsi, une fois que les coefficients d'absorption a et de Lune b ont été calculés et pris en compte pour construire un flux corrigé d'absorption et de Lune, cf. (3.36), nous corrigeons le reflet résiduel de la façon suivante

$$\phi_{final}^{l,m} = \phi^{l,m} - (\widetilde{\phi}^{l,m} - \widetilde{\phi}_R^{l,m}) \quad (3.42)$$

où les indices l, m donnent les coordonnées du pixel considéré sur l'image en traitement, et $\widetilde{\phi}^{l,m}$ est le médian dans un pavé de 41×41 pixels centré sur le pixel l, m , et l'indice R désigne l'image de référence, et où le terme entre parenthèses correspond au reflet, que l'on retranche. Dans tout ce qui suivra, quand il s'agira de flux, il faudra comprendre flux corrigé d'absorption, de Lune et de reflet, sauf mention spéciale. Nous obtenons donc des images où les seules différences sont dues à des modifications aux hautes fréquences spatiales, à savoir, dans notre cas de calcul du médian, sur des échelles maximum de 41×41 pixels dont font partie les variations de *seeing*, de luminosité stellaire - étoiles variables, effet de microlentille, etc. - et le bruit statistique de photons. Nous avons construit des images d'écart au médian, sur lequel nous allons nous fonder pour établir une stabilisation de *seeing* au chapitre 4, section 4.3.

Bien que nous ayons efficacement corrigé ce problème de gradient résiduel, nous pouvons nous demander si ce dernier n'a pas eu un effet néfaste sur le calcul de l'absorption et de la Lune dont il était question plus haut. Il apparaît que cela induit un effet systématique dans la comparaison de l'absorption entre les images de différents runs, car ce gradient supplémentaire affecte la dispersion de luminosité. Cette erreur ne réduit pas de façon significative l'intérêt de la méthode statistique utilisée pour calculer l'absorption et la Lune comparativement à l'autre possibilité qui consistait à utiliser ajustement sur les rapport des flux intégrés entre les étoiles de deux images. En effet, comme toutes les images ont maintenant le même fond médian, par construction, l'erreur sur le coefficient a n'affecte que la *différence* entre le flux reçu dans un superpixel et ce fond médian, et pas la le flux reçu dans un superpixel. L'incertitude sur le coefficient a ne réduit pas notre capacité de détecter des variations de luminosité, mais affecte notre précision sur l'évolution temporelle de ces variations une fois détectées : ce qui peut être entaché d'erreur, ce sont les variations relatives d'une image à l'autre, et donc la forme même de la courbe de lumière. Mais cet effet doit rester assez faible, car le gradient résiduel dû au reflet est faible par rapport au gradient de luminosité galactique, et l'effet sur le coefficient a est d'autant plus faible.

Chapitre 4

Le traitement des courbes de lumière

Le chapitre 3 nous a donné les éléments utiles pour mener à bien la collecte des données. Dans ce chapitre, nous allons définir les principaux problèmes qui peuvent survenir :

- les variations de *seeing* ;
- les cosmiques ;
- le bruit statistique ;

et nous verrons en parallèle comment il est possible d’y faire face grâce à des méthodes de « lutte algorithmique ». En ce qui concerne le bruit statistique, je montrerai qu’il est possible de bien l’évaluer, mais qu’il faut bien faire attention à ne pas le confondre avec les agitations physiques intrinsèques aux objets qu’on observe. A la suite de ce chapitre, nous serons en mesure d’obtenir des courbes de lumière « propres ».

4.1 Le *seeing*

Comme je l’ai déjà souvent souligné, la Cosmob est une science observationnelle, et la qualité des données qu’elle analyse dépend fortement du cadre d’observation. Il existe trois grandes classes de cause de mauvaise qualité des données observationnelles :

- la pollution atmosphérique ;
- la pollution lumineuse ;
- les turbulences atmosphériques.

Nous savons par exemple que l’Observatoire de Paris n’est plus un endroit propice aux observations, et ce à cause de la pollution lumineuse engendrée par la ville environnante. Lors de sa construction, l’Observatoire de Paris se situait loin du centre actif de la capitale, et les lumières nocturnes ne constituaient pas une gêne observationnelle comme elle le sont aujourd’hui suite à l’expansion de la ville. C’est une des raisons pour lesquelles les grands observatoires sont situés dans des régions à l’écart des centres actifs de la civilisation moderne. Le fait de s’éloigner des villes et monter en altitude permet de surcroît de sortir des couches de pollution atmosphérique, créées par l’activité industrielle et les véhicules à moteur, qui opacifient le ciel. Ces deux formes de pollution ont donc

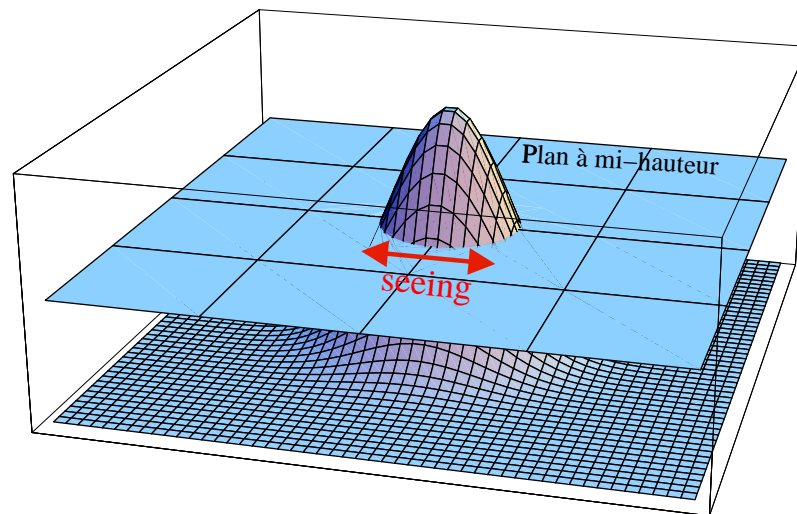


FIG. 4.1 – Nous voyons ici un signal stellaire de PSF gaussienne avec un plan coupant cette forme à mi-hauteur, l'intersection des deux formes étant le disque de *seeing* dont le diamètre, exprimé en arcsec, donne la valeur du *seeing*.

une parade : la distance aux centres actifs et l'altitude.

4.1.1 Turbulence atmosphérique et *seeing*

Une autre forme de pollution est celle engendrée par les turbulences atmosphériques : quand, par exemple, nous observons le ciel à l'oeil nu par temps clair, il est possible de déceler un effet de scintillement (clignotement ou tremblement) qui provient des turbulences atmosphériques. C'est ce type de pollution « naturelle » qui nous intéressera dans ce chapitre, car même en altitude il est impossible d'y échapper, à moins d'aller dans l'espace (télescope Hubble), mais même là, nous le verrons, il existe une limitation purement instrumentale à la qualité des observations. Cet effet se retrouve jusque dans les télescopes utilisés en astronomie, et plus le « grossissement » est important, plus l'effet devient gênant.

Définition du *seeing*

Il est utile d'introduire la notion de *seeing* qui caractérise la largeur angulaire de l'image d'une source lumineuse ponctuelle d'une longueur d'onde donnée située à l'infini telle qu'elle est observée en réalité. En pratique, nous prenons la largeur à mi-hauteur, ou FWHM (Full Width Half Maximum) de l'image produite par une étoile. Cette valeur varie dans le temps et avec les conditions atmosphériques. Le *seeing* représente donc la taille typique de la forme géométrique que constitue l'intersection du signal considéré en trois dimensions avec un plan parallèle au plan de l'image à une distance égale à la moitié de la valeur maximale du signal, cf figure 4.1.

Localisation des causes du *seeing*

Dans le cas général, le *seeing* résulte des effets combinés des trois éléments suivants sur le front d'onde lumineux, cf. [Zago] :

1. la turbulence dans les hautes couches de l'atmosphère, qui atteint un maximum près de la tropopause^a, soit environ à 12 km ; elle est la cause principale du *scintillement* ;
2. la turbulence à la couche frontière atmosphérique (entre 30 et 500 m) ;
3. la turbulence de la couche surfacique terrestre (entre le sol et environ 30 à 50 m) et celle engendrée par les structures artificielles de l'observatoire lui-même (surtout les gradients de température).

Dans mon exposé, je ne considérerai l'effet du *seeing* que de façon globale, en partant de l'hypothèse que l'effet du *seeing* est stable durant une pause. Nous verrons plus loin comment cette hypothèse intervient dans les différentes méthodes d'analyse utilisées.

Surface de ciel observé par une image Un petit calcul nous permettra de mieux nous rendre compte des ordres de grandeur qui sont en jeu : l'élément d'observation élémentaire est le pixel. En prenant en compte l'optique du télescope TBL utilisé pour les données prises au Pic du Midi pour AGAPE, chaque pixel collecte les photons issus d'une portion angulaire du ciel égale à $0,3 \times 0,3 \text{ arcsec}^2$. Si nous considérons une couche atmosphérique située à une distance d , nous voyons que cela représente une surface carrée observée donnée par :

$$S_{\text{pixel}} = \left(\frac{0,3 \cdot \pi}{60 \cdot 60 \cdot 180} \cdot d \right)^2 \quad (4.1)$$

ce qui nous donne, pour la tropopause ($d \simeq 12 \text{ km}$) :

$$S_{\text{pixel}} \simeq 3 \text{ cm}^2$$

et cela nous donne une surface totale d'observation, pour toute l'image utile soit $N_{\text{pixels}} \simeq 800 \times 750 = 6 \cdot 10^5$ pixels :

$$S_{\text{image}} = S_{\text{pixel}} \times N_{\text{pixels}} \simeq 180 \text{ m}^2. \quad (4.2)$$

Cette surface est importante, et cela conduit à penser que l'effet du *seeing* ne sera certainement pas le même sur toute l'image, car les conditions atmosphériques régnant sur tout S_{image} produisent des effets de *seeing* différents.

Nous verrons qu'effectivement, le *seeing* semble ne pas être exactement le même d'un bout à l'autre d'une image, mais qu'il est toujours possible de développer une méthode de correction globale du *seeing* qui se fonde sur un effet moyen du *seeing*^b. Cette faiblesse du gradient de *seeing* sur une

^aLe rayon de la Terre est 6371 km et l'épaisseur « utile » de l'atmosphère environ 60 km.

^bEn effet, les différences observées d'un bout à l'autre d'une image pour le *seeing* ne sont pas énormes, de l'ordre de quelques dixièmes d'arcsec, et un comportement moyen est suffisant au moins pour une première approximation de correction de *seeing*, cf. section 4.3.

image peut se comprendre si nous acceptons l'idée que ce sont les basses couches de l'atmosphère qui vont dominer^c, ce qui nous conduit à prendre des valeurs beaucoup plus faibles pour d que l'altitude de la tropopause dans l'équation (4.1), et cela conduit à une S_{image} bien plus faible. Pour clarifier les idées, prenons par exemple pour d la couche frontière atmosphérique, soit $d \simeq 100$ m ; nous obtenons alors :

$$S_{image} \simeq 1,25 \times 10^{-2} \text{ m}^2 \quad (4.3)$$

ce qui, comparée à l'équation (4.2) rend notre hypothèse de constance du *seeing* sur une image beaucoup plus raisonnable. Combiné à cette variation du *seeing* d'un bout à l'autre de l'image, il existe une autre variation : la forme des étoiles change assez fortement sur les bords de l'image, et peut passer d'une forme ronde à une forme elliptique, effet dû aux aberrations géométriques.

La tache d'Airy et la turbulence

Dans la dégradation de la qualité des observations, nous avons vu qu'il fallait bien distinguer le rôle joué par

1. l'instrumentation ;
2. l'atmosphère.

Bien que dans les deux cas c'est le *pouvoir de résolution* ρ des télescopes, qui traduit la distance angulaire minimale nécessaire entre deux sources lumineuses pour que le télescope arrive à les distinguer, qui sera affecté, les causes sont différentes.

Limitation instrumentale Pour le premier des deux acteurs précédemment cités, l'instrumentation, l'optique nous apprend qu'un télescope parfait, considéré dans un milieu sans turbulence, a une résolution théorique minimale appelée *limite de diffraction*, ρ_l qui est la taille angulaire^d de l'image d'une source ponctuelle située à l'infini, formée au foyer. Nous avons, cf. [Universalis, 14-100a] :

$$\rho_l = \frac{2,44 \cdot \lambda}{D} \quad (4.4)$$

pour le diamètre en radians du premier anneau noir de la *tache d'Airy*, où D est le diamètre du télescope et λ la longueur d'onde considérée. Pour un télescope de deux mètres et une longueur d'onde $\lambda = 7400 \times 10^{-10}$ m du rouge visible nous obtenons

$$\rho_l \simeq 0,9 \mu \text{ rad} \simeq 0,19 \text{ arcsec.}$$

Pour donner une échelle de comparaison, cela revient à distinguer, depuis la Terre, deux sources lumineuses espacées de près de 360 m sur la Lune, située à approximativement 400×10^6 m. Ceci

^cEn effet, les effets de turbulence sont très souvent dominés par les conditions locales proches du télescope, comme par exemple les différences de température entre la coupole où réside le télescope et l'extérieur, ou encore, dans le même ordre d'idée, la chaleur dégagée par les installations du site d'observation, cf. [Zago].

^dIl faut bien différencier ρ_l du *seeing* : tous deux sont une mesure d'étalement, mais ils ne mesurent pas l'étalement de la même façon. Le premier regarde la largeur totale d'une tache, le second regarde la largeur à mi-hauteur d'un signal.

est assez étonnant, car nous voyons que cette distance est grande, bien que nous ayons négligé la turbulence. Le télescope Hubble par exemple, qui ne subit pas les pollutions atmosphériques, rencontre cette limitation instrumentale.

Limitation atmosphérique Cependant, ce cas idéal n'est pas représentatif de la réalité, car l'atmosphère est turbulent, et pratiquement tous les télescopes sont terrestres. Là intervient le second acteur précédemment cité, l'atmosphère. Le mécanisme de base est que les rayons lumineux vont être déviés par un indice de réfraction atmosphérique qui varie de façon turbulente. Ainsi, un ensemble de rayons initialement parallèles donnera une image plus large à cause des changements de directions différentiels au sein de ce système d'ondes parallèles. Il est alors remarquable que le *seeing* est dominé par les effets de l'atmosphère, et non par ρ_l , car il est au mieux de l'ordre de 0,5 arcsec ce qui est plus grand que ρ_l comme le montrent les calculs présentés plus haut où il était question de la taille totale de la tache d'Airy, mais qui restent valables pour le FWHM de cette dernière qui est donnée par :

$$\rho_l^{FWHM} = \frac{\lambda}{D} \quad (4.5)$$

où le facteur 2,44 disparaît car nous ne considérons plus la largeur de la base du signal, mais sa largeur à mi-hauteur (FWHM) : c'est la manière appropriée pour rendre ce paramètre compatible avec la définition du *seeing*. Nous avons donc

$$\rho_l^{FWHM} \simeq \text{seeing} \quad (4.6)$$

L'isolement des sites d'observation astronomiques trouve là une seconde explication : plus l'air est pur et transparent, meilleur sera le *seeing*, et c'est dans les régions arides et montagneuses que se réunissent les meilleures conditions atmosphériques^e. C'est aussi dans ces lieux que la *masse d'air*, qui est une mesure de l'épaisseur de l'atmosphère entre un site d'observation et une source dans une direction donnée, est la plus faible. La masse d'air est minimale au zénith et augmente en se déplaçant vers l'horizon. Nous voyons que plus un site est élevé en altitude, plus la masse d'air décroît, ce qui est intéressant car la dispersion acquise par les rayons lumineux sera plus faible, vu que la distance à parcourir est moindre, et cela contribue à l'amélioration du *seeing* moyen.

Kolmogorov et la taille des télescopes

Nous pouvons maintenant poser la question de l'utilité de l'augmentation de la taille des télescopes, si le *seeing* est un facteur plus limitant que ne l'est la tache d'Airy. L'utilité d'augmenter la taille des télescopes vient de la nécessité d'augmenter le nombre de photons capturés afin de pouvoir détecter des sources lumineuses très faibles, et donc très lointaines, et cela n'est possible que si la surface collectrice est très importante. Par ailleurs, les turbulences se font moins gênantes pour des longueurs d'onde plus grandes : leur effet néfaste est inversement proportionnel à la longueur d'onde. Pour le comprendre, nous devons utiliser le « modèle standard » de l'atmosphère, celui de

^eEn plus de la qualité atmosphérique, les conditions météorologiques sont plus favorables dans ce type de région, les périodes nuageuses ou pluvieuses étant plus rares.

Kolmogorov (cf. [Kolmogorov]). Ce modèle consiste à représenter l'atmosphère comme une structure semi-fractale de masses d'air d'échelles décroissantes depuis l'*échelle externe* correspondant aux plus grands phénomènes macroscopiques (couches d'air, vents, perturbations météorologiques) et transmettant leur énergie cinétique d'une échelle à l'autre par tourbillonnement jusqu'à la plus petite échelle où l'énergie se dissipe en chaleur par frottements visqueux. Il s'agit donc d'un modèle qui se situe dans le cadre plus large des *systèmes dissipatifs*, où l'énergie n'est pas conservée au niveau d'un système particulier^f, mais est perdue sous forme de chaleur vers un système englobant. Kolmogorov avait développé cette modélisation afin de fournir des clés pour la compréhension physique du phénomène de la turbulence forte, avec des nombres de Reynolds très grands. Ce paradigme s'applique donc à tout système fortement turbulent, et pas seulement à l'atmosphère. Il est remarquable que ces idées datent de 1941 et sont encore les seules qui permettent aux chercheurs d'avoir une prise conceptuelle sur le phénomène de turbulence. En 1944, Landau avait supposé que la turbulence pouvait se comprendre comme la superposition d'une infinité de fréquences propres, un peu comme un oscillateur avec des fréquences en nombre infinies. En 1970, Takens et Ruelle ont démontré qu'il suffisait de trois fréquences incommensurables pour qu'un système exhibe un comportement chaotique, et qu'un nombre infini n'était donc pas nécessaire.

Le diamètre de Fried Nous allons maintenant voir comment il est possible d'utiliser ce travail pour nous donner une idée du diamètre limite des télescopes à différentes longueurs d'onde. L'étude mathématique du modèle standard de l'atmosphère met en exergue plusieurs paramètres caractérisant l'état de la turbulence. L'un des principaux est le *diamètre de Fried*, r_0 (cf. [Fried]). Pour un site, une turbulence et une longueur d'onde donnés, r_0 est égal au diamètre d'un télescope non soumis à la turbulence et dont la qualité d'image est équivalente à celle d'un télescope de diamètre infini qui lui la subirait. Nous avons une relation du type :

$$seeing \simeq \frac{\lambda}{r_0(\lambda)} \quad (4.7)$$

où nous reconnaissons l'équation (4.5)^g dans laquelle le diamètre D du télescope est remplacé par le diamètre de turbulence de Fried r_0 . Ainsi, r_0 représente le diamètre du télescope « équivalent » aux effets de l'atmosphère : les télescopes plus grands que r_0 sont limités par la turbulence. Pour répondre à notre question sur le diamètre limite des télescopes, il nous suffit donc de trouver la valeur de r_0 : dans (4.7), l'hypothèse de Kolmogorov nous donne

$$r_0 \propto \lambda^{\frac{6}{5}}. \quad (4.8)$$

Grâce à (4.5) nous voyons que dans le visible ($\lambda = 0,5 \mu\text{m}$), un très bon *seeing* de 0,5 arcsec conduit à $r_0 \simeq 14 \text{ cm}$ et la relation (4.8) nous dit que pour une longueur d'onde située dans l'infrarouge (par exemple $\lambda = 4 \mu\text{m}$), $r_0 \simeq 1,7 \text{ m}$, soit 12 fois plus grand. Nous comprenons maintenant pourquoi les télescopes ont avantage à observer dans les grandes longueurs d'onde où la turbulence a des effets nettement moins prononcés. Cependant, pour un diamètre de télescope fixé, l'observation

^fL'énergie est toujours conservée, bien-entendu, mais encore faut-il prendre soin de considérer le bon système englobant pour que cette loi de conservation soit vérifiée.

^gEn fait, nous voulons trouver une relation entre r_0 et le *seeing*, et nous assimilons pour cela r_0 à D et nous utilisons (4.6) avec (4.5).

dans les grandes longueurs d'onde augmente aussi la taille de la tache d'Airy (cf. 4.4), et il est donc intéressant d'avoir des diamètres de télescopes plus grands. Les justifications pour la construction de grands télescopes sont donc :

1. l'augmentation de la surface collectrice pour la détection de sources faibles ;
2. l'observation dans les grandes longueurs d'onde.

4.1.2 Mesure du *seeing*

L'annexe D définit un concept opératoire pour quantifier le *seeing* : il nous suffit de mesurer la FWHM des étoiles visibles sur une image, de les moyenner, et le résultat sera le *seeing* moyen de l'image. Mais plusieurs problèmes se posent alors :

1. il faudrait que les étoiles aient un signal de coupe circulaire ;
2. la FWHM doit-être un invariant sur une image, pour toutes les étoiles visibles.

Le premier point souligne le fait que :

- durant une pose de 20 à 30 minutes^h, la position des étoiles dans le ciel change à cause de la rotation de la Terre. Pour compenser cet effet, le télescope est doté d'un « mécanisme de suivi » qui permet en quelque-sortes un recalage continu. Mais il paraît évident que le pointage peut engendrer un petit décalage qui engendrera une légère traînée du signal de l'étoile sur l'image, d'où une légère ellipticité du signal stellaire à priori circulaireⁱ ;
- l'optique du télescope peut avoir tendance à déformer les images quand on regarde des zones loin du centre de ces dernières : aberrations géométriques.

Si l'ellipticité ou la déformation est trop prononcée sur l'ensemble de l'image, cette dernière est rejetée de l'analyse^j.

Le second point souligne, en relation avec la discussion qui nous a conduit à l'équation (4.3), que le *seeing* peut changer d'un bord à l'autre de l'image.

Ajustement de gaussienne pour le calcul du *seeing*

Afin de remédier à ces différentes difficultés, nous pouvons modéliser la PSF par une gaussienne à deux dimensions et faire un ajustement de ce modèle sur les étoiles résolues d'une image afin d'en tirer le *seeing* grâce à l'équation (D.4). Mais se pose alors la question de la modélisation de notre PSF. En effet, une PSF est le résultat de la convolution des distributions de Dirac, représentant mes

^hC'est la durée des poses dans AGAPE, en filtre rouge et bleu respectivement.

ⁱLes effets de l'appareillage et de l'atmosphère étant isotropes, la PSF doit être symétrique par rotation autour d'un axe passant par le centre de la PSF et perpendiculaire au plan de l'image.

^jElle ne peut être conservée dans l'analyse des données car les pixels de l'image, objets d'analyse de la méthode des pixels que nous employons, subissent alors une perturbation artificielle trop importante ; il s'agit alors d'une erreur systématique difficilement corrigible pour cette image. De plus, le recalage géométrique d'une telle image se fera difficilement, le centre des étoiles résolues étant alors mal défini. Certaines méthodes de correction de glissement existent (cf. [Aboutalib]), mais leur implémentation dans le cadre de la méthode des pixels est un sujet sur lequel nous n'avons pas encore travaillé.

étoiles non perturbées, par la PSF globale qui regroupe toutes les causes d'étalement, cf. annexe D. Par ailleurs, nous savons qu'il existe un fond de ciel dans lequel baignent les signaux en provenance des étoiles. Comment modéliser cela ? Les réponses se trouvent dans l'annexe D, et nous supposons dans la suite de l'exposé que nous avons une bonne méthode de mesure du *seeing*. Nous retiendrons du travail présenté en annexe que « l'évaluation du *seeing* par ajustement de PSF ne souffre que de l'inadéquation de la forme théorique de la PSF avec la réalité, et des difficultés à déterminer le fond sur lequel se dessine la PSF ». Maintenant que nous avons mesuré le *seeing*, il nous faut tenter de corriger au mieux les problèmes qu'il engendre.

4.2 Les méthodes instrumentales de correction de *seeing*

Il existe aujourd'hui des moyens techniques qui permettent de remédier en partie aux dégradations d'image engendrées par l'atmosphère. L'optique adaptative est une de ces méthodes. Historiquement, ce furent d'abord des techniques basées sur l'emploi d'images courtes qui furent employées. En effet, à partir d'une série d'images prises avec un temps de pose très court, il est possible de prendre un « instantané » de la turbulence, et ensuite de corriger sur chacune de ces images les effets erratiques du *seeing* pour les remettre aux conditions proches de la limite de diffraction, si le rapport signal sur bruit le permet, avant de les combiner. Les corrections dont il est question sur ces images de courte durée vont du simple re-centrage et addition ou *shift and add*, jusqu'à l'interférométrie des tavelures ou *speckle imaging*, et la dé-convolution.

4.2.1 Les poses courtes

Pour comprendre le rôle joué par des temps de pose courts, il convient de revenir au modèle d'atmosphère turbulent de Kolmogorov. r_0 caractérise l'aspect spatial de la turbulence, et il est possible de trouver son équivalent dans le temps, à savoir le temps de cohérence t_0 qui est le temps le plus grand durant lequel le front d'onde turbulent n'aura pas évolué. Dans un modèle de turbulence monocoche, nous pouvons écrire

$$t_0 = \frac{r_0}{v} \quad (4.9)$$

où v est la vitesse de déplacement de la couche. Pour des vitesses de vent de l'ordre de 5 m/s à 20 m/s, nous avons, dans le visible ($\lambda = 0,5 \mu\text{m}$), des valeurs de t_0 de l'ordre de 5 ms pour $r_0 \simeq 10\text{ cm}$ et $v \simeq 20\text{ m/s}$ à 30 ms pour $r_0 \simeq 15\text{ cm}$ et $v \simeq 5\text{ m/s}$ où les valeurs pour r_0 sont tirées de l'équation (4.6) en prenant des *seeings* de l'ordre de 0,5 arcsec à 1 arcsec et des vitesses de vent typiques.

Ainsi, en prenant des poses d'une durée comparable à t_0 (images dites de « courte pose »), les images individuelles sont certes dégradées par la turbulence, mais l'aspect est constitué de taches de lumière appelées *tavelures* ou *speckles* dont la taille est de l'ordre de grandeur de ρ_l . L'image de courte pose contient donc plus d'informations sur la nature de l'objet observé que les images de long temps de pose où toutes ces images courtes sont pour ainsi dire moyennées, ce qui donne une superposition floue et une forme de type étalée au signal d'origine. La résolution de l'image courte est perdue, nous passons d'une résolution donnée par l'équation (4.5) pour les courtes poses

à celle donnée par l'équation (4.7). La relation (4.9) nous montre que le temps de cohérence a le même comportement que la longueur de cohérence vis-à-vis de la longueur d'onde, ce qui implique que les temps de pose doivent-être, à turbulence identique, d'autant plus courts que les longueurs d'onde étudiées sont courtes.

C'est en partant de l'analogie entre l'effet de la turbulence et celui d'un miroir déformant dont la déformation varie au cours du temps sur une échelle t_0 que Horace Babcock (cf. [Babcock]) a pensé utiliser un montage optique sur le trajet optique qui appliquerait des déformations opposées à celles dues à la turbulence. En prélevant une partie du faisceau pour analyser la turbulence, il est possible d'en extraire la déformation du front d'onde et de répercuter celle-ci à l'envers sur l'élément déformable placé sur le trajet optique. Ce n'est qu'à la fin des années 1980, avec le projet *Come-On* dont le centre actif était en France, que l'optique adaptative a été testé et validée (cf. [Demailly]).

4.3 Méthode logicielle de correction du *seeing*

Après avoir brièvement exposé les techniques de correction instrumentales, je vais maintenant décrire le cheminement qui nous a conduit à une méthode de correction logicielle qui se concentre sur les données après leur collecte. L'annexe E expose un travail préliminaire qui nous permet de comprendre les effets du *seeing* sur des étoiles résolues, pour lesquelles tout peut être expliciter de façon analytique, et je vais maintenant décrire la méthode de correction empirique^a que nous avons employée, plus appropriée pour nos données qui ne contiennent que très peu d'étoiles résolues. Nous retiendrons de ce travail annexe qu'il est plus approprié de parler d'une *méthode de stabilisation du seeing*, plutôt que d'une correction, car il nous est pour ainsi dire impossible de construire une image pour laquelle le *seeing* est absent, ne serait-ce que par la limite instrumentale décrite dans la section 4.1.

4.3.1 Algorithme de correction empirique

Je vais ici montrer :

- qu'il existe une relation empirique linéaire à deux paramètres entre les écarts au médian des flux d'un même superpixel entre plusieurs images ;
- que les paramètres de la relation varient avec le *seeing* ;
- qu'il est possible de faire usage de cette relation pour simuler un *seeing* constant entre les images, i.e. de ramener chaque image à un *seeing* de référence donné, et ce afin de stabiliser les courbes de lumière ;

^aNous savons que nos données ne contiennent que très peu de signaux résolus, et il nous faut donc recourir à une méthode empirique qui témoigne de l'impossibilité de recourir à un travail analytique complet dans notre cas. L'annexe nous donne cependant un cadre conceptuel qui permet de comprendre la démarche empirique, sans pour autant pouvoir en justifier chaque étape.

Au premier ordre, il existe une relation du type facteur multiplicatif entre l'écart $\phi_p - \phi_f$ mesuré sur une certaine image et celui mesuré sur une autre image pour le même pixel

$$g_s(t_i) \cdot (\phi_p(t_i) - \phi_f(t_i)) = g_s(t_j) \cdot (\phi_p(t_j) - \phi_f(t_j)) \quad (4.10)$$

où ϕ_p et ϕ_f sont respectivement le flux total collecté dans le superpixel, et la partie qui ne provient que du « fond » (cf. discussion ci-après) ; g_s est la fonction du *seeing* qui corrige l'effet de débordement dû au *seeing*, et représente donc l'inverse de la fonction f_s de l'équation (E.1), mais j'ai délibérément choisi de changer sa dénomination afin de rendre explicite la différence qui existe entre le cas présent, qui consiste à contrecarrer l'effet du *seeing* de façon générale sur les pixels, et celui qui nous a occupé auparavant où il n'était question que d'étoiles résolues.

De façon plus physique, ce que dit l'équation (4.10) c'est que la quantité de lumière reçue dans un pixel ne doit pas varier au cours du temps si les phénomènes physiques stellaires sous-jacents conduisent à un rayonnement stable. Si nous arrivons à quantifier la perte due au *seeing*, alors le nombre de photons reçus, et donc la luminosité apparente de l'objet, pourra être stabilisé. Je rappellerai ici que les variations du fond de ciel, qui se produisent sur des grandes échelles de distance, à cause de l'absorption ou de la Lune, sont totalement découplées des variations de *seeing*, ces dernières n'ayant qu'un effet local. Ce découplage est renforcé par le gradient de luminosité très important que nous avons sur nos images, et ce à cause du bulbe très lumineux de la galaxie qui se trouve à un bord de ces dernières, qui permet une mesure statistique de l'absorption, cf. 3.3.2).

La notion de « fond » et de médian

Bien-sûr, nous pouvons nous interroger sur le sens à donner à ce que nous avons appelé le « fond » dans l'équation (4.10). Ceci est une question très importante, car bien que les variations de luminosité qui se produisent aux petites fréquences spatiales soient indépendantes du *seeing* dans AGAPE, nous avons cependant une dépendance entre le *seeing* et ce que l'on ressent comme étant le fond^b sur les hautes fréquences spatiales où existe le signal que nous voulons stabiliser : nous ne pouvons pas nous satisfaire d'un tel fond ; en effet, nous ne pouvons stabiliser que par rapport à quelque-chose qui est elle-même stable. En fait, ce fond doit représenter le plan qui, soustrait à la zone où se trouve le signal, nous donnerait le signal physique de l'astre seul (cf. figure E.1) : nous reviendrons sur ce point avec la figure 4.2. Ainsi, nous avons besoin d'un fond qui satisfasse trois conditions nécessaires et suffisantes :

- il est cohérent avec l'utilisation qu'on en fait dans l'équation (4.10) ;
- il ne dépend pas du *seeing* ;
- il est facile à calculer sur les données observationnelles.

Nous avons construit une telle grandeur observable, et nous l'avons appelé le *médian*. La recette est la suivante : pour chaque pixel p , calculer la valeur médiane du flux collecté par chacun des pixels contenus dans un pavé 41×41 pixels centré sur le pixel p . Nous allons donc utiliser la notation $\tilde{\phi}$ au lieu de ϕ_f pour éviter toute confusion. Nous avons choisi cette taille de pavé pour y calculer la valeur médiane car nous voulions véritablement révéler les variations de luminosité aux faibles fréquences spatiales, et pour ce faire, nous devions contrecarrer les effets des structures très

^bUn fond issu d'une première définition naïve.

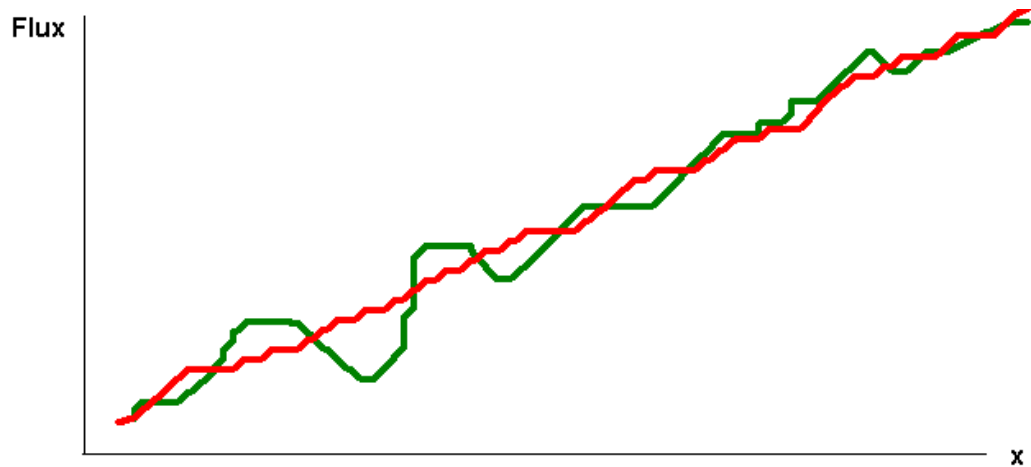


FIG. 4.2 – Visualisation d’une images en une dimension en vert, et son médian en rouge. La différence entre ces deux courbes fait ressortir les bosses et les trous qui vont se contracter et s’étirer avec le *seeing*.

lumineuses aux hautes fréquences spatiales, telles les étoiles, qui auraient pu influencer le résultat si le carré avait été plus petit, et rendre le médian ainsi calculé invalide aux yeux de la condition 2 ci-dessus (car ces structures aux hautes fréquences sont influencées par le *seeing*). Le médian agit donc comme un filtre qui ne conserve que les basses fréquences spatiales^c. Nous avons montré à la fois sur des simulations et sur les données que le médian ainsi calculé pour chaque pixel vérifiait les trois conditions nécessaires et suffisantes. Pour une discussion plus approfondie, voir page 113.

Il est utile, pour comprendre la notion du fond, de s’imaginer une image vue de côté, comme dans la figure 4.2. Ce que nous voyons, c’est un genre de signal oscillatoire chaotique : le flux reçu qui varie le long d’un axe x imaginaire. Chaque bosse et chaque trou est un genre de signal qui va se contracter et s’étendre avec le *seeing* qui varie dans le temps. Afin d’étudier ces variations, nous décidons de construire un signal intermédiaire qui court le long de l’axe x et sur lequel les bosses et les trous ont disparu, du moins celles et ceux qui existaient aux courtes échelles de distance : il ne subsiste que les variations aux petites fréquences spatiales, par exemple le gradient de luminosité qui fait que sur la figure le signal « monte ». La différence entre le signal originel et le signal intermédiaire fera apparaître des parties négatives et positives qui sont respectivement les trous et les bosses d’origine. Donc, quand nous parlons de fond, nous nous référerons en réalité au médian qui vient d’être défini ici. Bien-entendu, le fond d’un superpixel est la somme des fonds dans chacun des pixels qui le compose.

Méthode de stabilisation de *seeing*

Maintenant, si nous avons traité le problème des autres causes éventuelles de variation du flux de fond^d, et si nous décidons de choisir un temps particulier t_1 comme *temps de référence*, i.e. l’image

^cNous pouvons aussi nous représenter le médian d’une image comme la limite à *seeing* infini de cette dernière.

^dLe fond que nous avons construit varie dans le temps à cause de la lune et de l’absorption qui changent, donc nous devons avant tout corriger ces effets (cf. section 3.3.2).

prise au temps t_1 est celle par rapport à laquelle

- nous ajustons la Lune (fond de ciel) et l'absorption de toutes les autres images prises à des temps différents ;
- nous stabilisons le *seeing* ;

alors l'équation (4.10) devient

$$\left(\phi_p(t_i) - \widetilde{\phi}_p\right) = h_s(t_i) \cdot \left(\phi_p(t_1) - \widetilde{\phi}_p\right) \quad (4.11)$$

avec

$$h_s(t_i) = \frac{g_s(t_1)}{g_s(t_i)} \quad (4.12)$$

où $\widetilde{\phi}$ est maintenant l'estimateur de ϕ_f , et aussi $\widetilde{\phi}_p \equiv \widetilde{\phi}_p(t_1)$ au temps t_1 de référence.

La relation 4.11) montre que la région de luminosité stable observée par le pixel p conduit à un flux collecté au temps t_i sur le pixel p qui est directement relié au flux collecté par ce même pixel au temps t_1 par l'intermédiaire de la fonction h_s qui décrit l'effet de *seeing*. La dépendance temporelle de $\widetilde{\phi}$ a disparu, à cause de notre hypothèse que les variations du fond ont été stabilisées par un premier traitement, décrit dans la section 3.3.2. En comparant les équations (E.1) et (4.11) nous voyons que la fonction h_s joue le même rôle que la fonction f_s : la distinction réside dans le fait que la première permet la *stabilisation du seeing*, et la seconde *corrige le seeing*. Nous ne pouvons pas faire confiance à la mise en pratique d'une *correction* de *seeing* basée sur ce principe, car ce serait pousser trop loin l'application de la modélisation^e. En revanche, une stabilisation basée sur l'usage d'une image de référence correctement choisie paraît déjà plus raisonnable *a priori*, ce que vont confirmer les résultats qui suivent.

4.3.2 Application de la correction

Nous sommes maintenant prêts à rendre opérationnel une méthode empirique pour stabiliser l'effet de *seeing* : il nous suffit d'utiliser l'équation (4.11) sur nos données.

La figure 4.3 montre l'existence d'une dépendance linéaire reliant $\phi_p(t_1) - \widetilde{\phi}$ à $\phi_p(t_i) - \widetilde{\phi}$: la différence entre le flux observé et le fond^f, dans un pixel donné sur l'image, entre une image quelconque et l'image de référence. Cette observation est à l'origine du travail sur la stabilisation de *seeing*.

Nous pouvons expliquer l'apparition d'un tel comportement : il est prévu par l'équation (4.11). Plus précisément, nous devrions observer une dépendance linéaire de pente $h_s(t_i) \simeq 1$, les différences étant interprétées comme indiqué dans la table 4.1.

Processus opératoire

En mesurant les coefficients de la dépendance linéaire de toutes les images avec l'image de référence, nous obtenons l'ensemble des valeurs pour h_s pour toutes les images. Pour calculer les

^eCorriger reviendrait en effet à revenir à un seeing idéal nul et cela conduit à outrepasser la limite physique imposée par la taille finie du pixel qui représente notre plus petite source informationnelle.

^fJe rappelle qu'en fait la différence entre le flux et le fond est, pour nous, l'écart au médian.

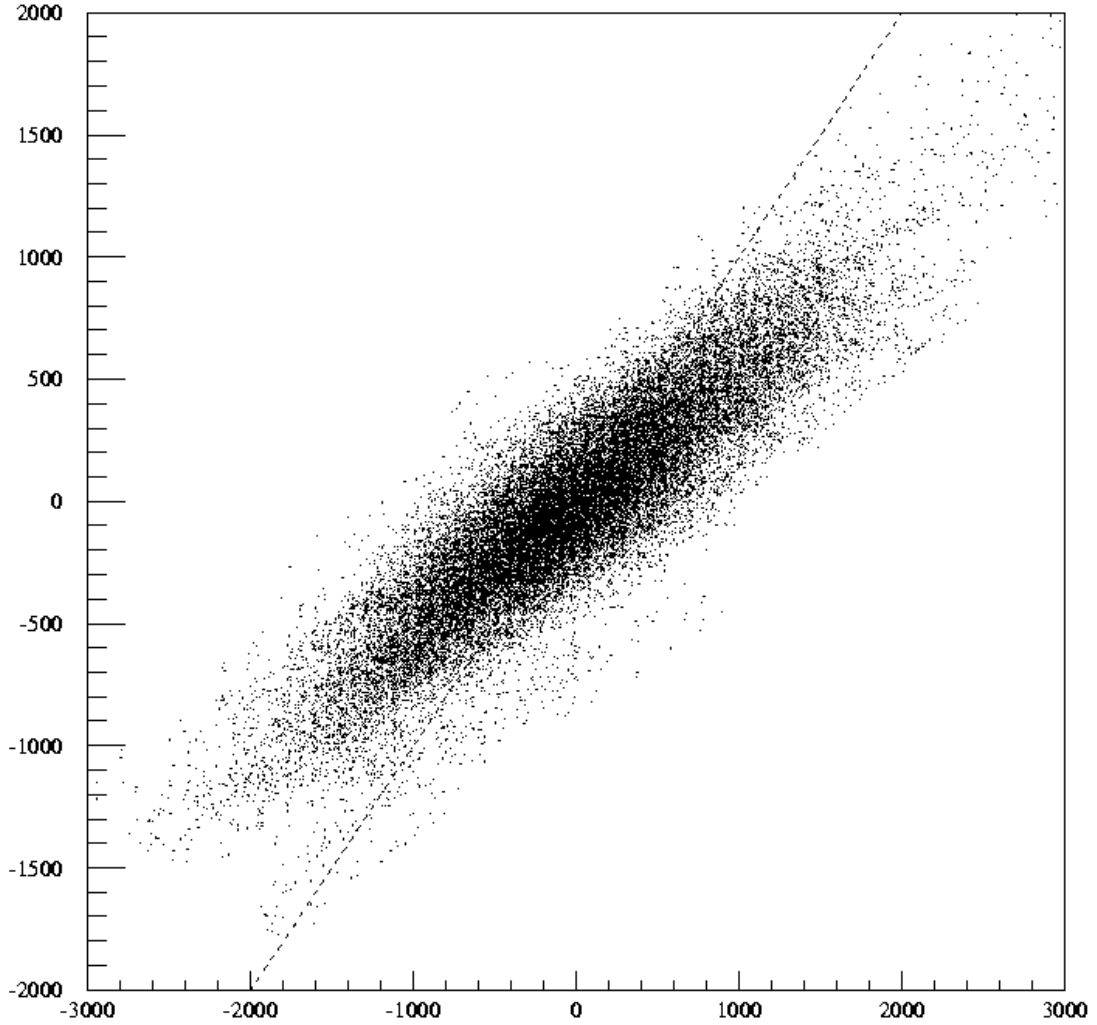


FIG. 4.3 – Exemple de la corrélation linéaire existant entre l'écart au médian, pour chaque pixel, sur une image de *seeing* = 2,4 arcsec et celui sur une image de *seeing* = 1,2 arcsec : chaque point composant la forme en cigare correspond à un superpixel (l, m) , et l'abscisse et l'ordonnée sont $(\phi_p(t_1) - \bar{\phi}, \phi_p(t_i) - \bar{\phi})$. La pente est différente de l'unité, ce qui s'interprète comme un *seeing* différent entre les deux images, cf. équation (4.11). La ligne en tirets est la droite de pente unité (qui représente le cas où les deux images considérées n'ont pas de différence de *seeing*, i.e. $h_s = 1$). Les images étant recalées géométriquement, le pixel (i, j) sur une image surveille très exactement la même région du ciel que le pixel (i, j) sur une autre image (cf. section 3.3.1).

$h_s(t_i)$ ou pente	interprétation pour le <i>seeing</i>	$\alpha_s(t_i)$
> 1	pire sur image de référence t_1 que sur image courante t_i	> 0
$= 1$	idem sur les images t_i et t_1	$= 0$
< 1	meilleur sur image de référence t_1 que sur image courante t_i	< 0

TAB. 4.1 – Comportement des fonctions h_s et α_s avec le *seeing* dans l'équation (4.12), où, par exemple, nous voyons que si $h_s(t_i) > 1$, alors $g_s(t_i) < g_s(t_1)$, alors, en s'appuyant sur l'équation (4.10), la correction de stabilisation nécessaire au temps t_1 est plus importante qu'au temps t_i , l'étalement du signal de type stellaire est plus grand en t_1 qu'en t_i , i.e. le *seeing* est pire en t_1 qu'en t_i .

coefficients, nous utilisons une méthode de régression linéaire par moindres carrés après rejet des points qui ont un comportement qui dévie très fortement du comportement global, cf. page 137 pour une discussion plus approfondie.

Nous interprétons la valeur de h_s comme une correction globale sur toute l'image^g. Cela nous semble raisonnable de considérer une correction globale car nous observons des dépendances très linéaires, et surtout vu l'effet très positif que cela produit sur les courbes de lumière ainsi corrigées. Nous allons maintenant aborder le mode opératoire de la stabilisation une fois les coefficients de dépendance linéaires connus. Par ailleurs, nous introduisons un paramètre β_s qui intervient comme l'intercept dans la régression linéaire. La présence de ce paramètre est fondamentalement due à la différence entre le médian et l'image de référence $\tilde{\phi}$ et le véritable fond, cf. équation (E.26) et section 4.4.1.

L'équation (4.11) peut donc s'écrire :

$$\phi_p(t_i) = h_s(t_i) \cdot (\phi_p(t_1) - \tilde{\phi}_p) + \tilde{\phi} + \beta_s(t_i) \quad (4.13)$$

ce qui nous montre qu'il existe une relation statistique entre le flux des pixels aux temps t_1 et t_i . Nous déterminons les paramètres de cette relation grâce à la pente de la forme en cigare, et cela nous permet une *stabilisation du seeing*, i.e. une façon de trouver ce que serait le flux d'un pixel mesuré au temps t_i si nous avions les conditions du temps t_1 . La correction que nous appliquons aux courbes de lumière est simplement l'application de (4.13), exprimée de façon quelque-peu différente. Nous définissons h_s dans (4.13) comme^h

$$h_s(t_i) \equiv 1 + \alpha_s(t_i) \quad (4.15)$$

^gLa valeur de h_s , pour une image donnée, est en gros la moyenne statistique dans l'espace du véritable h_s : en effet, nous savons (cf. [Alard 1998]) qu'une image n'a pas de PSF homogène, et la largeur du cigare de corrélation dans la figure 4.3 est en partie due à cela.

^hLa raison de la définition (4.15) est historique ; nous avons d'abord observé une relation similaire à (4.13) qui prenait la forme :

$$(\phi_p(t_i) - \phi_p(t_1)) = \alpha_s(t_i) \cdot (\phi_p(t_1) - \tilde{\phi}_p) \quad (4.14)$$

et qui nous a conduit à (4.16). Maintenant que nous avons trouvé le principe sous-jacent pour cette relation, qui prend la forme moderne donnée en (4.11), il nous faut simplement la définition (4.15) pour rendre le lien explicite.

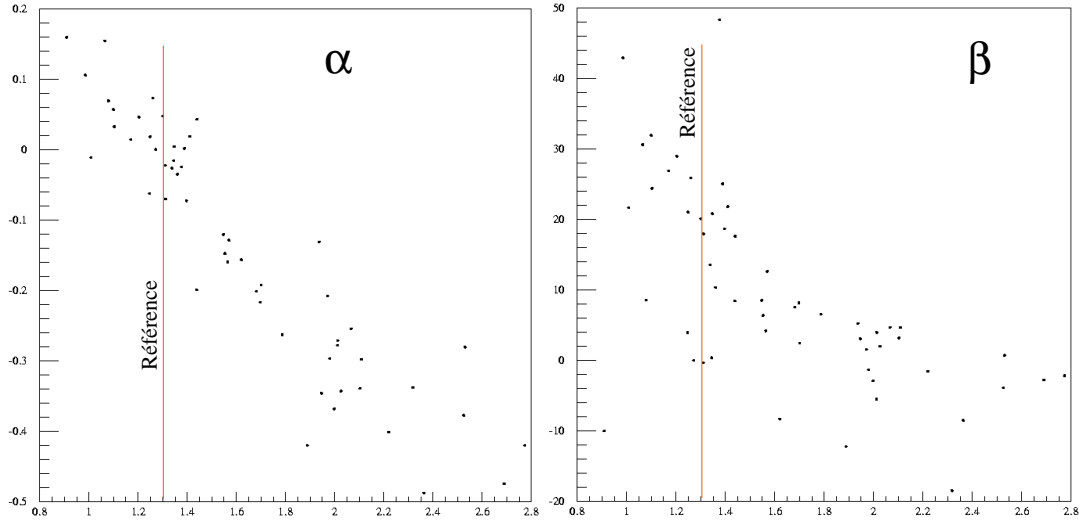


FIG. 4.4 – Nous voyons ici la dépendance de α_s et de β_s avec le *seeing*. Nous pouvons vérifier que le coefficient α_s est nul pour le *seeing* de l'image de référence.

ce qui, combiné avec avec (4.11) donneⁱ :

$$\widehat{\phi}_p(t_i) = \frac{\phi_p(t_i) + \alpha_s(t_i) \cdot \widetilde{\phi} - \beta_s(t_i)}{1 + \alpha_s(t_i)} = \frac{\phi_p(t_i) - \widetilde{\phi}_p(t_i) - \beta_s(t_i)}{1 + \alpha_s(t_i)} + \widetilde{\phi}_p(t_i) \quad (4.16)$$

où $\widetilde{\phi}_p(t_i)$ n'est plus une quantité observée, mais est le flux observé au temps t_i transformé aux conditions de *seeing* de l'image au temps t_1 . Par ailleurs, la deuxième écriture du flux stabilisé dans cette dernière équation permet de mettre en exergue le fait que la stabilisation se base sur l'écart au médian, et elle se reformule de façon très explicite par

$$\widehat{\Delta\phi}_p(t_i) = \frac{\Delta\phi_p(t_i) - \beta_s(t_i)}{1 + \alpha_s(t_i)} \quad (4.17)$$

avec $\Delta\phi \equiv \phi - \widetilde{\phi}$. Durant la campagne d'observation d'AGAPE O nous avons

$$\forall t_i \in O, -0.5 < \alpha_s(t_i) < 0.5. \quad (4.18)$$

La figure 4.4 montre le comportement des coefficients α_s et β_s avec le *seeing*, et illustrent la dépendance donnée dans l'expression E.14. Nous voyons en particulier que $\alpha_s \simeq 0$ et $\beta_s \simeq 0$ pour un *seeing* = 1, 3 égal à celui de l'image de référence par rapport à laquelle nous stabilisons les *seeings* : cela est normal, puisque dans ce cas, nous avons déjà une image stabilisée.

Nous avons donc un processus opératoire de stabilisation^j qui se résume à deux étapes fondamentales reposant sur l'équation (4.11) :

ⁱDans la section E.2.3, je donne une justification détaillée de cette formule.

^jEn annexe, dans E.3, je montre la cohérence entre cette correction et la correction du reflet décrite dans la section 4.3.1.

1. calculer h_s par moindres carrés avec rejet des points déviants pour tous les temps en utilisant les valeurs observationnelles $\phi_p(t_1)$ comme référence ;
2. une fois h_s obtenu, stabiliser le flux au temps t_i en considérant $\phi_p(t_1)$ de l'équation le flux transformé, stabilisé, et en définissant $\widehat{\phi}_p(t_i) \equiv \phi_p(t_1)$ afin d'obtenir (4.16) à partir de (4.11) en utilisant (4.15).

La première étape ne se préoccupe que des valeurs moyennes statistiques qui révèlent l'effet global du *seeing*, et la seconde étape ne s'occupe plus que des valeurs individuelles afin de les reconstruire en s'appuyant sur le résultat de l'étape précédente.

La figure 4.5 montre la carte des contours de la dépendance linéaire que traduit le cigare avant et après stabilisation ; la stabilisation fait parfaitement correspondre le cigare avec la dépendance linéaire de pente unité qui exprime l'égalité des conditions de *seeing* ; il faut faire attention au fait que l'ajustement se fait sur les densités, et donc en trois dimensions, et pas seulement dans les deux dimensions représentées ici et que les contours tentent de dépasser, et c'est pourquoi nous pouvons avoir une première impression que le cigare n'est pas bien aligné avec la droite de pente unité. Il est par ailleurs remarquable que grâce au grand nombre de points, nous n'ayons pas besoin d'avoir recours à un ajustement basé sur des techniques moins sensibles aux *outliers* qui sont nombreux dans la forme en cigare. Aussi, nous remarquons une augmentation de la *largeur naturelle* du cigare de dépendance. Cela est dû à l'action des coefficients α_s dans l'équation (4.16) qui induit un effet systématique sur la distribution des erreurs autour du comportement prévu, erreur qui en première approximation est donnée par (cf. section 4.6.3 pour calcul plus complet)

$$\sigma(\widehat{\phi}_p(t_i)) = \frac{\sigma(\phi_p(t_i))}{1 + \alpha_s(t_i)} \quad (4.19)$$

le signe de α_s , expliqué dans la table (4.1), détermine donc le comportement de la largeur naturelle après que le *seeing* ait été stabilisé par l'application de l'équation (4.16). Cet effet est illustré sur la figure 4.5 : la largeur naturelle sur le graphique du haut devient la *largeur naturelle modifiée* ou sur le graphique du bas. Bien-entendu, nous avons deux effets compétitifs : l'élargissement de la distribution des erreurs si nous nous bornons à l'effet purement mathématique décrit dans (4.19), et la stabilisation du *seeing* qui s'exprime par la disparition de la *largeur de seeing* ou *seeing width* représenté sur la figure 4.5. Ce qui est important c'est que l'effet global est positif sur l'ensemble des $\sim 10^6$ courbes de lumière étudiées. Cet effet positif global peut se voir au travers de l'étude de la distribution de χ^2 ainsi que sur des exemples de courbes de lumière avant et après stabilisation. Par ailleurs, je montre en annexe dans E.4 que cette stabilisation n'a de sens que si $|\phi_p(t_i) - \widehat{\phi}_p(t_i)| > \sigma(\phi_p(t_i))$, i.e. si le signal que l'on souhaite stabiliser n'est pas noyé dans le bruit.

Avant de poursuivre, retenons donc que les variations de *seeing* ont un effet empirique proportionnel à l'écart au médian, dont nous comprenons le mécanisme général avec (4.11).

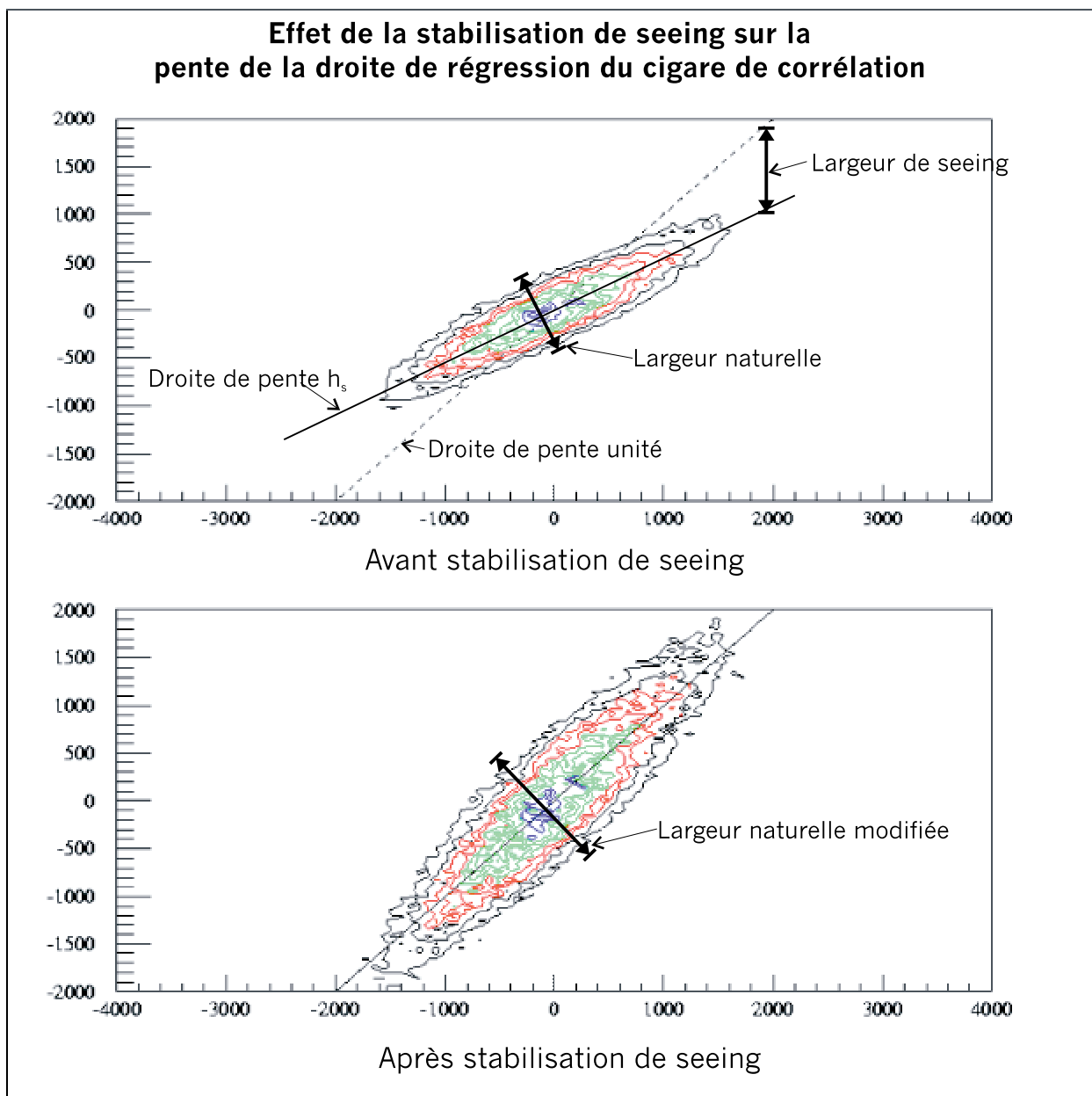


FIG. 4.5 – Nous voyons ici le cigare de dépendance linéaire avant et après stabilisation, avec la droite de pente unité en tirets dans la figure du haut, et en trait plein en bas. L'effet d'élargissement de la distribution est bien visible (il s'agit donc d'une correction avec $\alpha_s < 0$ (cf. tableau 4.1).

Un critère de qualité pour la stabilisation de *seeing* : la distribution de χ^2 des courbes de lumière

Quand nous calculons, le long d'une courbe de lumière,

$$\sum_{m=1}^{n_{images}} \frac{(\phi_p(t_m) - \bar{\phi}_p)^2}{\sigma^2(\phi_p(t_m))} \quad (4.20)$$

où le dénominateur est le carré de l'erreur statistique sur ϕ_p , nous devrions obtenir une distribution de χ^2 avec la moyenne de la distribution égale au nombre d'images n_{images} , cf.[Press et al., section 14.3, p.621], i.e. ~ 82 pour le champ A où nous avons 82 images^k. La figure 4.6 montre l'effet remarquable que produit la stabilisation sur la distribution de χ^2 : nous passons d'un mode à 400 à un mode à 200, ce qui représente une nette amélioration. J'ai utilisé le mode, car la moyenne est fortement influencée par la queue de la distribution qui ne devrait pas être prise en compte, et le mode représente mieux la moyenne dans ce cas de figure. Par ailleurs, le décalage entre la valeur attendue ~ 80 et la valeur observée ~ 200 s'explique par le fait que la distribution de χ^2 est « non centrale ». Dans ce qui suit, nous allons successivement aborder la question de la cause de la non-centralité et de celle de l'existence d'une grande queue de distribution.

Distribution de χ^2 non centrale Le fait que cette distribution de χ^2 soit non centrale n'est pas une surprise : cela traduit simplement le fait que la moyenne classique calculée le long de la courbe de lumière ne fournit pas la véritable moyenne. Si nous disposons d'un ensemble de variables aléatoires X_m , $m \in [1, n_{images}]$ telles que $\bar{X}_m = \mu_m$ et $\sigma(X_m) = \sigma_m$ alors la distribution

$$\sum_{m=1}^{n_{images}} \left(\frac{X_m}{\sigma_m} \right)^2 \quad (4.21)$$

est une distribution de χ^2 non centrale de moyenne $n_{images} + \lambda$ où $\lambda = \sum_{m=1}^{n_{images}} \mu_m^2$. Dans notre cas, les variables X_m sont définies comme $X_m \equiv \phi_p(t_m) - \bar{\phi}_p$, avec justement $\mu_m \neq 0$ car $\bar{\phi}_p$ est calculées comme la moyenne arithmétique des flux $\phi_p(t_m)$, $m \in [1, n_{images}]$, et cette moyenne est souvent différente de la véritable moyenne μ_m que l'on obtiendrait en employant le même procédé opératoire sur un nombre de points beaucoup plus grand, cf. figure 4.7.

Il est possible de quantifier l'effet λ : supposons que nous avons une courbe de lumière qui subit des agitations non statistiques (du type étoiles variables ou effet de microlentille !), et que ces variations engendrent des $(\mu_m/\sigma_m) \simeq 3$ pour 3 valeurs de m , les autres μ_m étant négligeables, alors le décalage $\lambda = 27$!

Sur le choix du *seeing* de l'image de référence

Nous avons vu que les images étaient corrigées en fonction de l'écart au médian comparé à celui de l'image de référence. Nous voyons déjà que le flux moyen sur une courbe de lumière ne sera

^kSur ces 82 images, certaines ne sont pas de bonne qualité (présence de glissement durant la pose), et sont donc écartées de l'étude.

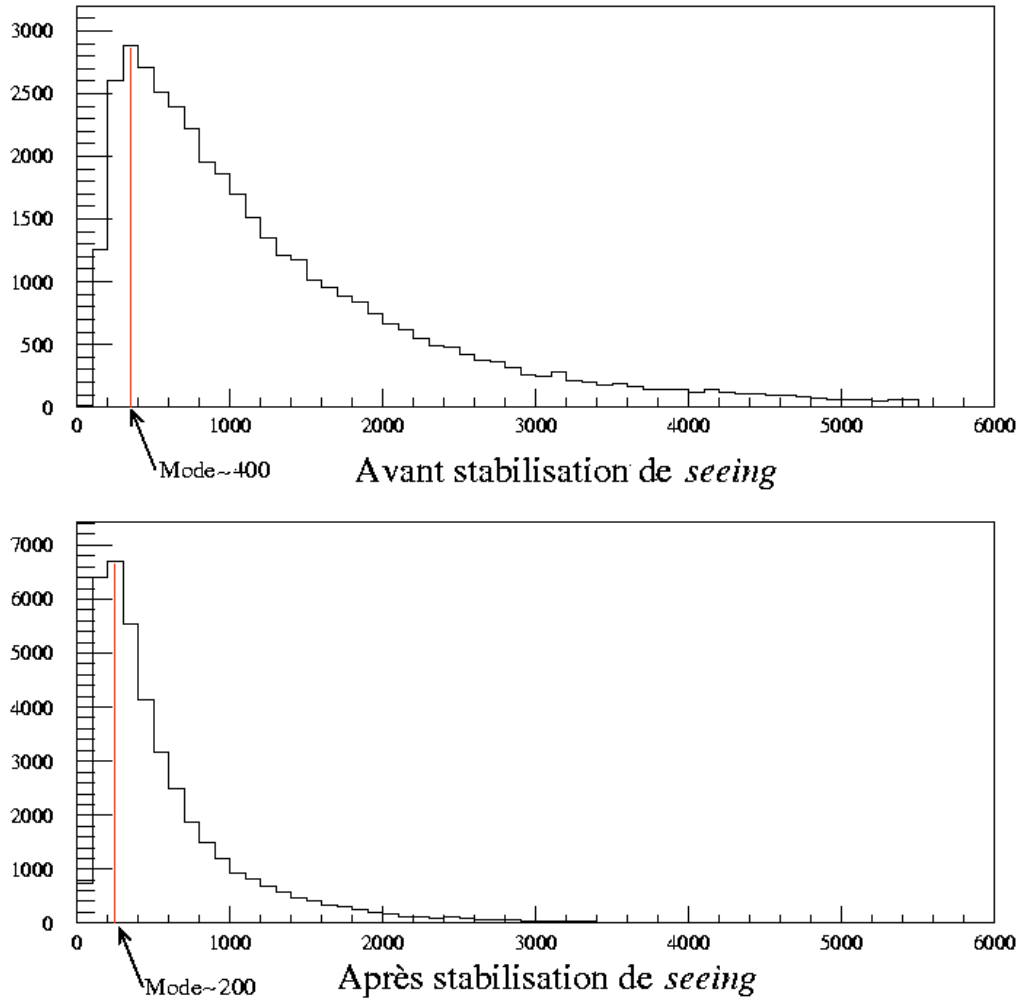


FIG. 4.6 – Nous pouvons voir l’effet de la stabilisation sur la distribution de χ^2 pour toutes les courbes de lumière du champ A (soit 560×10^3 points), cf. expression (4.20) : la figure du haut est avant stabilisation, et celle du bas après. Le fait que la moyenne de la distribution ne soit pas égale au nombre de points échantillonnés, mais soit plus grande, indique simplement que nous avons difficilement accès à la véritable moyenne du flux d’un pixel, ce qui conduit à une distribution de χ^2 non centrale, cf. page 106.

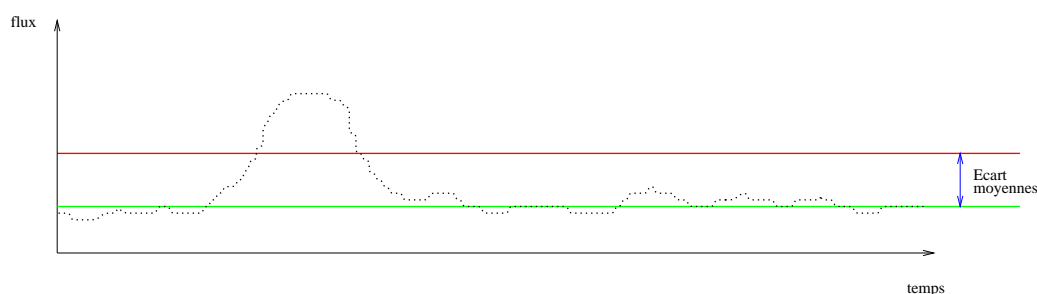


FIG. 4.7 – La courbe de lumière a ici une bosse, et sa moyenne arithmétique (en rouge), calculée sur l'ensemble des points échantillonnés, est différente de la moyenne (en vert) que l'on obtiendrait si on faisait le même calcul sur une durée beaucoup plus longue, et qui elle représente la « véritable » moyenne du flux pour ce pixel. L'écart entre les moyennes est donc directement relié au décalage λ observé dans la distribution de χ^2 , cf. équation 4.20, et la discussion qui suit. Ce même décalage est en partie responsable de la composante non statistique dans la distribution des χ^2 qu'est la longue queue à droite dans la figure 4.6.

conservé que s'il y a autant de correction positive que négative tout au long de la courbe. Cela nous conduit directement à préconiser le choix d'une image de référence ayant un *seeing* égal au *seeing* moyen sur toutes les images. En effet, il paraît important que la conservation du flux se réalise sur l'ensemble de la courbe de lumière.

Sur le rôle des courbes de lumière agitées.

Nous venons de le voir, ce sont les courbes agitées qui vont contribuer à déplacer la moyenne de la distribution de χ^2 , et ce décalage sera donc accentué par les effets de *seeing* (qui affectent directement les creux et les bosses sur les courbes de lumière). C'est ce que nous montre la figure 4.6 avec la diminution de la queue non statistique après stabilisation de *seeing*, qui persiste tout de même simplement à cause de l'effet illustré par la figure 4.7.

Une autre façon d'étudier le rôle des courbes agitées est d'observer la distribution des écarts entre les flux des pixels de deux images de *seeing* différents (nous retrouverons cette technique dans l'étude de l'erreur exposée dans la section 4.6.4) ; l'effet des écarts de *seeing* est alors illustré par la figure 4.8, où nous montrons l'effet bénéfique d'enlever les courbes de lumière très agitées (agitations non statistiques) pour étudier la largeur de la distribution des écarts de flux : après stabilisation de *seeing*, nous pouvons considérer que les *seeings* sont identiques entre les deux images dont on étudie l'écart de flux, et nous voyons qu'en enlevant les courbes agitées, l'écart statistique décroît nettement. Ainsi, l'agitation non statistique est un effet que ne corrige pas la stabilisation de *seeing*, et il faut un autre moyen pour l'enlever.

Il apparaît donc que les variations de *seeing*, combinées à des agitations non statistiques des courbes de lumière, explique l'existence d'une longue queue dans la distribution de χ^2 , et qu'il vaut mieux s'attacher au mode dans ce cas pour évaluer la position de la moyenne réelle de la distribution de χ^2 . Remarquons que le mode, dans ce cas, est à peu près égal au médian, qui lui-même est un estimateur plus stable que la moyenne dans des situations où les queues de distribution sont importantes.

La distribution de χ^2 , pour mieux correspondre aux critères classiques, doit donc s'effectuer sur des courbes de lumière qui ne subissent pas d'agitation autres que statistiques¹. C'est cette réflexion qui a motivé les modifications sur le calcul de l'erreur après stabilisation de *seeing* que je vais décrire par la suite (section 4.6).

4.3.3 Bilan qualitatif

Il est important de retenir que le processus décrit ici :

- est une stabilisation de *seeing* et non une correction ;
- est fondamentalement une étude des variations, avec le *seeing*, d'une quantité qui est l'écart entre le flux mesuré et le flux du fond dans un pixel ;
- travaille en pratique sur l'écart au médian, mais ce dernier doit être considéré comme un estimateur du fond ;

Par ailleurs, nous retiendrons que les difficultés qui apparaissent avec cette méthode de stabilisation proviennent :

- du choix, non optimal, du médian comme estimateur du fond (cf. discussion p. 98 et section 4.4.1 sur l'optimisation du médian) ;
- d'une construction non optimale du médian comme estimateur du fond (car le médian, même s'il est peut-être fondamentalement différent du fond idéal, peut être construit de façon à ressembler le plus possible à ce fond, cf. page 113) ;
- du fait d'avoir considéré un seul facteur correctif sur toute une image alors qu'on sait qu'il existe des variations de PSF et de *seeing* quand on va d'un bord à l'autre d'une image^m (cf. page 91) ;
- de la difficulté, lors du calcul des coefficients de stabilisation α et β , à écarter les courbes de lumière qui subissent d'importantes variations physiques et qui augmentent la dispersion du cigare de dépendance sur lequel nous ajustons une droite.

Les figures 4.9 et 4.10 montrent deux exemples de l'effet très net de la stabilisation de *seeing*. L'explication du choix de l'erreur représentée dans ces figures est donnée dans la section 4.6.1. Nous voyons aussi les trous d'observation, qui sont pris en compte dans l'analyse (cf. chapitre 6), notamment dans la simulation Monte-Carlo.

La force de la méthode réside dans le fait qu'elle prend appui sur les moyennes statistiques pour révéler le véritable effet du *seeing*, car localement il est impossible de savoir ce qui se passe véritablement : il faut faire face à différents effets dus au *seeing*, qui sont décrits dans la section 4.3.1, et aux variations physiques telles les étoiles variables et l'effet de microlentille gravitationnel ! Aussi, nous sommes persuadés qu'il est pertinent d'appliquer cette méthode de façon statistique, i.e. effectuer la stabilisation avant la détection automatisée des bosses, mais qu'il faut faire attention quand il s'agit d'étudier des courbes de lumière individuellement et de faire des ajustements de Paczyński. En effet, de par sa construction, la méthode a des difficultés pour réaliser une bonne photométrie localement. Exprimé autrement, nous sommes en mesure de démontrer sa pertinence statistique,

¹Nous verrons qu'une façon de rendre-compte de l'agitation non statistique est d'étudier l'écart entre moyenne globale et moyenne glissante, cf. section 4.6.4.

^mNous travaillons sur une façon d'obtenir un coefficient h_s qui puisse varier selon la position considérée sur la surface de l'image, ce qui accroîtrait la puissance locale de la méthode de stabilisation.

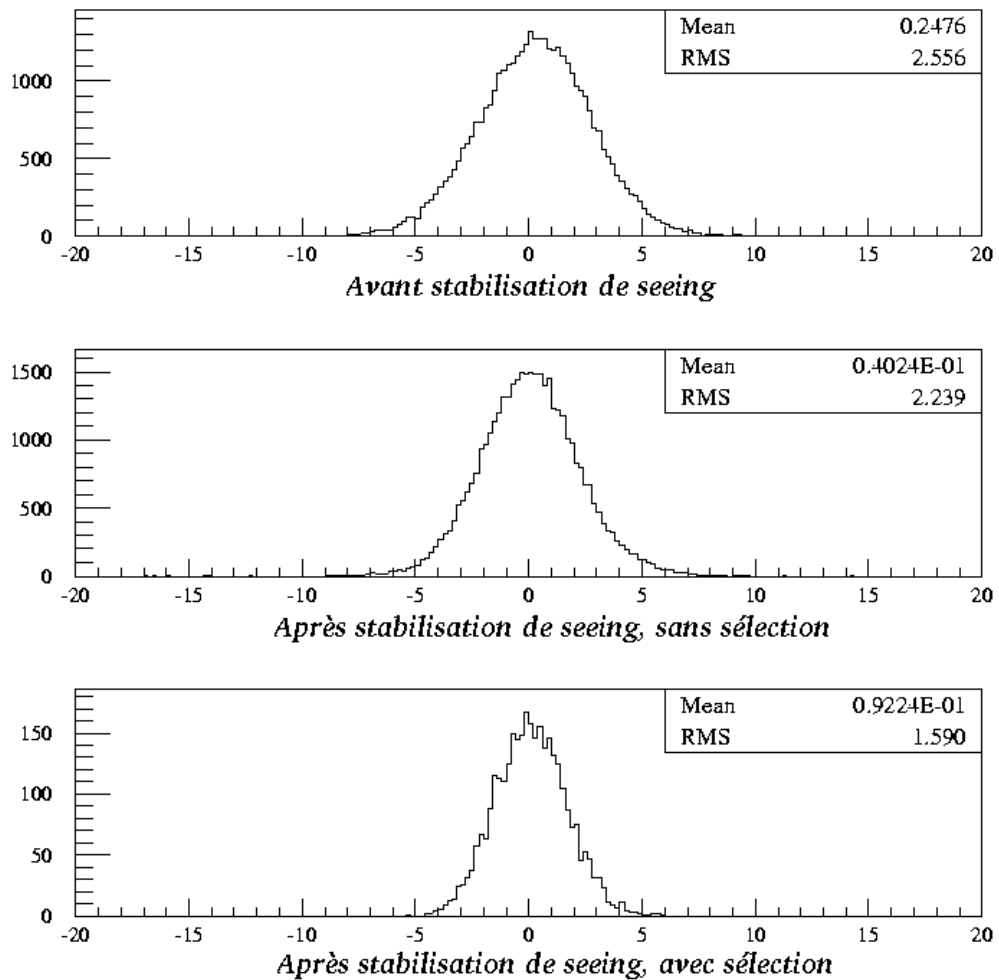


FIG. 4.8 – Nous voyons ici la différence superpixel à superpixel entre l'image en cours (ici RA67) avec *seeing* = 1, 7 et l'image de référence avec *seeing* = 1, 3

1. avant stabilisation ;
2. après stabilisation sans filtrage des courbes de lumière subissant des variations significatives non statistiques ;
3. après stabilisation avec filtrage, cf. expression (4.47).

L'écart entre les images s'améliore très nettement, et nous considérons, en extrapolant, que la dispersion tendra vers l'unité, et qu'elle est donc presque exactement due à l'erreur statistique simple (cf. section 4.6 pour le calcul des erreurs).

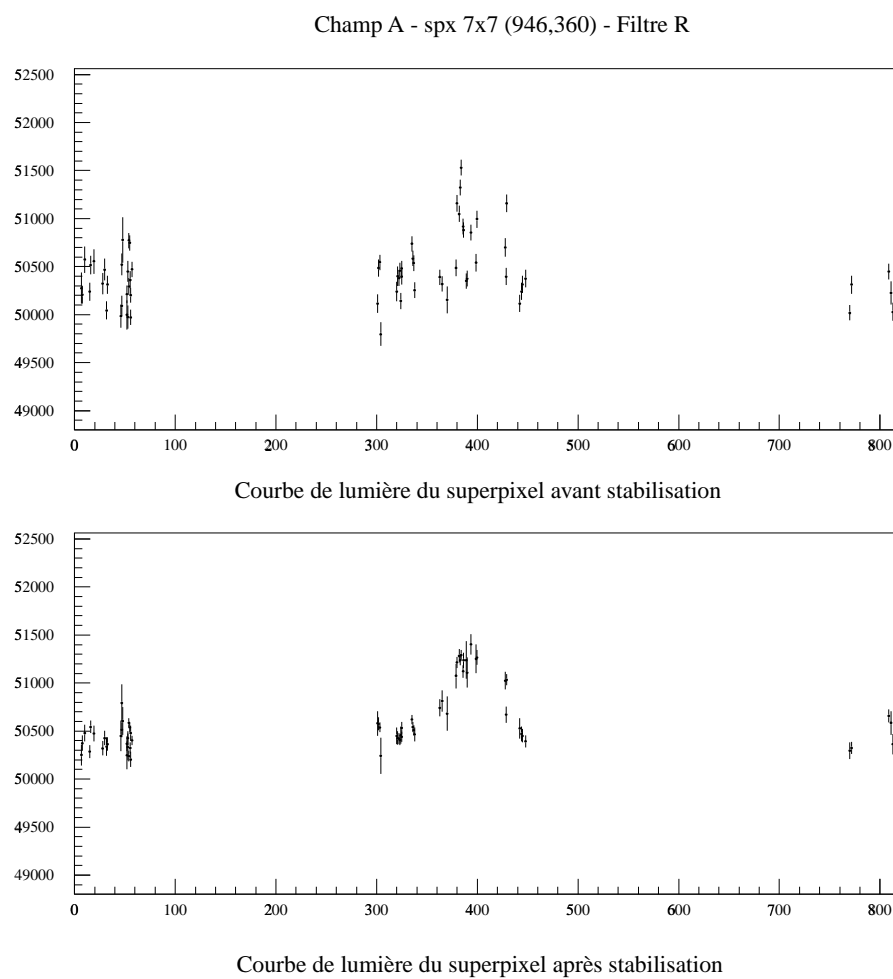


FIG. 4.9 – La courbe de lumière du haut est avant stabilisation, avec un erreur statistique multipliée par un facteur 1, 5, et celle du bas est après stabilisation, avec l'erreur qui prend en compte l'effet décrit dans l'équation (4.19).

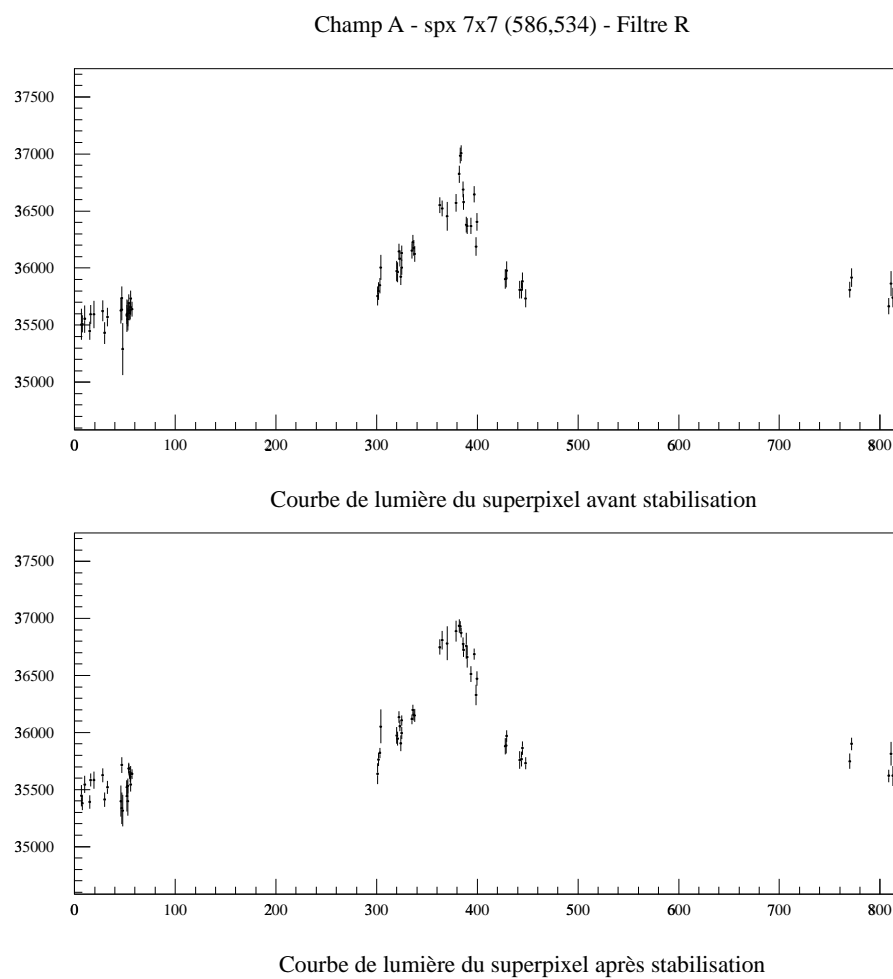


FIG. 4.10 – Un autre exemple de l’effet de la procédure de stabilisation : la courbe de lumière du haut est avant stabilisation, avec un erreur statistique multipliée par un facteur 1, 5, et celle du bas est après stabilisation, avec l’erreur qui prend en compte l’effet décrit dans l’équation (4.19).

mais pas sa pertinence sur des courbes de lumière spécifiques ; globalement, nous améliorons les choses, mais il est difficile de quantifier la qualité d'une telle procédure sur les courbes de lumière prises individuellement.

4.4 Influence du *seeing* sur le médian

Je vais donner ici des éléments qui vont nous permettre de voir comment le médian, dont l'usage est défini page 87, est influencé par le *seeing*, et comment la compréhension de cette influence permet d'optimiser le calcul du médian, afin qu'il puisse représenter au mieux le « fond » des images^a. Le raisonnement est le suivant :

- le médian est calculé sur un pavé, et plus le pavé est petit, plus le médian est influençable par la présence éventuelle d'un objet lumineux résolu dans le pavé ;
- si nous connaissons la « zone d'influence » d'un objet stellaire, il est alors possible d'évaluer la taille du pavé de médian qui permet, pour un objet de magnitude donnée, d'avoir un médian qui n'est pas influencé par cet objet.

Le second point est traité dans l'annexe F, et nous allons utiliser les résultats qui y sont énoncés pour maintenant travailler sur le premier point.

4.4.1 Le médian idéal

Le médian d'une image est calculé (cf. section 3.3.2) en remplaçant chaque pixel de l'image par la valeur du médian des valeurs des flux lumineux dans chacun des 41×41 pixels d'un pavé centré sur le pixel. Grâce au travail effectué sur la zone d'influence d'un objet stellaire dans l'annexe F, nous allons maintenant pouvoir justifier ce choix pour la taille du pavé de calcul du médian, et voir s'il serait possible d'en prendre une autre qui serait mieux adaptée.

Nous définissons un médian idéal comme :

1. calculé à l'aide d'un pavé aussi petit que possible ;
2. non influencé de façon significative par les variations de *seeing*, à savoir que la différence entre les médians pour différents *seeings* ne doit pas être supérieure à l'erreurs statistique sur le flux de photons ;
3. non influencé par les structures telles que les étoiles.

Ces trois aspects viennent de l'étude de la stabilisation de *seeing* que j'ai présentée section 4.3 : si nous voulons être cohérent^b avec la compréhension que nous avons du phénomène de variation des flux avec le *seeing*, afin de mieux nous assurer que la méthode empirique employée non seulement fonctionne bien mais aussi qu'elle est bien appliquée, alors ces deux critères de qualité du médian sont nécessaires.

^aEt qui n'est autre que cette somme de signaux gaussiens très proches les uns des autres, cf. page 269, sur laquelle vont se distinguer des signaux aux reliefs plus escarpés.

^bCe qui nous permet de mieux nous assurer que la méthode empirique employée non seulement fonctionne bien mais aussi qu'elle est bien appliquée

En effet, le premier point permet de s'assurer que le médian représente bien le « fond » qu'il est nécessaire d'avoir dans le processus de stabilisation du *seeing*. En réalité, la méthode de stabilisation de *seeing* est très empirique, mais nous avons vu qu'il était possible de justifier son fonctionnement notamment si le médian représentait bien le fond (cf. page 98) : il doit représenter ce qu'on verrait s'il n'y avait aucun objet stellaire autre que ceux qui participent au fond lumineux tels que définis page 268, aucun objet stellaire résolu ou « presque ».

Le second point nous assure que les variations dues au *seeing* seront entièrement contenues dans l'image entraînant d'être stabilisée de *seeing*, et que par conséquent les variations de flux ne sont pas partagées entre l'image réelle et son médian, cf. équations (3.42) et (E.19) qui montrent que l'analyse des données porte sur l'écart au médian. Si le *seeing* affectait aussi le médian, ce serait d'abord le médian qu'il faudrait modifier afin qu'il n'induisse pas ces variations avec le *seeing* ; ce serait en effet une erreur systématique que nous aurions faite en calculant le médian sans prendre soin de faire en sorte qu'il ne varie pas avec le *seeing*. Par ailleurs, il faut faire attention au fait qu'à l'échelle du pixel, nous avons les fluctuations de Tonry, cf. [Tonry Schneider] qui empêchent le pixel d'être un bon « évaluateur » du fond, même en l'absence de structure résolue.

Le dernier point met en exergue le fait que le médian doit être un vrai fond, et donc qu'il ne doit pas changer quand on ajoute ou quand on enlève des structures stellaires. En fait, nous voulons satisfaire à l'équation fondamentale de la stabilisation de *seeing* (E.19) en utilisant $\tilde{\phi}$ pour estimer ϕ_{fond} .

Il s'avère que le médian calculé sur un pavé 41×41 pixels ne varie significativement avec le *seeing* qu'autour des très grosses étoiles, et cela n'est en rien gênant car de toutes manières les régions de voisinage (définie par la zone d'influence, cf. page 279) de toutes les étoiles détectées par le programme de recherche d'étoiles de PEIDA, cf. [Thèse Queinnec], sont ignorées lors de l'analyse. Le second critère de qualité est donc satisfait^c, mais il s'agit de savoir si nous ne pourrions pas réduire la taille du pavé afin de mieux satisfaire au premier critère de qualité du médian.

4.4.2 Influence d'un objet stellaire sur le médian

Si nous cherchons le médian \tilde{m} de n valeurs numériques V_i , $i \in \{1, 2, \dots, n\}$, il suffit de ranger ces valeurs par ordre croissant C_i , $i \in \{1, 2, \dots, n\}$, et nous avons

$$\tilde{m} = \begin{cases} C_{\frac{n+1}{2}}, & n \text{ impair} \\ \frac{C_{\frac{n}{2}} + C_{\frac{n+2}{2}}}{2}, & n \text{ pair} \end{cases} \quad (4.22)$$

et nous supposons, pour simplifier, par la suite que n est impair.

Considérons maintenant le médian des flux contenus dans chacun des pixels d'un pavé de pixels comme celui utilisé pour calculer le médian, et voyons l'effet de la présence ou non d'un objet stellaire sur le pavé pour le résultat sur le médian. Divisons l'étude en deux parties pour lesquelles la conclusion sera différente :

^cNous allons voir dans ce qui suit que le choix de 41×41 pixels est aussi justifiée de façon théorique, et constitue un choix de grande prudence vis-à-vis du second critère de qualité.

1. pavé de pixels sans gradient lumineux ;
2. pavé de pixels comprenant un gradient lumineux.

Pavé sans gradient de luminosité

Dans le premier cas, nous avons n valeurs de flux toutes fluctuantes autour d'une valeur moyenne qui représente le fond au lieu considéré, fond qui est constant sur tout le pavé par hypothèse d'absence de gradient lumineux. Ce sont en fait le résultat de n tirages sur une distribution normale $N(\phi_{fond}, \sigma(\phi_{fond}))$ où σ est la fonction qui donne le bruit statistique. Les n valeurs ne sont donc pas différentes les unes des autres de plus d'une quantité à peu près égale à $\sigma(\phi_{fond})$, et après les avoir rangées par ordre croissant nous trouverons pour le médian une valeur particulière à la position $\frac{n+1}{2}$, $\widetilde{m}^F = C_{\frac{n+1}{2}}^F$ où l'exposant F signifie que nous sommes dans un pavé sans signal stellaire, juste avec le fond lumineux. Si nous ajoutons un signal stellaire, alors ce dernier va modifier les valeurs des flux dans chacun des pixels de façon plus ou moins importante, et c'est là qu'intervient la notion de « zone d'influence ».

La simulation montre que médian n'est significativement modifié par la présence d'un objet stellaire que si la zone d'influence de cet objet couvre plus de la moitié des pixels du pavé utilisé pour le calcul du médian

$$\text{Nombre pixels}(Z_I(\phi_\star)) < \frac{\text{Nombre pixels}(P_M)}{2} \quad (4.23)$$

où P_M désigne le pavé de médian.

En effet, si j'ai moins de la moitié des pixels qui sont significativement modifiés, fixons les idées en disant que $p < \frac{n+1}{2}$ pixels sont modifiés, alors les valeurs auront été rangées par ordre croissant, les p valeurs modifiées seront les p valeurs les plus fortes, à droite dans le rangement par ordre croissant, et le médian est la valeur rangée en position $\frac{n+1}{2}$, $\widetilde{m}^S = C_{\frac{n+1}{2}}^S$ où l'exposant S signifie que nous sommes dans un pavé avec signal stellaire, fera partie des valeurs non significativement modifiées, qui par hypothèse ne sont pas très différentes les unes des autres, et donc

$$\widetilde{m}^S - \widetilde{m}^F = C_{\frac{n+1}{2}}^S - C_{\frac{n+1}{2}}^F \sim \sigma(\phi_{fond})$$

ce qui, avec le raisonnement réciproque si $p \geq \frac{n+1}{2}$, démontre le résultat. La figure 4.11 nous montre ce qui se passe au niveau des distributions de flux dans le pavé : à gauche nous voyons la distribution des flux bruités, en ADU, dans les pixels du pavé 25×25 avec un fond de magnitude 19,5 soit $\phi_{fond} \simeq 271,3$ ADU pour le temps de pose usuel de 1200 secondes, avec un bruit statistique $\sigma(\phi_{fond}) \simeq 5,4$ ADU : l'ajustement d'une gaussienne montre que c'est une distribution $N(\phi_{fond}, \sigma(\phi_{fond}))$, ce qui est normal puisque c'est ainsi que nous avons construit la simulation.

Le médian est en $\phi^F \simeq 271,3$ (la valeur est tombée très proche de la valeur du fond). A droite, la même distribution, mais après avoir ajouté au centre du pavé une PSF gaussienne d'un objet de magnitude 19 : le médian est très peu modifié, $\phi^F \simeq 275,9$, et est bien à $1 \times \sigma(\phi_{fond})$ de ϕ_{fond} . Ainsi, la gaussienne avant ajout de l'objet lumineux voit sa partie droite s'allonger, et cela ne change pas significativement le médian, qui lui ne voit que des points déjà à droite de la distribution qui vont encore plus à droite.

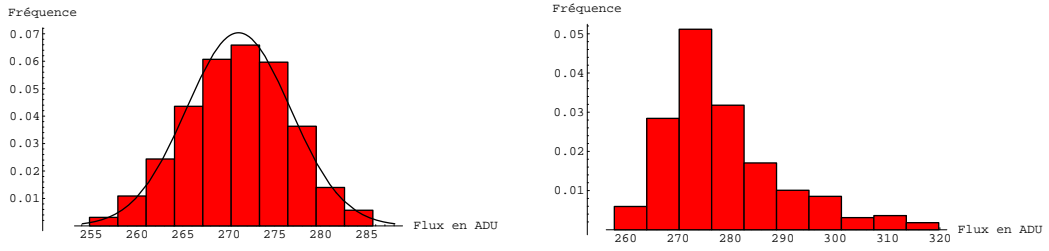


FIG. 4.11 – A gauche nous voyons la distribution des flux bruités, en ADU, dans les pixels du pavé 25×25 avec un fond de magnitude 19,5 pour le temps de pose usuel de 1200 secondes : c'est une distribution $N(\phi_{fond}, \sigma(\phi_{fond}))$. A droite, la même distribution, mais après avoir ajouté au centre du pavé une PSF gaussienne d'un objet de magnitude 19 : le médian est très peu modifié. Les échelles donnent toute la distribution sans coupure et permettent de voir l'étalement introduit par la présence de l'objet stellaire.

Ainsi, quand le *seeing* varie, et par conséquent augmente la zone d'influence d'un objet stellaire, il ne faut pas que cette zone atteigne la limite de la moitié des pixels du pavé de médian.

Pavé avec gradient de luminosité

Dans le second cas de figure, nous avons un gradient de luminosité au sein du pavé de pixels qui nous empêche de garder l'hypothèse selon laquelle les n pixels ont des flux qui ne diffèrent les uns des autres que d'un bruit σ constant en ordre de grandeur. Alors le médian sera plus influencé par un objet stellaire présent dans la partie basse du gradient dans le pavé que dans la partie haute du gradient dans le pavé. Le raisonnement est similaire à celui mené précédemment : quand l'objet est dans la partie haute du gradient, ce sont des pixels déjà forts par rapport aux autres pixels qui vont recevoir de la luminosité de l'objet et le résultat sera un déplacement vers la droite des valeurs fortes rangées par ordre croissant, ce qui ne changera pas le médian ; en revanche, quand l'objet est dans la partie basse du gradient dans le pavé, alors les valeurs dans les pixels initialement faibles par rapport à ceux situés dans la partie haute du gradient dans le pavé vont aller rejoindre les valeurs de la partie haute du gradient et le médian sera significativement modifié. Nous voyons figure 4.12 ce qui se passe au niveau des distributions : à gauche nous voyons la distribution des flux bruités, en ADU, dans les pixels du pavé 25×25 avec un fond de magnitude 18, avec gradient de luminosité correspondant à celui rencontré à cette magnitude (cf. figure 3.5) soit $\phi_{fond} \simeq 1080$ ADU pour le temps de pose usuel de 1200 secondes, avec un bruit statistique $\sigma(\phi_{fond}) \simeq 10,7$ ADU : ce n'est plus une loi normale $N(\phi_{fond}, \sigma(\phi_{fond}))$, et on s'y attendait car le gradient introduit un étalement qui a tendance à aplatir la distribution. Le médian est en $\widetilde{\phi}^F \simeq 1128,3$. A droite, la même distribution, mais après avoir ajouté au centre du pavé une PSF gaussienne d'un objet de magnitude 18 : le médian est significativement modifié, $\widetilde{\phi}^S \simeq 1153,4$, et est à environ $2,3 \times \sigma(\phi_{fond})$ de $\widetilde{\phi}^F$, ce qui est bien supérieur à ce qu'on avait dans le cas sans gradient figure 4.11. Le mouvement de la distribution vers la droite, observé dans la figure droite, est assez différent qualitativement de ce

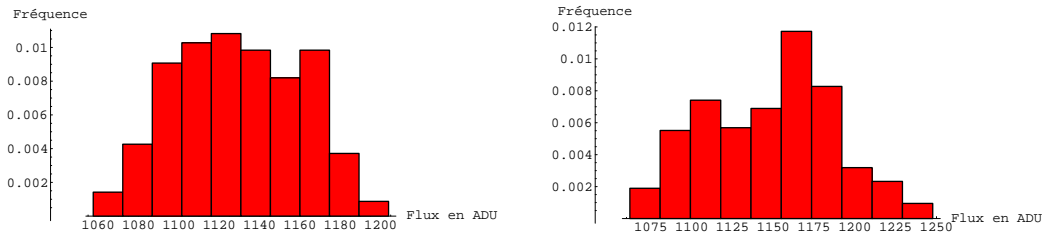


FIG. 4.12 – A gauche nous voyons la distribution des flux bruités, en ADU, dans les pixels du pavé 25×25 avec un fond de magnitude 18, avec gradient de luminosité correspondant à celui rencontré à cette magnitude (cf. figure 3.5) ce n'est plus une loi normale $N(\phi_{fond}, \sigma(\phi_{fond}))$. A droite, la même distribution, mais après avoir ajouté au centre du pavé une PSF gaussienne d'un objet de magnitude 18 : le médian est significativement modifié. Cette figure peut se voir en parallèle avec la figure 4.16 qui illustre un autre aspect de la même situation.

qui était observé figure 4.11, cas sans gradient.

Il apparaît donc que même un médian calculé sur un grand pavé, comme proposé dans l'expression (4.25), pourrait subir l'influence d'un objet stellaire pour peu que ce dernier se combine à un gradient correspondant bien à la situation décrite ci-dessus. Pour estimer cet effet, j'ai construit une simulation sous Mathematica qui, dans des conditions semblables à celles décrites page 62, mais en ajoutant le gradient (et pas seulement un fond constant) sur le pavé étudié, me permet de voir l'effet d'un objet d'une certaine magnitude sur un pavé de médian d'une certaine taille situé à un certain endroit de la galaxie avec une magnitude de fond et un gradient particulier. Les résultats de la simulation numérique sont présentés plus loin, page 122.

4.4.3 Concernant la proximité des objets stellaires

Dans le calcul de l'influence des objets lumineux sur le médian, je considère toujours un seul objet, et le pavé de médian. Si les objets pouvaient être très proches les uns des autres, ou plutôt si la taille du pavé de médian était comparable à la distance entre les étoiles, alors il se pourrait que le médian puisse être plus puissamment influencé lorsque le pavé se trouve, par exemple, entre deux objets^d ; l'étude se trouverait d'autant complexifiée. J'ai donc évalué la distance entre les objets stellaires directement sur les étoiles détectées par PEIDA sur le champ A : j'ai calculé la distance directe en pixels entre toutes les étoiles détectées (82 au total) et j'ai pris la valeur minimale comme valeur typique entre objets stellaires dans mon travail sur l'influence sur le médian, ce qui correspond donc à la distance minimale entre des objets qui vont jusqu'à environ la magnitude 19, soit

$$d_{\star-\star}^{typique} = 42 \text{ pixels} \quad (4.24)$$

^dLe nombre de pixels significativement modifiés pourrait être plus grand dans une situation où le pavé n'est pas centré sur une étoile que quand il l'est.

et j'ai vérifié que dans un réseau à mailles carrées de longueur $d_{\star-\star}^{typique}$ avec à chaque sommet du carré une étoile de magnitude 19, même pour un pavé de 41×41 pixels, celui qu'on a utilisé dans le traitement des données, le plus grand nombre de pixels influencés apparaissait quand le pavé était centré sur une des étoiles, et le fait d'enlever alors les autres étoiles ne changeait rien au nombre de pixels influencés.

Nous pouvons donc nous satisfaire d'une étude qui ne considère le rôle que d'un seul objet sur le médian calculé dans le pavé de médian.

4.4.4 Résultats

Nous allons maintenant voir les résultats pour la taille idéale du pavé de médian dans le cas où un gradient de luminosité est absent, ainsi que dans le cas contraire.

Limite sur la magnitude des objets brillants à considérer

Grâce à l'étude menée dans l'annexe F, nous savons comment la zone d'influence d'une étoile augmente avec la luminosité de l'objet. Il apparaît que si nos images contenaient des étoiles très brillantes, nous aurions du mal, dans le voisinage de ces objets, à obtenir un médian non influencé par ces objets stellaires, ou, ce qui revient au même, un médian non influencé par les variations de *seeing*^e. Nous avons effectivement des étoiles très brillantes dans nos données, mais celles-ci peuvent-être détectées de façon automatique par des programmes tels que PEIDA ou SEXTRACTOR, et il nous est alors possible d'enlever de l'analyse toute la zone d'influence des ces étoiles, processus rendu possible par le fait que ces derniers peuvent être détectés automatiquement ; en fait, il apparaît que les objets de magnitude inférieure à 19 sont en général très bien détectés, et je prends donc la magnitude 19 comme nouvelle limite pour la magnitude des objets lumineux dont je dois tenir compte pour calculer la taille optimale du pavé de médian.

Absence de gradient de luminosité

Nous avons vu que dans le cas le moins favorable, cf. figure F.3, à savoir pour une magnitude de fond de 19,5, à laquelle d'ailleurs il n'y a qu'un faible gradient sur M31 (cf. figure 3.4), et un *seeing* de 3 arcsec, la distance d'influence atteint un maximum de $d_{max} = 8$ pixels pour un objet de magnitude 19. Ainsi, en reprenant le résultat donné par la relation (4.23), nous devons avoir un pavé de médian contenant deux fois plus de pixels que le carré de côté $2 \times d_{max}$ pixels représentant la zone d'influence^f (cf. figure , ce qui donne un pavé de médian de côté

$$\sqrt{2 \times (2 \times d_{max} + 1)^2} \simeq 24 \text{ pixels} \rightarrow 25 \text{ pixels} \quad (4.25)$$

ce qui est nettement inférieur au pavé que nous avons utilisé qui est de 41×41 pixels.

^eLe but poursuivi est, je le rappelle, d'obtenir un médian qui satisfait aux deux critères de qualité exposés en début de section.

^fJ'ai considéré un carré plutôt que le disque qui vient immédiatement à l'esprit, car ce dernier a des problèmes de pixels fractionnaires qu'il s'agit d'arrondir à l'entier supérieur, et de plus le carré est une surévaluation prudente.

A quoi correspond le choix de 41×41 pixels ?

A ce propos, il est utile de voir jusqu'à quelle magnitude d'étoile le pavé de médian de 41×41 pixels permet d'aller sans subir d'influence sur le médian. En utilisant la simulation numérique, je trouve que cela correspond à

$$m_{\star} = 15 \quad (4.26)$$

ce qui est considérable comme flux. Ainsi, le pavé de médian que nous avons utilisé est construit de telle façon qu'il puisse au mieux étouffer les variations induites par le *seeing* sur le médian. Nous l'avons conservé car il fonctionnait bien sur le second critère de qualité pour le médian ; l'étude qui est décrite ici nous a donc permis de justifier le choix empirique de 41×41 pixels, ainsi que d'ouvrir des perspectives sur de nouveaux choix encore meilleurs vu comment nous modifions les données par le processus de stabilisation de *seeing*.

Vérification par simulation numérique J'ai construit une simulation sous Mathematica, dont le contexte général est le même que pour le calcul de la magnitude limite détectable, décrit page 62. Je construis une PSF gaussienne pour un objet d'une certaine magnitude, et je mets cet objet sur un fond d'une certaine magnitude avec ou sans gradient^g, le tout avec des valeurs numériques tirées des données observationnelles ; j'étudie ensuite la combinaison de l'objet et du fond, le tout bruité par un bruit de Poisson, dans un pavé correspondant à la taille du pavé de médian que je souhaite éprouver.

Je trouve que dans le cas d'un pavé sans gradient, le calcul menant au résultat (4.23) est juste : la figure 4.13 nous donne une visualisation de la situation, avec l'objet stellaire, puis la figure 4.11 nous montre la situation au niveau des distributions.

Enfin la figure 4.15 nous montre ce qui se passe pour les médians des pixels situés le long d'un axe de pixels passant par le centre de la gaussienne (cf. figure 4.14 pour schéma explicatif), c'est ce que j'ai appelé le *médian mobile* : pour un objet stellaire de magnitude 19 sur un fond de magnitude 19, 5 sans gradient de luminosité, le tout bruité par un bruit de Poisson, nous voyons $\frac{\tilde{\phi}_i^S - \tilde{\phi}_i^F}{\sigma(\phi_i^F)}$, la différence des médians, calculés sur un pavé 25×25 , le long x des pixels numérotés i situés sur l'axe $y = 0$ de la PSF gaussienne, cf. expression (F.1), relativement au bruit statistique attendu sur le flux contenu dans le même pixel. Nous voyons apparaître une forme particulière, causée par la PSF de l'étoile, mais avec un maximum à environ $1 \times \sigma$, ce qui n'est pas significatif et qui montre que le résultat (4.25) est juste. Nous voyons que le médian mobile a une forme significative, mais ses variations sont faibles devant le bruit statistique auquel on s'attend pour les flux dans les pixels, et donc elles ne gênent pas l'usage du médian comme « fond » pour la stabilisation de *seeing*.

Si je prends un pavé 23×23 , les variations montent à plus de $1 \times \sigma(\phi_{fond})$, et avec un pavé de 21×21 pixels, elles montent à presque $2 \times \sigma(\phi_{fond})$. Il apparaît donc que l'estimation donnée en (4.25) est pertinente.

^gJ'ai fait le choix que si on tient compte du gradient, alors c'est le gradient que l'on rencontre, à la magnitude de fond spécifié, dans la figure 3.5 le long du petit axe galactique.

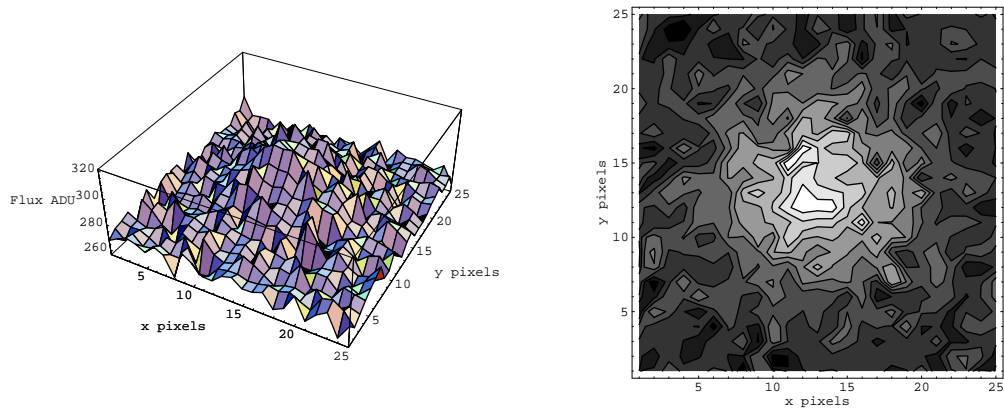


FIG. 4.13 – Représentation en 3D et en contours d'un objet stellaire de PSF gaussienne de magnitude 19 sur un fond de magnitude de surface 19,5, sans gradient de luminosité, avec un *seeing* de 3 arcsec. Le pavé fait 25×25 pixels, qui est la limite trouvée pour que le médian ne soit pas influencé significativement par la présence de l'objet, cf. expression (4.25).

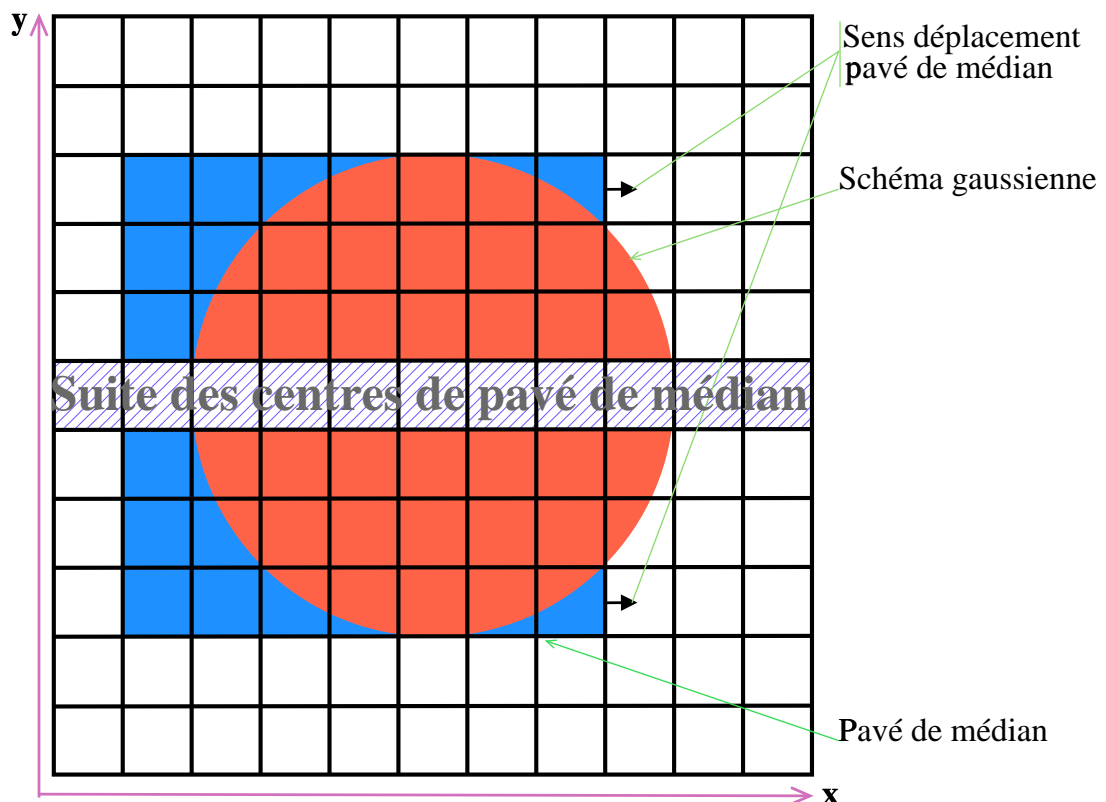


FIG. 4.14 – Une gaussienne, dont une tranche particulière est ici représentée en rouge, et le pavé de médian en bleu. Le médian mobile est calculé dans un pavé, qui glisse par saut discret de un pixel le long de l'axe x en $y = 0$, i.e. selon un chemin qui passe par le pixel au centre de la gaussienne, ce chemin étant ici hachuré diagonalement en bleu.

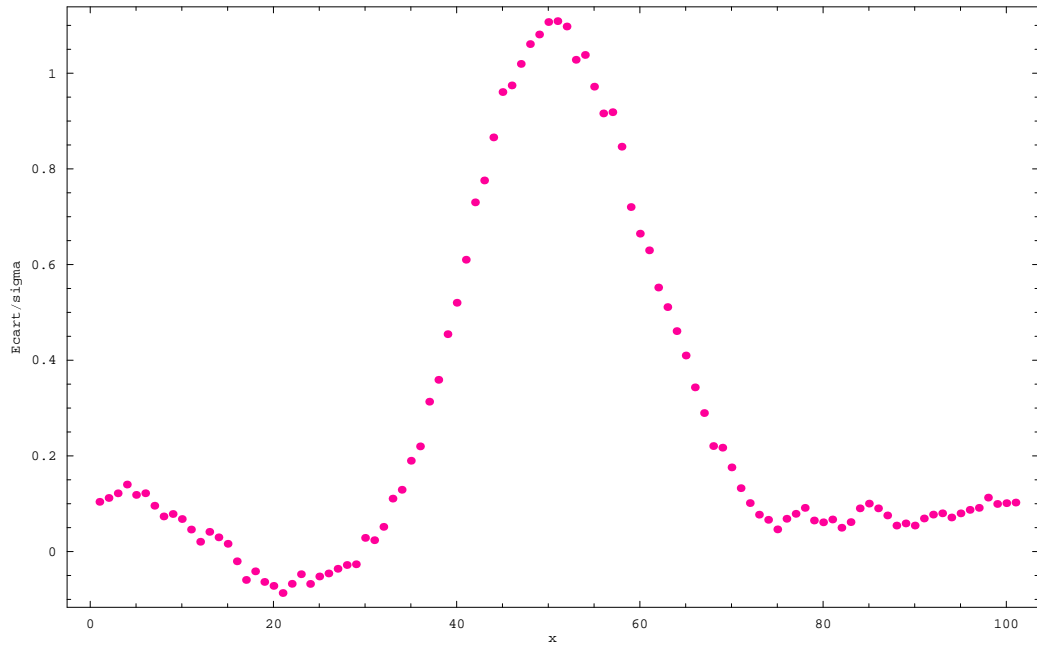


FIG. 4.15 – Pour un objet stellaire de magnitude 19 sur un fond de magnitude 19, 5 sans gradient de luminosité, le tout bruité par un bruit de Poisson, nous voyons ici $\frac{\widetilde{\phi}_i^S - \widetilde{\phi}_i^F}{\sigma(\phi_i^F)}$, la différence des médians, calculés sur un pavé 25×25 , le long x des pixels numérotés i situés sur l'axe $y = 0$ de la PSF gaussienne, cf. expression (F.1) et figure explicative 4.14, relativement au bruit statistique attendu sur le flux contenu dans le même pixel. Le centre de l'étoile est en $x = 47$.

Présence d'un gradient de luminosité

Cependant, nous savons aussi qu'une étoile non influente dans un pavé de taille donnée sans gradient de luminosité peut devenir influente avec la présence d'un gradient de luminosité, comme expliqué page 116. Nous nous attendons donc à devoir augmenter cette taille limite de pavé dans le cas d'un gradient lumineux, souvent présent dans les données AGAPE, qui, nous l'avons vu dans la section 3.1.1, comportent l'étude de champs proches du bulbe galactique, en particulier les champs A et D (cf. figure 3.15). En même temps, nous avons mené les calculs du cas sans gradient de luminosité^h, qui nous a menés au résultat (4.25), confirmé par la simulation, avec un fond de magnitude 19,5 qui est le fond le plus faible dans les images du champ Aⁱ, et donc celui qui conduit à une zone d'influence la plus grande pour un objet de magnitude donnée. Il y aura donc une lutte entre :

1. l'augmentation de la zone d'influence des objets lumineux quand le gradient se fait de plus en plus ressentir, cette augmentation étant modulée selon la position de l'objet par rapport au gradient dans le pavé (haut ou bas du gradient dans le pavé, cf. page 116) ;
2. diminution de la zone d'influence quand le gradient devient plus fort, car cela va de pair avec un fond plus lumineux, et donc un bruit plus fort.

Illustration de l'effet significatif du gradient Dans la simulation que j'ai construite sous Mathematica, j'ai pu mettre en évidence cet effet en prenant une magnitude d'étoile $m_\star = 18$ et une magnitude de fond $m_{\text{fond}} = 18$, et en considérant alternativement la situation avec et sans gradient pour le tracé du médian mobile, dont le processus est décrit figure 4.14. Je trouve alors ce qui est donné dans la figure 4.16 : l'écart normalisé mobile du médian, $\frac{\widetilde{\phi_i^S - \phi_i^F}}{\sigma(\phi_i^F)}$, pour un objet stellaire de magnitude 18 sur un fond de magnitude 18 sans (image du haut) et avec (image du bas) gradient de luminosité, le tout bruité par un bruit de Poisson. Calcul effectué sur un pavé de médian 25×25 , le long x des pixels numérotés i situés sur l'axe $y = 0$ de la PSF gaussienne, cf. expression (F.1) relativement au bruit statistique attendu sur le flux contenu dans le même pixel. Nous voyons apparaître une forme particulière, causée par la PSF de l'étoile, mais avec un maximum à environ $1 \times \sigma$, ce qui n'est pas significatif, dans le cas sans gradient, et avec un maximum vers $2,5 \times \sigma$ dans le cas avec gradient, et ce pour la même intégrale de PSF et le même pavé de médian : cela illustre que la présence d'un gradient peut invalider, vis-à-vis du second critère de qualité, un pavé optimisé pour une situation sans gradient. Nous verrons que cela n'est pas toujours aussi défavorable dans le processus de lutte décrit page 4.4.4, notamment pour ce qui nous intéresse, $m_\star = 19$, cf. figure 4.18.

^hA une magnitude de fond de 19,5 choisie pour le calcul du cas sans gradient, il existe un gradient sur M31, comme cela se voit sur la figure 3.4, mais il est très faible, et peut être considéré comme inexistant, vu aussi le profil exponentiel dont la taille caractéristique est grande devant la taille des pavés utilisés. Pour introduire un gradient, et si je veux garder un lien avec la réalité de M31, il faudra que je considère un fond beaucoup plus lumineux, vers $m_{\text{fond}} = 18$.

ⁱEn fait, nous avons encore des cas plus faibles pour les champs B, C, E et F (cf. figure 3.15), mais j'ai choisi le champ A comme représentatif. De plus, comme le montre la figure 3.4, le gradient de luminosité est très faible dans les zones de magnitude de fond 19,5 sur M31, et ne peut être que plus faible encore sur ces autres champs qui sont encore plus éloignés du centre galactique.

Effet nul du gradient pour les objets stellaire $m_\star > 19$ J'ai par ailleurs trouvé que ce résultat décourageant concernant l'effet du gradient ne s'appliquait pas pour les objets stellaires de magnitude $m_\star = 19$ qui nous intéressent car ils représentent les objets difficiles à enlever automatiquement. La figure 4.18, où nous voyons pour un objet stellaire de magnitude 19 sur un fond de magnitude 18 avec gradient de luminosité, le tout bruité par un bruit de Poisson, nous voyons ici $\frac{\widetilde{\phi_i^S - \phi_i^F}}{\sigma(\phi_i)}$, la différence des médians, calculés sur un pavé 25×25 , le long x des pixels numérotés i situés sur l'axe $y = 0$ de la PSF gaussienne, relativement au bruit statistique attendu sur le flux contenu dans le même pixel. Nous voyons apparaître une forme particulière, causée par la PSF de l'étoile, mais avec un maximum à moins de $1 \times \sigma$, ce qui n'est pas significatif. Ainsi, pour une magnitude d'étoile $m_\star = 19$ et une magnitude de fond $m_{fond} = 18$, l'écart normalisé des médians reste très faible, encore plus faible que dans le cas sans gradient de la figure 4.15 contrairement à ce qu'on aurait pu craindre (cf. page 4.4.2) : cela montre que nous n'avons pas de problème avec les objets de magnitude 19 (ou plus) vis-à-vis de la taille du pavé de médian optimale trouvée en (4.25).

Il faut se souvenir que cette limite de 19 dépend du fond, et que pour un fond très lumineux, la limite détectable en magnitude descend. Ainsi, le risque serait que l'objet de magnitude 19 soit invisible sur un fond de magnitude 18, mais les résultats sur la magnitude limite détectable de la page 66 donnent justement une magnitude limite de $m_l = 19$ pour qu'une forme gaussienne soit détectable dans cette situation, avec $n = 1$ dans 3.23); nous voyons d'ailleurs figure 4.17 l'objet sur le fond lumineux. Cela termine de montrer que les objets de magnitude 19 ou plus sont très correctement traités par un médian calculé sur un pavé 25×25 pixels, taille optimale donnée dans (4.25).

4.4.5 Conclusion sur le médian optimal

Le résumé de la procédure à suivre est le suivant :

- élimination des zones d'influence autour des objets détectables de façon automatisée, il ne reste alors plus que des objets de magnitude supérieure à 19 environ ;
- calcul du médian sur un pavé de 25×25 pixels qui permet d'avoir un médian ne variant pas plus de $1 \times \sigma$ du fond ;

La taille du pavé de médian que nous avons utilisé est de 41×41 pixels, ce qui permet d'être peu sensible aux effets du *seeing*, et qui se compare à notre calcul de 25×25 pixels en tenant compte du fait que dans les champs situés loin du bulbe, cf. figure 4.19, la magnitude du fond descend plus bas que notre limite de 19,5, et que par conséquent la zone d'influence des objets stellaires augmente d'autant, ce qui agit aussi sur la taille du pavé de médian optimal. En tous cas, il apparaît que nous devrions utiliser une taille de pavé variable avec la magnitude de fond, avec au moins une taille pour les magnitudes de fond aux alentours de 20, et une autre taille quand on descend au-dessous de 18 où le profil lumineux monte très fortement (cf. figure 3.4). Pour l'analyse que je présente ici, le pavé 41×41 pixels représente une taille certes trop grande, surtout vis-à-vis du premier critère de qualité du pavé de médian, mais prudente, car il s'agit surtout de lutter contre les effets du *seeing*.

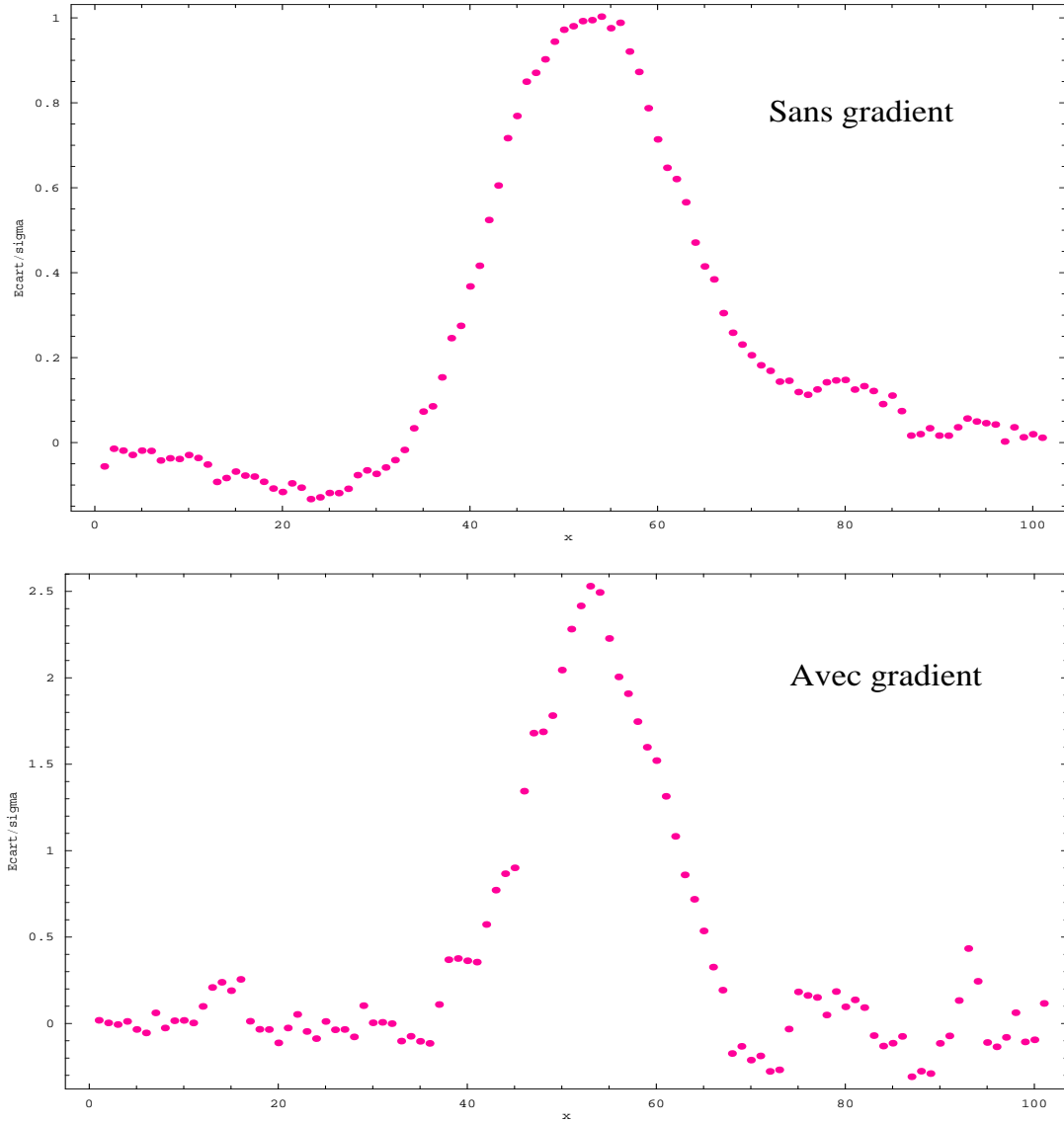


FIG. 4.16 – L'écart normalisé mobile du médian, $\frac{\widetilde{\phi}_i^S - \widetilde{\phi}_i^F}{\sigma(\phi_i^F)}$, pour un objet stellaire de magnitude 18 sur un fond de magnitude 18 sans (image du haut) et avec (image du bas) gradient de luminosité, le tout bruité par un bruit de Poisson. Calcul effectué sur un pavé de médian 25×25 , le long x des pixels numérotés i situés sur l'axe $y = 0$ de la PSF gaussienne, cf. expression (F.1) et figure explicative 4.14, relativement au bruit statistique attendu sur le flux contenu dans le même pixel. Le centre de l'étoile est en $x = 47$.

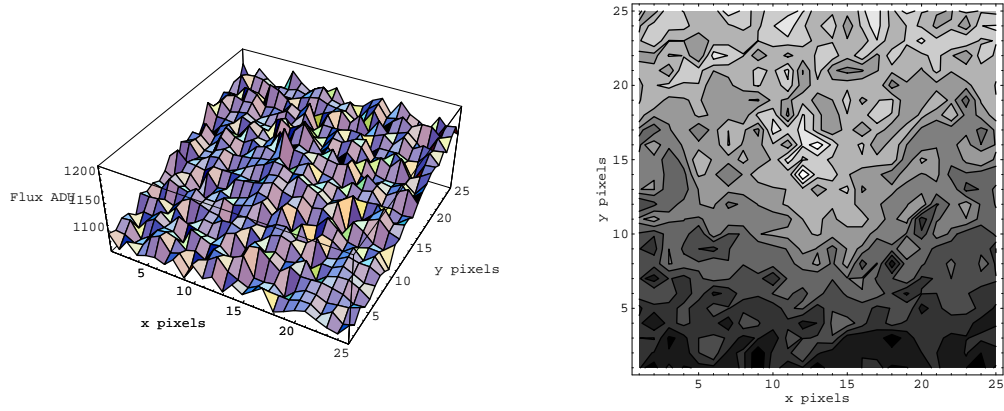


FIG. 4.17 – Représentation en 3D et en contours d'un objet stellaire de PSF gaussienne de magnitude 19 sur un fond de magnitude de surface 18 avec gradient de luminosité, avec un *seeing* de 3 arcsec. Le pavé fait 25×25 pixels, qui est la limite trouvée pour que le médian ne soit pas influencé significativement par la présence de l'objet, cf. expression (4.25).

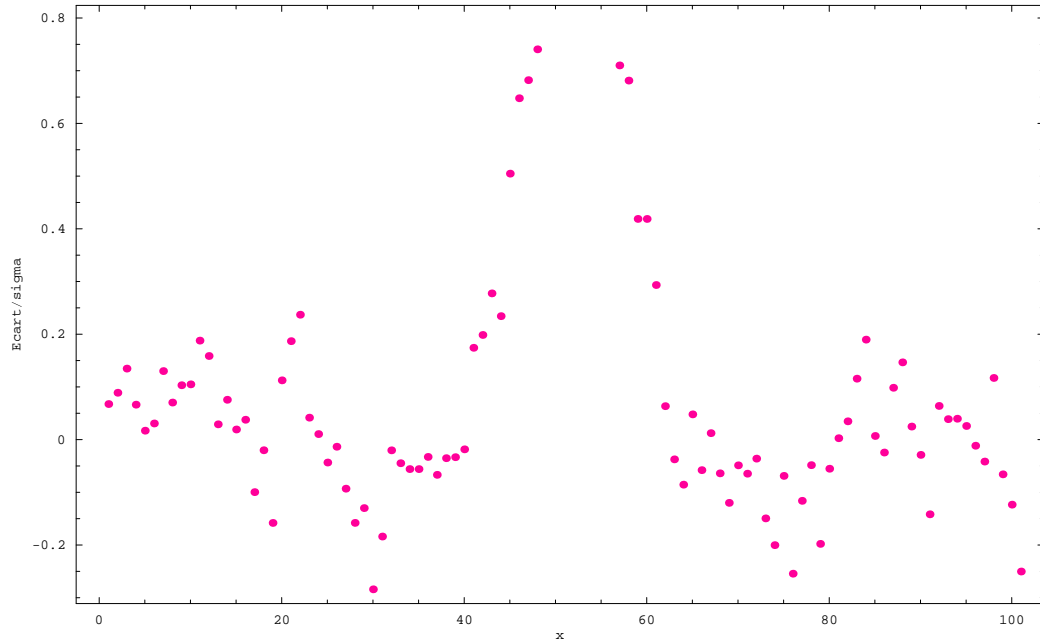


FIG. 4.18 – Pour un objet stellaire de magnitude 19 sur un fond de magnitude 18 avec gradient de luminosité, le tout bruité par un bruit de Poisson, nous voyons ici $\frac{\bar{\phi}_i^S - \bar{\phi}_i^F}{\sigma(\phi_i)}$, la différence des médians, calculés sur un pavé 25×25 , le long x des pixels numérotés i situés sur l'axe $y = 0$ de la PSF gaussienne, cf. expression (F.1) et figure explicative 4.14, relativement au bruit statistique attendu sur le flux contenu dans le même pixel. Le centre de l'étoile est en $x = 47$.

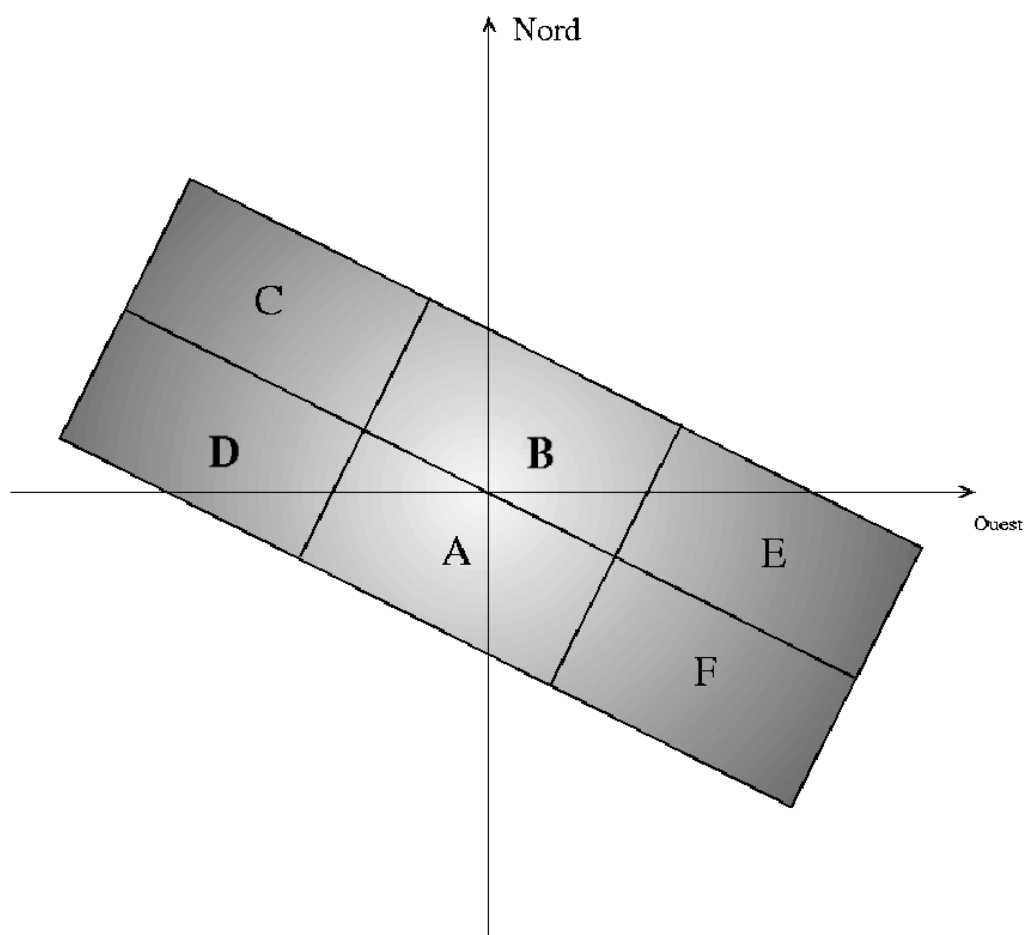


FIG. 4.19 – Schéma de rappel de la position des champs dans AGAPE. Pour plus de détails, voir la section 3.1.1.

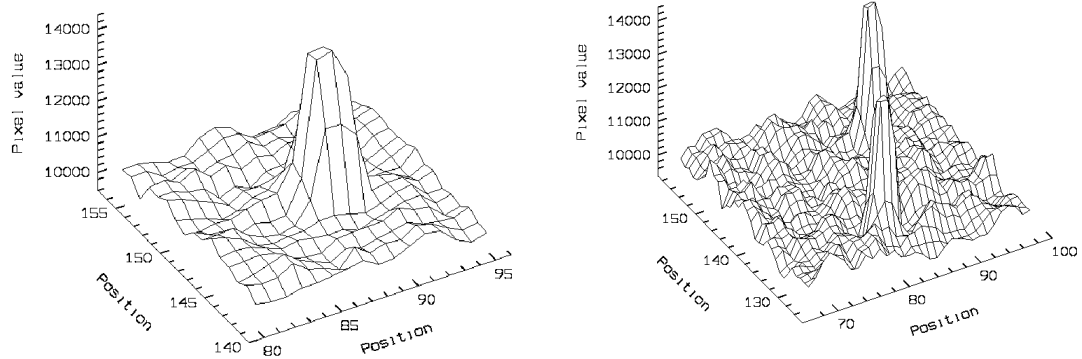


FIG. 4.20 – Nous voyons ici à gauche un seul cosmique assez gros qui a affecté plusieurs pixels : au moins deux pixels voisins sont très élevés. A droite, nous voyons deux cosmiques côte à côte. Leurs formes sont semblables, ils sont très piqués.

4.5 Les cosmiques

Lors de la recherche d'événements de microlentille gravitationnelle dans les données d'AGAPE, nous recherchons des augmentations de flux lumineux reçu dans un pixel au cours du temps. Il s'avère que la technique de collecte de l'information lumineuse, le CCD, est sensible à d'autres particules que les photons, par exemple des particules issues de désintégrations radioactives. Ces particules interagissent avec le CCD et expulsent des électrons tout comme le ferait un photon, conduisant à des augmentations « virtuelles » importantes du flux dans le pixel victime. Cela se traduit par des pics dans la courbe de lumière, et des pics très étroits dans les images. En réalité, ces pics (un seul pixel est très fort) vont parfois avoir des formes moins bien définies, à cause de l'angle d'arrivée du cosmique qui peut induire la réaction de plusieurs pixels voisins. Nous voyons des exemples de cosmiques sur la figure 4.20. Ces images sont tirées des pixels situés en dehors de la zone illuminée du CCD, et les pics que l'on voit ne sont donc dus qu'à des particules qui ont pu traverser des couches de matériau opaque.

4.5.1 Évaluation du nombre de cosmiques

Nous pouvons nous donner une idée de leur nombre, en procédant de la façon suivante : dans les parties non éclairées, nous trouvons en moyenne 40 cosmiques dans une zone $Z_T = 500 \times 80$ pixels, avec chaque cosmique couvrant une zone de $Z_\perp = 1 \times 1$ pixels^j, ce qui nous donne une probabilité qu'un superpixel particulier de l'image soit au contact d'un cosmique $P_\perp^{superpixel} = \frac{Z_\perp}{Z_T} \times Z_{superpixel}$ où $Z_{superpixel}$ est la zone couverte par un superpixel (7×7 pixels pour AGAPE au TBL) d'où un

^jPar zone couverte par un cosmique, j'entends le nombre de pixels réellement affectés par la présence du cosmique, et je prends le cas le plus défavorable, avec un seul pixel de couvert, comme on le voit dans la figure 4.20.

nombre de cosmique par courbe de lumière

$$N_{\perp}^{c.l.} = P_{\perp}^{superpixel} \times N_{images} \quad (4.27)$$

où une courbe de lumière est composée de N_{images} , ce qui nous donne un nombre total de cosmiques N_{\perp}^{total} détectés pour un ensemble de $N_{c.l.}$ courbes de lumière^k $N_{\perp}^{total} = N_{c.l.} \times N_{\perp}^{c.l.}$ ce qui s'écrit

$$N_{\perp}^{total} = N_{c.l.} \times \frac{Z_c}{Z_T} \times Z_{superpixel} \times N_{images} \simeq 6 \times 10^4 \quad (4.28)$$

où j'ai pris les valeurs applicables au champ A, à savoir $N_{images} = 82$, et un nombre de courbes de lumière égal au nombre de pixels dans une image, soit environ 800×750 , vu que les 1024×1024 pixels d'une image ne sont pas tous exploitables. Nous devrions donc détecter environ 6×10^4 cosmiques pour l'ensemble des données disponibles sur le champ A.

Par ailleurs, nous nous attendons à ce que la distribution du nombre de cosmiques détectés sur une courbe de lumière (nous verrons comment faire cela dans la section 4.5.2) suive une loi de type Poisson^l

$$P(x, \mu) = \frac{\mu^x e^{-\mu}}{x!} \quad (4.29)$$

de moyenne

$$\mu = N_{\perp}^{c.l.} \quad (4.30)$$

cf. expression (4.28), représentée figure 4.21 pour $\mu_{th} = 0, 1$ - c'est ce que donne la formule (4.30) pour le champ A avec ses 82 images -, et la version discrétisée est présentée figure 4.22.

Résultats empiriques

La figure 4.23 nous montre que la distribution du nombre de cosmiques suit effectivement une loi de Poisson car la forme est la même, mais avec un paramètre $\mu_{réel} \neq \mu_{th}$; il nous faut donc calculer ce paramètre. Pour cela, la figure précédente nous montre que distribution de Poisson réelle est telle que le nombre de points en $k = 2$ est $\frac{425}{950}$ fois inférieur au nombre de points en $k = 0$, et cette propriété nous conduit directement, en utilisant la formule 4.29, à^m

$$\mu_{réel} \simeq 0,95 \quad (4.31)$$

La courbe théorique correspondante est donnée figure 4.24. Ainsi, nous avons tendance à sur-évaluer le nombre des cosmiques d'un facteur 9,5, qui est le rapport entre la valeur empirique et théorique de μ . Il faut néanmoins moduler ce propos en tenant compte du fait que le calcul théorique était basé sur une étude des cosmiques situés en dehors de la zone exposée, et qu'il peut y avoir d'autres « cosmiques » comme des pixels qui se comportent mal, ou d'autres effets de ce genre qui ne gardent

^kLe nombre de courbes de lumière analysées pour un champ donné est égal au nombre de pixels sur l'image de ce champ, car il y a une courbe de lumière générée par pixel d'une image.

^lCar les cosmiques suivent la même loi que les photons, simplement il y en a moins.

^mNous devons résoudre en μ l'équation $P(2, \mu) = \frac{425}{950} \cdot P(0, \mu)$.

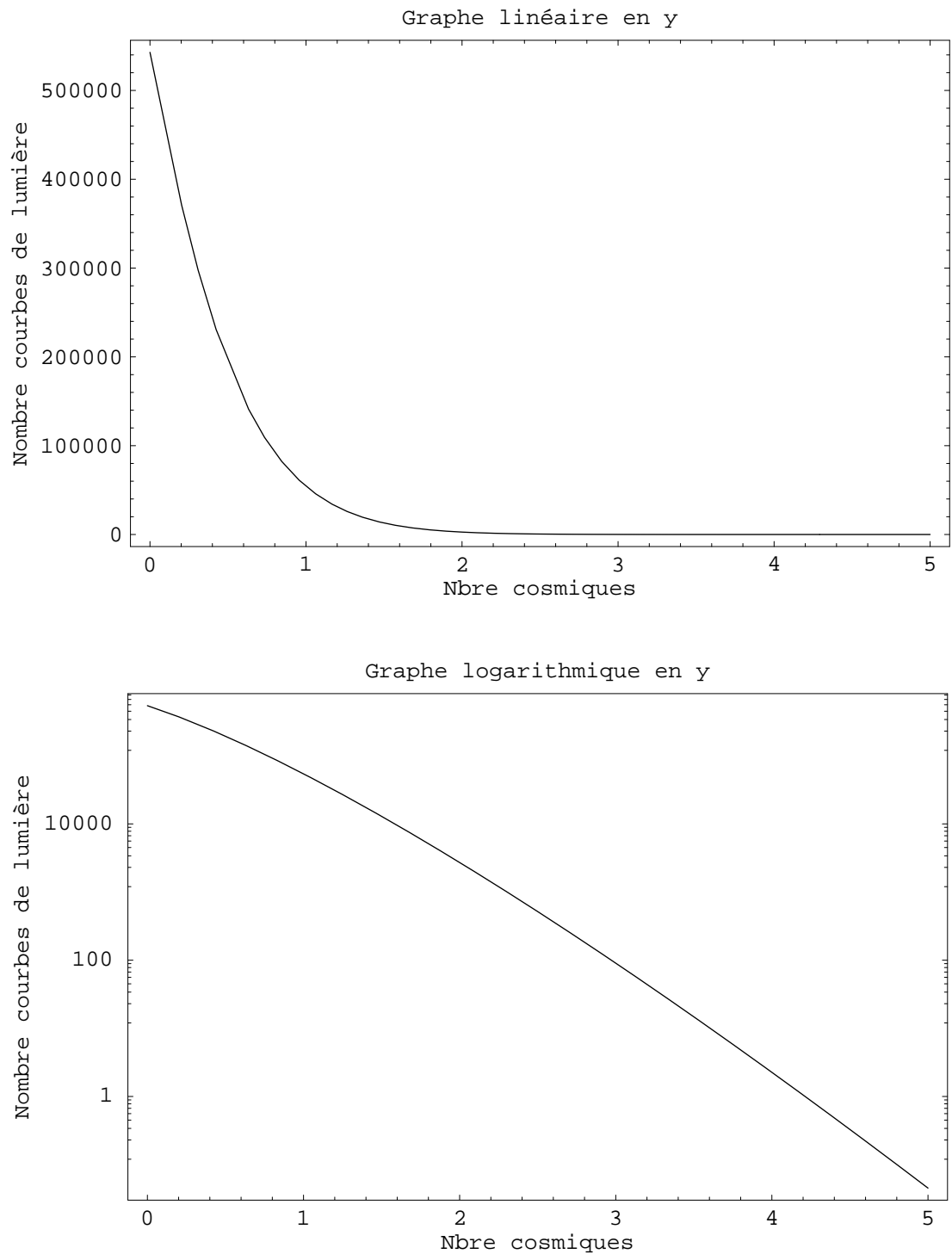


FIG. 4.21 – Distribution continue attendue du nombre de cosmiques, avec en ordonnée la fréquence exprimée en nombre de courbes de lumière concernées sur les 800×750 pixels qui composent la partie utile des 1024×1024 pixels d'une image. Cette distribution est construite à partir de la loi de Poisson de moyenne $\mu = 0, 1$, cf. expression (4.29). La version discrétisée est donnée figure 4.22

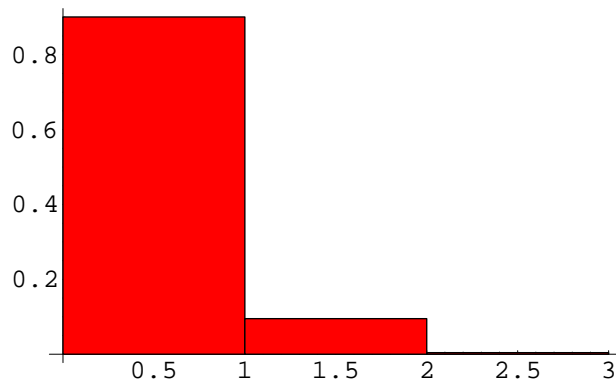


FIG. 4.22 – Distribution attendue du nombre de cosmiques, avec en ordonnée la fréquence exprimée en nombre de courbes de lumière concernées sur les 800×750 pixels qui composent la partie utile des 1024×1024 pixels d'une image. Cette distribution est construite à partir de la loi de Poisson de moyenne $\mu = 0, 1$, cf. expression (4.29), avec $x \rightarrow k$ où k est un entier positif pour obtenir la distribution discrétisée.

de « cosmique » que le terme générique qu'on leur prête à cause de l'effet qu'ils produisent. J'ai d'ailleurs pu vérifier visuellement sur quelques cas pris au hasard que ce qui était détecté comme cosmique par l'algorithme était effectivement un événement qu'il fallait rejeter^a.

Par ailleurs, la cohérence de forme entre ce qui était attendu et ce qui est observé suite à l'utilisation de l'algorithme de détection des cosmiques donne confiance dans ce dernier. Ainsi, l'algorithme que j'ai implémenté est un bon compromis entre la nécessité de traiter un très grand nombre de courbes de lumière, et celle de ne pas rejeter sans raison des courbes de lumière potentiellement intéressantes.

4.5.2 Méthodes de correction

L'idée est tout d'abord de détecter des augmentations fortes dans le temps, sur les courbes de lumière, puis, sur les images correspondant aux fortes augmentations, à aller rechercher les pixels qui sont forts, et de vérifier que la forme des pixels ainsi sélectionnés est compatible avec la forme d'un cosmique. Il s'agit donc d'une détection temporelle, suivie d'une détection spatiale.

Pour la détection temporelle, je cherche des images où l'augmentation est supérieure à cinq fois l'écart type par rapport à la moyenne glissante, et telle que le point d'après lui est dans trois écarts type par rapport à la moyenne glissante. Cela me définit une image ayant probablement reçu un cosmique. Bien-entendu, je ne suis pas capable ainsi de détecter des cosmiques qui se produiraient sur deux images d'affilée. En réalité, c'est la confrontation avec les données qui me dit que cette forme de sélection est suffisante, car en fin de compte je n'ai plus de cosmiques à déplorer sur les candidats.

^aEn prenant au hasard des événements marqués comme étant un cosmique, et dans l'hypothèse où je surestime d'un facteur 10 le nombre réel de cosmiques, j'avais 9 chances sur 10 de tomber sur un événement non cosmique, et ça n'a pas été le cas : sur tout ce que j'ai pu regarder, j'avais un faible nombre d'événements rejetés par l'algorithme que je n'aurais pas rejeté visuellement.

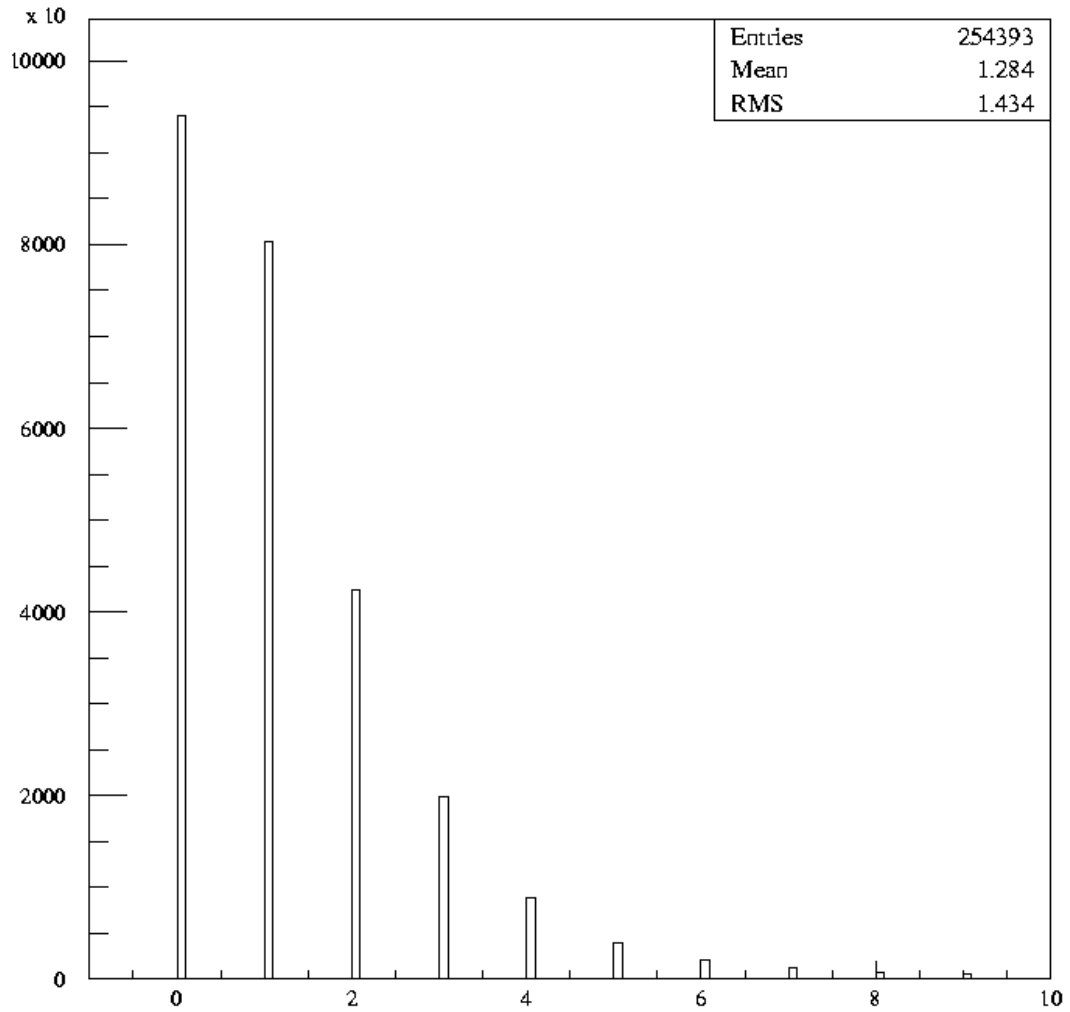


FIG. 4.23 – Distribution du nombre de cosmiques effectivement détectés sur chaque courbe de lumière sélectionnée par les critères exposés dans la section 5.1. Cette distribution a exactement l’allure de la distribution théorique exposée dans la figure 4.21, mais avec $\mu_{\text{réel}} = 0,95$ à la place du $\mu_{\text{th}} = 0,1$ prédit, ce qui montre que nous avons tendance à sur-détecter les cosmiques

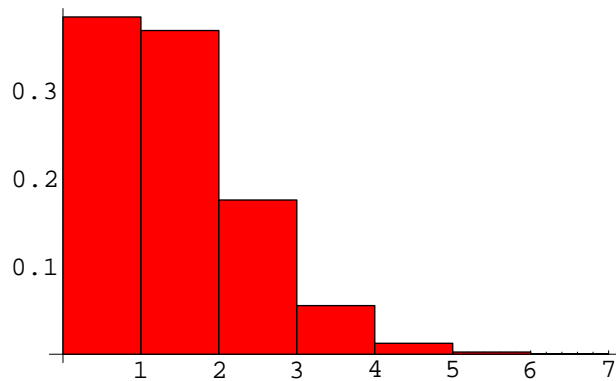


FIG. 4.24 – Distribution théorique miroir de la distribution observée des cosmiques donnée figure 4.23, correspondant à la distribution de Poisson avec une moyenne $\mu = 0,95$.

Une fois l'image suspecte détectée, je vais étudier un pavé de 7 pixels de côté autour du pixel central, et je regarde la valeur du flux dans chacun des pixels. Je me construis alors une carte des pixels forts dans le pavé, i.e. je marque les pixels qui s'éloignent de plus de dix écarts types de la valeur qu'ils avaient sur l'image précédente.

Ensuite, je compte les pixels ainsi marqués, et ensuite :

1. si j'ai un ou deux pixels ainsi marqués, je considère que c'est bien un cosmique, car même si ces deux pixels ne sont pas à côté l'un de l'autre, c'est bien là ce à quoi je m'attends (cf. figures 4.20 et ??) ;
2. si j'en ai strictement plus que deux, je fais une reconnaissance de forme ;
3. si j'ai plus de 24 pixels, je décide que ce n'est pas un cosmique.

Pour la reconnaissance de forme, je compte les groupes de pixels, chaque groupe étant défini par un ensemble de pixels tel que je peux aller d'un pixel à un autre en passant par d'autres pixels du groupe en faisant des sauts de un pixel au maximum (diagonalement, verticalement ou horizontalement). Si j'ai strictement plus de deux groupes, je décide que ce n'est pas un cosmique. Si un groupe contient plus de trois pixels, je rejette aussi l'hypothèse du cosmique : ce sont des formes incompatibles avec les cosmiques auxquels on peut s'attendre. La figure 4.25 nous donne un aperçu de ce qui peut se passer dans la détection des cosmiques.

L'algorithme utilisé choisit au hasard un pixel marqué, cherche à un pixel de distance tous les autres pixels marqués, puis repart de chacun de ces pixels chercher d'éventuels voisins marqués. Une fois qu'il n'y a plus de voisin marqué, il compare le nombre de pixels ainsi retrouvés avec le nombre total marqués, et si le nombre est inférieur, il cherche un pixel non encore reconnu, puis repart de lui pour construire un nouveau groupe. C'est donc un processus itératif qui avance par élimination. C'est un algorithme assez rapide, avec une complexité $\sim N$ où N est le nombre de pixels marqués. La définition pratique des limites sur les formes provient de la confrontation avec les données : c'est totalement empirique - et donc efficace !

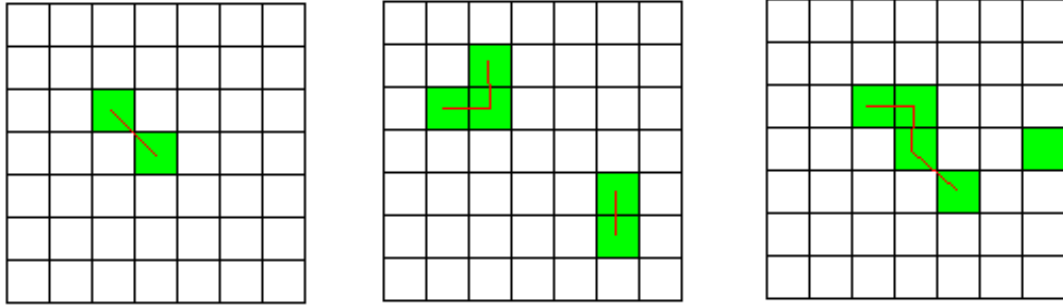


FIG. 4.25 – Nous voyons ici trois de détection de cosmique, dont deux où la reconnaissance de forme est nécessaire. Il y a à chaque fois plus de deux pixels verts, indiquant des pixels qui sont très supérieurs à la valeur qu'ils avaient sur l'image précédente celle où une très forte augmentation brusque a été détectée. Le premier cas à gauche est directement reconnu comme un cosmique : deux pixels au maximum très forts, c'est le cas ici. Au milieu, nous avons dû procéder à une reconnaissance de forme qui nous dit qu'il y a deux groupes, jusque-là c'est bon pour un cosmique, avec dans chacun des groupes moins de trois ou trois pixels. C'est donc bien un cosmique (deux dans ce cas, comme dans la figure ??). Dans le troisième schéma, nous avons bien deux groupes par reconnaissance de forme, mais l'un d'eux a plus de 3 pixels, c'est donc trop, et on rejette l'hypothèse d'un cosmique (ce sont plutôt des structures réelles, du type Tonry). Les lignes rouges montrent les connexions de proximité qui valident l'appartenance à un même groupe.

4.6 Estimation des erreurs

Nous avons exposé la méthode de stabilisation du *seeing* qui est utilisée dans AGAPE. Mais pour pouvoir utiliser cette correction dans la construction des courbes de lumière, encore faut-il lui associer une estimation des erreurs sans laquelle nous ne pouvons rien faire, en particulier l'ajustement de la courbe théorique de Paczyński qui doit nous révéler les valeurs des paramètres physiques de l'événement de microlentille gravitationnelle éventuellement détecté.

4.6.1 Facteur de « calibrage » des erreurs

La première méthode que nous avons utilisée pour estimer les erreurs se base sur l'étude de la différence entre deux images pixel à pixel. En étudiant la distribution de

$$\frac{\phi_i^p - \phi_R^p}{\sigma(\phi_i^p - \phi_R^p)}, p \in [1, N] \quad (4.32)$$

où ϕ_i^p est le nombre d'ADU contenus dans le pixel p de l'image i , avec $i = R$ l'image de référence choisie pour la stabilisation de *seeing* (cf. 4.16), N est le nombre total de pixels, et p parcourt tous les pixels de 1 à N , et σ le bruit de photon correspondant, nous nous attendons à une gaussienne centrée réduite : si l'alignement photométrique a été effectué correctement, le caractère centrée de cette différence est assuré, et il en est de même pour l'aspect « réduit » de la gaussienne si le choix des erreurs est bon. Le fait même de l'apparition d'une forme gaussienne tient au caractère

fondamentalement gaussien du nombre de photons reçus dans un pixels, même si, nous le verrons, il y a des écarts à la forme gaussienne que nous allons tenter d'expliquer. Maintenant, si pour l'erreur nous nous contentons d'un calcul de propagation des erreurs classique, pour calculer le $\sigma_{standard}$ qui apparaîtra au dénominateur de (4.32), où nous partons de l'équation nous donnant le flux en ADU à partir du flux en photons

$$\phi_{ADU} = a \cdot \frac{\phi_\gamma}{g} + b \quad (4.33)$$

ce qui nous donne par propagation des erreurs

$$\sigma^2(\phi_{ADU}) = \frac{a^2}{g^2} \cdot \sigma^2(\phi_\gamma) = \frac{a^2}{g^2} \cdot \phi_\gamma = \frac{a}{g} \cdot (\phi_{ADU} - b) \quad (4.34)$$

et ainsi

$$\sigma(\phi_{ADU}) = \sqrt{\frac{a}{g} \cdot (\phi_{ADU} - b)} \quad (4.35)$$

et que nous utilisons le fait que

$$\sigma^2(\phi_i^p - \phi_R^p) = \sigma^2(\phi_i^p) + \sigma^2(\phi_R^p) \quad (4.36)$$

où R est l'indice de l'image de référence, alors nous obtenons, avec (4.35) et (4.36) dans (4.32), une gaussienne centrée mais non réduite. En fait, l'écart type de cette gaussienne satisfait

$$\sigma_G = c \cdot \sigma_{standard} \quad (4.37)$$

avec en pratique $c \sim 2$. L'idée consiste à utiliser ce coefficient c comme facteur correctif qui doit nous permettre d'évaluer la véritable erreur statistique à partir d'une première approche consistant à utiliser la simple propagation des erreurs. Nous verrons plus loin dans la section 4.6.4 comment ce facteur correctif est modifié si on change l'interprétation de la cause de l'existence de $c > 1$ (si on considère que seule l'erreur sur l'image i peut être différente de l'erreur standard).

Il s'avère que ce facteur correctif, calculé entre deux images^a, varie avec le choix de l'image i dans 4.32, et cette variation est due en réalité aux variations de *seeing*. Ainsi, il apparaît très clairement que le c devient grand pour des *seeings* de l'image i très différents de celui de l'image de référence, ce qui traduit simplement le fait, déjà exprimé lors de l'explication de la méthode de stabilisation de *seeing*, que deux images non recalées de *seeing* l'une par rapport à l'autre vont avoir des écarts de flux pixel à pixel très importantes, et ce malgré un alignement photométrique parfait. Ce facteur c n'a donc de sens comme facteur correctif des erreurs standard que s'il est calculé *après stabilisation de seeing*. Quand nous faisons cela, nous voyons que la dépendance de c avec le *seeing* a pratiquement disparu, mais elle subsiste. Cela nous conduit donc à nous interroger sur la validité de la méthode de calcul des erreurs par l'usage d'un facteur correctif ; à cela trois explications possibles :

^aNous le calculons en étudiant la dispersion de la différence superpixel à superpixel entre deux images, et non pixel à pixel. Le fait que ce soit des superpixels, et que les superpixels se recouvrent localement, n'introduit aucun effet décelable dans la dispersion (résultat d'une simulation que j'ai menée).

1. le facteur correctif n'est pas pertinent ;
2. le facteur correctif n'est pas capable de prendre en compte toutes les sources de bruit ;
3. la stabilisation de *seeing* n'est pas parfaite, et des écarts de *seeing* subsistent entre les images stabilisées de *seeing* ;

Il m'apparaîtrait cependant étrange que la troisième option soit la bonne, car il est raisonnable de penser que la méthode qui fournit le facteur c est semblable à la méthode qui nous donne la stabilisation de *seeing*, et je ne vois pas comment la méthode pour calculer c serait plus sensible aux variations de *seeing* que ne le serait la méthode pour stabiliser les *seeings* : ce sont toutes deux des méthodes statistiques globales sur toute l'image. Mais ce n'est là qu'un sentiment, et je vais m'efforcer de démontrer que c'est la méthode de calcul du facteur correctif qui est erronée, ou plutôt mal adaptée aux problèmes expérimentaux inhérents à nos observations.

4.6.2 Théorème ergodique

Afin de comprendre le problème, il nous faut déjà aborder les justifications de la méthode de calcul du facteur correctif c . Lorsque j'étudie le ciel et la luminosité que je reçois en provenance des astres qui s'y trouvent, il existe une erreur statistique inhérente au processus même d'observation. Pour estimer cette erreur, je peux faire la chose suivante : supposons que les processus physique à l'origine de la luminosité du ciel et des astres qui s'y trouvent soient stables, i.e. rien ne varie, toutes les luminosités sont intrinsèquement constantes, et considérons la région du ciel dont la luminosité est captée par un certain pixel de notre CCD. Alors, il me suffit de faire plusieurs observations du ciel, d'étudier la dispersion des mesures pour le pixel considéré, et cela me fournit l'erreur statistique, supposée constante, sur chaque mesure du flux dans le pixel :

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^n (\phi(t_i) - \bar{\phi})^2 \quad (4.38)$$

où $\phi(t_i)$ est le flux dans le pixel considéré au temps i et $\bar{\phi}$ est la moyenne arithmétique des tous les ϕ pour les temps t_i avec $i \in [1, n]$ où n est le nombre total d'images prises. Plus le nombre n est grand, plus l'estimation sera fiable. Maintenant, le ciel n'est pas identique à lui-même, et je ne peux pas vraiment étudier la dispersion dans le temps, qui risque d'être dominée par des variations physiques réelles de la luminosité du ciel et par des effets comme le *seeing*.

C'est là qu'intervient le *théorème ergodique*, voir par exemple [Lena, p. 138] et [Universalis, Ergodique (Théorie), 8-607b] où on peut lire

« Ergodique vient du mot grec *ergon* qui signifie travail. C'est en effet d'un problème de mécanique que la théorie ergodique est issue. À l'origine se trouve une hypothèse de la théorie cinétique des gaz, audacieusement posée par L. Boltzmann en 1885, qui permettait aux physiciens de résoudre une difficulté liée à l'étude des systèmes mécaniques à un très grand nombre de particules. ».

Ce théorème stipule que l'étude statistique dans le temps d'un processus *stationnaire* revient à l'étude dans l'espace de ce même phénomène. Pour être plus clair, les moments statistiques calculés

sur 10 dés à 6 faces tirés en même temps sont équivalents à ceux calculés sur un seul de ces 10 dés pendant 10 tirages. Ainsi, je vais calculer l'écart entre deux images non pas *dans le temps*, mais *dans l'espace*, i.e. je vais étudier les distributions des flux des pixels dans l'espace (cf. 4.32), et je vais utiliser les moments statistiques ainsi obtenus comme estimateur des moments statistiques que j'aurais obtenus si j'avais pu faire la même étude dans le temps.

Évidemment, l'hypothèse de *stationnarité* nécessaire à l'application sans restriction du théorème ergodique n'est pas vérifiée dans AGAPE. Imaginons par exemple que le ciel soit fortement agité, cela conduit alors à de fortes agitations dans l'espace (variations importantes entre des pixels d'une même image), et cela va conduire à une sur-estimation des erreurs : nous risquons de confondre le σ de la gaussienne de la distribution, dominée par les agitations physiques, avec l'erreur statistique du pixel visé. Ainsi, dans l'étude de l'erreur statistique d'un pixel, je fais intervenir toutes les agitations qui affectent tous les autres pixels, et cela ne peut que me conduire à une sur-estimation des erreurs. En voulant éviter l'écueil des agitations temporelles, je me retrouve devant les agitations dans l'espace *qui sont causées par ces mêmes variations temporelles*.

Cela s'observe par exemple dans l'étude de la dépendance de la largeur de la gaussienne obtenue par (4.32) avec l'agitation des courbes de lumière. En effet, si je choisis de ne faire intervenir dans la distribution des écarts que les pixels dont la courbe de lumière est peu agitée, le coefficient c diminue de façon significative, i.e. 50% de diminution. Je conserve l'allure gaussienne, mais la largeur s'écarte de moins en moins de la largeur que j'ai appelée « standard » (cf. 4.37). Ainsi, je décroître d'autant plus c du *seeing* que je me restreins à des courbes de lumière pour lesquelles il n'y a pas d'agitation physique. La façon de restreindre l'agitation consiste à limiter l'écart entre la moyenne glissante et la moyenne globale

$$|\phi_{moy}^{globale} - \phi_{moy}^{glissante}| < f(\overline{\phi}, \underline{\phi}) \quad (4.39)$$

où f est une fonction des deux moyennes, du type de l'erreur telle qu'elle est calculée dans (4.35). En effet, la moyenne globale est dominée par les grosses bosses dans les courbes de lumière, alors que la moyenne glissante ne l'est pas (sauf dans des cas extrêmes) comme cela est schématiquement représenté dans la figure 4.26. En restreignant cet écart de façon raisonnable, je peux cibler des courbes de lumière dont les agitation sont objectivement dues à la statistique photonique (je peux vérifier cela en regardant les courbes de lumière ainsi sélectionnées)

4.6.3 Optimisation du calcul des erreurs standard

Il ne me reste donc qu'un seul recours : optimiser le calcul des erreurs par propagation des erreurs, en tirant profit de la méthode de correction de *seeing*, et en utilisant son expression formelle. En effet, je peux généraliser le calcul effectué en (4.34) en substituant ϕ_{ADU} par ϕ_p donné dans (4.16). Ensuite, j'utilise la formule générale de propagation des erreurs

$$\sigma^2 \left(f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i,j=1}^n \frac{\partial f}{\partial x_i} \cdot \frac{\partial f}{\partial x_j} \sigma(x_i, x_j) \right) \quad (4.40)$$

où f est supposée être une fonction de plusieurs variables aléatoires x_i , $i \in [1, n]$ et $\sigma(x_i, x_j)$ est le facteur de corrélation entre les variables x_i et x_j qui se résume au carré de la dispersion dans le cas

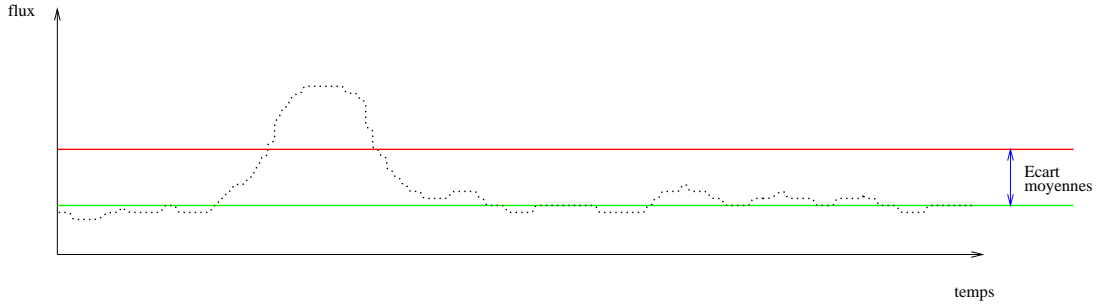


FIG. 4.26 – Nous voyons ici en vert la moyenne glissante, et en rouge la moyenne globale pour une courbe de lumière, représentée en noir, comportant une bosse significative. Nous voyons que sélectionner des limites quant-à l'écart maximal entre ces deux moyennes conduit à faire une sélection sur les bosses. En limitant l'écart de façon raisonnable, on peut vérifier de visu que les courbes de lumière ainsi obtenues sont bien des courbes de lumière agitées statistiquement.

où $i = j$. J'applique cette dernière formule sur l'équation qui me donne le flux stabilisé de *seeing*, cf. page 103,

$$\widehat{\phi}_p(t_i) = \frac{\phi_p(t_i) - \widetilde{\phi}_p(t_i)}{1 + \alpha_s(t_i)} + \widetilde{\phi}_p(t_i) \quad (4.41)$$

et j'obtiens, en tenant compte du fait que l'erreur sur le médian est nulle^b ce qui me donne comme « variables aléatoires » $x_1 = \phi_p$ et $x_2 = \alpha_s$ par exemple, et que la corrélation entre x_1 et x_2 est nulle,

$$\sigma^2(\widehat{\phi}_p(t_i)) = \left(\frac{1}{1 + \alpha(t_i)} \right)^2 \cdot \sigma^2(\phi_p(t_i)) + \frac{(\phi_p(t_i) - \widetilde{\phi}_p(t_i))^2}{(1 + \alpha(t_i))^4} \cdot \sigma^2(\alpha(t_i)) \quad (4.42)$$

ce qui exprime simplement le fait que l'erreur sur le flux stabilisé de *seeing* pour le pixel p de l'image au temps t_i , $\widehat{\phi}_p(t_i)$, est d'autant plus grande que l'écart au médian $\widetilde{\phi}_p(t_i)$ du flux initial non stabilisé $\phi_p(t_i)$ est important : c'est l'effet de levier. En effet, plus l'écart $\phi_p - \widetilde{\phi}_p$ est grand dans le cigare de la figure 4.5, plus l'erreur sur la transformation du cigare (la stabilisation de *seeing*) est importante : une petite erreur sur α_s induit une erreur d'autant plus grande que $\phi_p - \widetilde{\phi}_p$ est grand. Nous voyons justement que l'expression (4.42) diffère de l'erreur simple, contenue dans le premier terme, par le second terme qui tient compte de l'écart au médian. Notons que le premier terme fait intervenir l'erreur calculée dans (4.35), à savoir

$$\sigma^2(\phi_p(t_i)) = \frac{a}{g} \cdot (\phi_{ADU}(t_i) - b)$$

où a et b sont les coefficients de recalage photométrique, respectivement l'absorption et la Lune.

^bCela n'est pas du tout évident, cf. section 4.4.1, où est expliquée l'influence des signaux stellaires sur le calcul du médian, ce qui nous concerne car justement les signaux amplifiés entrent dans la classe apparentée des signaux stellaires, car ils en ont toutes les caractéristiques photométriques. Mais nous reviendrons sur ce point dans ce qui suit.

Erreur sur α En ce qui concerne l'erreur sur le calcul du coefficient α , qui apparaît dans le deuxième terme de l'addition, il est raisonnable de prendre une erreur de 10%. En effet, la méthode d'ajustement qui nous donne le coefficient α pour chaque image repose sur la minimisation d'une somme de carrés, et la présence de nombreux *outliers* dans le cigare (cf. figure 4.3) perturbe ce calcul dans les limites de 10% environ, avec parfois des erreurs plus importantes pour les petites valeurs de α qui correspondent à des cigares de dépendance très proches de la droite $y = x$ (cf. figure 4.5) et donc avec un α théoriquement nul mais qui a des erreurs qui donnent des erreurs relatives importantes. En réalité, la difficulté d'utiliser les erreurs déduites d'un ajustement par moindres carrés vient du fait que la distribution des erreurs, à cause de ces *outliers*, a des queues beaucoup plus importantes que pour une distribution normale, et cette différence à la loi normale invalide l'évaluation traditionnelle des erreurs, cf. [Press et al., p. 697].

L'ajustement par moindres carrés qui est fait conduit à un calcul d'erreur sur α qui est trop optimiste par rapport à ce qui est observé en pratique : si nous sélectionnons les points qui participent au cigare que nous allons ajuster par une droite en utilisant différents critères successifs ou en combinaison afin d'enlever au mieux les *outliers* qui rendent flou l'environnement du cigare de dépendance, le résultat sur α change de façon plus importante que ne l'indique l'erreur que donne la régression^c.

A ce propos, je développe une méthode d'ajustement par minimisation des valeurs absolues des écarts, car j'ai maintenant le sentiment que les nombreux *outliers* qui proviennent des étoiles, de tous les objets variables^d, verront ainsi influence nettement diminuer, cf. [Press et al., p. 699]. Je ne pense donc pas que l'ajustement tel que je le pratique aujourd'hui soit en mesure de me fournir une bonne estimation de l'erreur sur le coefficient α , bien qu'elle soit capable de donner une bonne valeur pour α lui-même, et c'est pour cela que j'introduis une erreur fixe de 10%.

Comparaison avec coefficient de calibration de l'erreur Si nous comparons cette méthode avec celle qui emploie un coefficient correcteur sur l'erreur standard, nous voyons que la nouvelle erreur fait implicitement l'hypothèse que la différence dans la largeur des gaussiennes est entièrement contenue dans un terme dépendant de l'écart au médian, le second de l'expression (4.42). Tout autre écart, est, je le rappelle, factice et est due à la prise en compte de variations physiques qui ne peuvent en aucun cas figurer dans l'estimation de mes barres d'erreur, *sauf en ce qui concerne l'erreur sur le médian*, qui n'existe que si ce dernier ne vérifie pas les critères de qualité de la section 4.4.1, et c'est pour cela qu'à priori il ne fallait pas tenir compte de l'erreur sur le médian dans l'équation (4.42). De plus, cette erreur est difficile à estimer, alors que les autres paramètres ont des erreurs plus simples à estimer, comme par exemple l'erreur statistique ou l'erreur sur un paramètre de régression linéaire α (si, pour ce dernier, on fait un ajustement qui prend en compte le problème des *outliers*).

^cLes différents critères sont pertinents, mais il est difficile de les généraliser de façon automatique pour toutes les configurations que nous sommes conduits à stabiliser de *seeing* et je ne les ai donc utilisés que ponctuellement, notamment pour vérifier la pertinence de l'erreur sur α fournie par l'ajustement par moindre carré, sans les inclure de façon permanente.

^dSi on ne prend pas soin d'enlever la plus grosse partie des étoiles et autres fortes variables, alors le cigare est entouré de « tentacules » de points qui effacent complètement le cigare, et ce à cause des variations de *seeing* qui autour des gros objets lumineux rend invalide la méthode d'analyse des flux dans des superpixels, cf. section D et en particulier la figure E.2 qui schématise le phénomène de débordement au voisinage des étoiles, et qui se comporte de façon extrême par rapport au comportement général que traduit le cigare.

Prise en compte de l'erreur sur le médian Dans ce cas nous devons écrire

$$\sigma^2(\widehat{\phi}_p(t_i)) = \left(\frac{1}{1 + \alpha(t_i)}\right)^2 \cdot \sigma^2(\phi_p(t_i)) + \frac{(\phi_p(t_i) - \widetilde{\phi}_p(t_i))^2}{(1 + \alpha(t_i))^4} \cdot \sigma^2(\alpha(t_i)) + \left(\frac{1}{1 + \alpha(t_i)}\right)^2 \cdot \sigma^2(\widetilde{\phi}_p(t_i)) \quad (4.43)$$

mais le calcul de l'erreur sur le médian n'est pas évident. On peut néanmoins lui établir une limite supérieure, déduite du traitement effectué dans la section 4.4.1, où nous avons vu que le pavé choisi pour le traitement des données était très efficace pour amoindrir les effets de *seeing*, voir résultat (4.26) : nous avons des écarts qui ne doivent pas dépasser $\sigma^2(\phi_p(t_i))$, et nous pouvons donc substituer dans (4.43) l'erreur sur le médian par cette erreur, quoique ce procédé conduise à surévaluer, de façon prudente il est vrai, l'erreur véritable, ce qui nous donne finalement

$$\sigma^2(\widehat{\phi}_p(t_i)) = 2 \cdot \left(\frac{1}{1 + \alpha(t_i)}\right)^2 \cdot \sigma^2(\phi_p(t_i)) + \frac{(\phi_p(t_i) - \widetilde{\phi}_p(t_i))^2}{(1 + \alpha(t_i))^4} \cdot \sigma^2(\alpha(t_i)) \quad (4.44)$$

ce qui nous fait rejoindre les évaluations du facteur de calibration des erreurs, cf. page 134 et ce qui suit.

4.6.4 Amélioration sur le facteur de « calibrage »

Dans le cas où les justifications que j'ai apportées ne seraient pas convaincantes, j'ai apporté des améliorations à l'erreur estimée à partir du facteur de calibrage des erreurs tel qu'il est calculé dans la section 4.6.1.

Le coefficient de calibrage n'affecte pas l'image de référence

Nous savons que la distribution, sur tous les pixels, de l'écart

$$\frac{\widetilde{\phi}_i - \phi_R}{\sigma_{standard}(\phi_i - \phi_R)} = \frac{\widetilde{\phi}_i - \phi_R}{\sqrt{\sigma_{standard}^2(\phi_i) + \sigma_{standard}^2(\phi_R)}} \quad (4.45)$$

où $\sigma_{standard}$ est l'erreur statistique calculée comme dans 4.35 et $\widetilde{\phi}$ est le flux après stabilisation de *seeing*, a une largeur c_i (cf. 4.38). Ainsi, puisque l'erreur sur ϕ_R est strictement égale à l'erreur statistique, par définition de la méthode de correction de *seeing*^e, et j'obtiens donc

$$\sigma_{vrai}(\phi_i - \phi_R) = c_i \cdot \sigma_{stat}(\phi_i - \phi_R) = \sqrt{\sigma_{vrai}^2(\phi_i) + \sigma_{stat}^2(\phi_R)}$$

car par hypothèse je ne me permets de modifier que l'erreur sur ϕ_i , d'où

$$\sigma_{vrai}(\phi_i) = \sqrt{c_i^2 \cdot \sigma_{standard}^2(\phi_i) + (c_i - 1) \cdot \sigma_{standard}^2(\phi_R)}. \quad (4.46)$$

^eNous considérons que l'erreur sur un point vient de l'erreur statistique photonique et de l'erreur sur la stabilisation de *seeing*.

Pour obtenir ce résultat, j'ai considéré que l'erreur se réduit à l'erreur que je commets en dessinant sur un graphique où se trouve déjà un point représentant le flux à l'instant t_R (celui de l'image de référence), un point représentant le flux à un instant t_i différent de t_R . La barre d'erreur pour le point à l'instant t_R ne peut être que l'erreur statistique, et ce sont les autres points qui vont avoir *relativement au point de l'instant t_R* une erreur plus complexe que la simple erreur statistique, qui doit tenir compte de l'erreur sur la stabilisation de *seeing*.

Par ailleurs, il faut ici remarquer que l'estimation du coefficient c_i n'est correcte que si l'image de référence n'a pas une erreur statistique trop grande devant celle de l'image i en cours de traitement. En effet, si tel n'est pas le cas, alors la largeur observée de (4.45) ne dépend plus de la dispersion sur ϕ_i et donc vaut toujours 1 en première approximation, ce qui laisse croire à $c_i = 1$. En particulier cela signifie que l'image de référence ne doit pas avoir plus de Lune (i.e. de fond) que les autres images. Cela nous conduit donc à faire attention lors du choix de l'image de référence^f.

Ne pas prendre en compte les agitations réelles non statistiques

Afin de réduire du mieux possible l'influence des problèmes d'agitation dans le calcul de la largeur, je considère la distribution (4.45) après avoir effectué une sélection sur l'écart entre moyenne glissante et moyenne globale, à savoir

$$f(\bar{\phi}, \underline{\phi}) = 1,5 \times \sqrt{\sigma^2(\bar{\phi}) + \sigma^2(\underline{\phi})} \quad (4.47)$$

en utilisant l'expression (4.35) pour le calcul des σ qui apparaissent dans f . Cela me permet de m'affranchir de la plus grosse part de la sur-évaluation des erreurs dont il a été question dans la section 4.6.2 sur le principe ergodique, et l'effet de la sélection est illustré dans la figure 4.8. Néanmoins, il faudra retenir que je fais l'hypothèse que les distributions sont bien gaussiennes à toutes les étapes du raisonnement, et cela, bien que vérifié empiriquement, ne peut se justifier formellement. En effet, lorsque je considère une distribution normale centrée réduite en ayant tenu compte d'une dispersion du type $\sqrt{c \cdot t + r}$ rien ne dit que la distribution qui prend compte une dispersion du type $\sqrt{t + r}$ est toujours gaussienne ! Ainsi, le calcul effectué ici est certainement plus juste que le calcul simple qui introduit un facteur c comme cela est fait dans (4.37), mais ne repose pas sur une mathématique solide.

De façon pratique, cette erreur nécessite le calcul du facteur c pour chacune des images, tout comme cela se fait dans le cas plus simple de l'expression (4.37).

4.6.5 Conclusion sur les erreurs

Pour l'analyse que je présente dans le chapitre 6, j'ai utilisé l'erreur de la section 4.6.3, car mes études m'ont convaincu que la prise en compte d'un facteur global c surestimait les erreurs, et cela conduit inexorablement à un trop grand fond dans la sélection des candidats. Par ailleurs, je montre dans la section 4.7 qu'il existe une forte dégénérescence des paramètres physiques fondamentaux, due à notre échantillonnage et à notre bruit, et cela ne peut que s'aggraver si je mets des erreurs

^fUn autre critère de choix proposé, lié à la stabilisation de *seeing*, concerne le fait que l'image de référence doit avoir un *seeing* moyen, cf. page 106.

importantes. Ainsi, de trop grandes erreurs non seulement ne sont pas réelles, mais en plus induisent des erreurs très importantes sur les paramètres, qui réduisent d'autant ma capacité à conclure sur les domaines d'appartenance des paramètres qui résulteront de mes ajustements sur les candidats détectés.

Pour finir, l'analyse menée avec l'erreur telle que je l'ai choisie marche, et fournit des candidats dont les courbes de lumière ont une agitation qui est en accord avec les barres d'erreur que j'ai mises ; cette appréciation est très subjective, mais elle montre en tous cas que les barres d'erreur ne sont pas fortement sous-évaluées.

4.7 Calcul des paramètres physiques sur courbe de lumière

Nous allons ici exposer le problème de la *dégénérescence* des paramètres de l'effet de microlentille gravitationnelle quand il s'agit de retrouver les paramètres physiques par un ajustement des courbes de lumière observées. Nous rappelons les équations (2.6), (2.7) et (2.14) données au chapitre 2 qui nous seront utiles ici, celles relatives à l'amplification dans le temps engendré par le passage d'une masse ponctuelle à proximité de la ligne de visée entre un observateur et une étoile qui est aussi considérée comme ponctuelle :

$$A(t) = \frac{2 + u^2(t)}{u(t)\sqrt{4 + u^2(t)}} \quad (4.48)$$

avec :

$$u(t) = \sqrt{\left(\frac{t - t_0}{t_E}\right)^2 + u_{min}^2} \quad (4.49)$$

ce qui nous donne :

$$\phi_{pixel}(t) = \phi_{fond} + (A(t) - 1) \cdot \phi_{\star} \cdot f_s(t) \quad (4.50)$$

Il s'agit donc de faire un ajustement des données expérimentales avec l'équation (4.50), mais avant d'aborder les données réelles nous utiliserons les courbes de lumière données par le programme de simulation Monte-Carlo. En effet, notre problématique est typiquement celle des *problèmes inverses* (cf. [Demoment]), où il s'agit de reconstruire un signal originel à partir de son observation expérimentale imparfaite, et dans notre cas nous avons la chance de pouvoir tester nos algorithmes de reconstruction sur des données simulées dont nous connaissons le signal originel, c'est là un des avantages du Monte-Carlo. Nous considérerons que la fonction f_s nous est connue, hypothèse qui est justifiée par le travail présenté au chapitre 4 où il a été question de la *stabilisation de seeing*. Nous nous apercevons alors que notre travail implique un ajustement sur cinq paramètres inconnus : ϕ_{fond} , ϕ_{\star} , t_0 , t_E et u_{min} .

4.7.1 Dégénérescence des paramètres d'ajustement.

Une première remarque s'impose alors : la méthode des pixels nous interdit l'accès direct à ϕ_{\star} , car celui-ci est mélangé aux flux des centaines d'autres étoiles dont le pixel étudié collecte le flux.

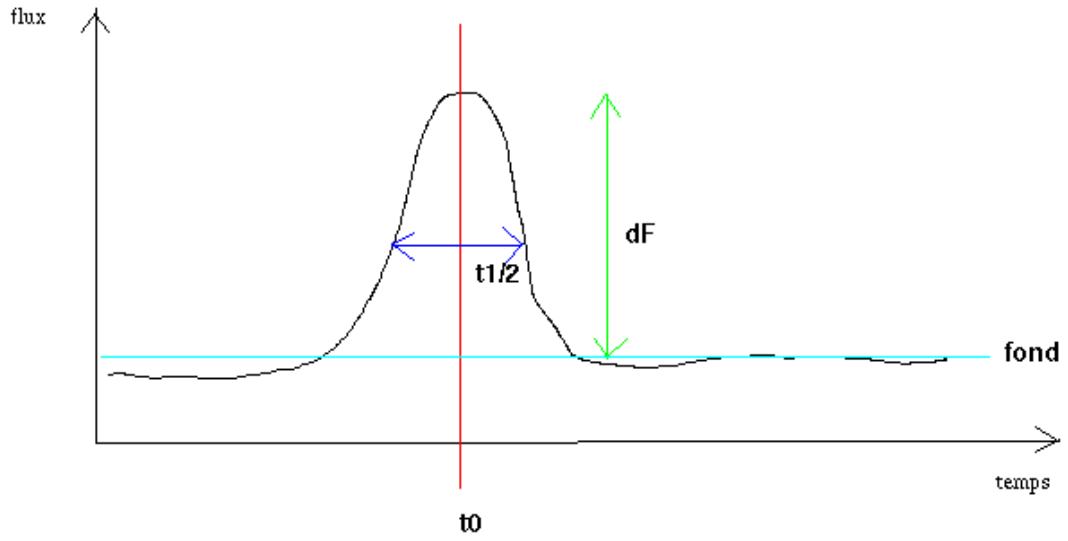


FIG. 4.27 – Ceci est le schéma d’une courbe de lumière avec une bosse correspondant à un événement de microlentille gravitationnelle. Les paramètres auxquels nous pouvons accéder de façon directe, et qui caractérisent la forme globale de la bosse, sont $t_{1/2}$, t_0 et ΔF (noté dF sur la figure) qui sont respectivement la largeur à mi-hauteur, l’instant du maximum et l’accroissement maximal de flux. Le fond est l’autre caractéristique accessible, non directement liée à la bosse.

Quand nous regardons une courbe de lumière, il apparaît que les seules grandeurs physiques auxquelles nous avons clairement accès sont :

- le moment du maximum d’amplification t_0 ;
- la durée de l’événement représenté par la largeur à mi-hauteur $t_{1/2}$;
- la hauteur au maximum $\Delta F_{max} = \phi_{pixel}(t_0) - \phi_{pixel}(\pm\infty) = \phi_{\star} \times (A(t_0) - 1)$.

Idéalement, nous avons accès à plus de renseignements : les cinq paramètres physiques qui définissent l’événement. Mais les trois grandeurs que j’ai mentionnées sont les seules grandeurs attachées à l’aspect général des courbes de lumière avec une bosse, cf. figure 4.27.

Nous remarquons alors que la hauteur au maximum fait intervenir à la fois le flux de l’étoile au repos et l’amplification maximale. Or la relation (4.48) nous dit que l’amplification au maximum est donnée par :

$$A_{max} = A(t_0) = \frac{2 + u^2(t_0)}{u(t_0)\sqrt{4 + u^2(t_0)}} = \frac{2 + u_{min}^2}{u_{min}\sqrt{4 + u_{min}^2}} \quad (4.51)$$

ce qui montre que nous pouvons écrire :

$$A_{max} = f(u_{min}^2) + 1 \quad (4.52)$$

avec :

$$f(x) = \frac{x + 2}{\sqrt{x \cdot (x + 4)}} - 1 \quad (4.53)$$

où le choix de la fonction f avec une translation de -1 est motivé par l'expression simplifiée que cela nous donne pour ΔF (cf. B) :

$$\Delta F(t) = \phi_{\star} \cdot f(u(t)) \quad (4.54)$$

Nécessité d'accéder à la forme globale Supposons que nous n'avons accès effectivement *qu'à la hauteur au maximum et à la largeur*. La hauteur au maximum s'écrit comme le produit $\Delta F_{\max} = \phi_{\star} \times f(u_{\min}^2)$, et par ailleurs, nous savons que le paramètre $t_{1/2}$ est donné par, cf. équations (B.11) et (B.14) :

$$t_{1/2} = t_e \cdot w(u_{\min}) \quad (4.55)$$

où w est une fonction de f . Ces deux équations on ensemble trois inconnues, ce qui nous montre que nous avons besoin de plus d'information que simplement la hauteur au maximum et la largeur à mi-hauteur pour en déduire les trois paramètres physiques fondamentaux.

La nécessité d'une forte amplification conduit à la dégénérescence Néanmoins, même si nous avons accès à la forme générale de la courbe de lumière, cette connaissance est toujours entachée de bruit, et c'est dans ce bruit que va se loger notre problème de dégénérescence des paramètres.

Il est possible de se rendre-compte de ce problème de dégénérescence en supposant que l'amplification doit toujours être forte pour que la bosse soit décelable dans la courbe de lumière. En effet, si nous cherchons des amplifications sur des étoiles de grande magnitude, par exemple $m_e = 25$, et sachant que notre magnitude limite de détection est de $m_l = 22,7$ (cf. 3.22), nous avons besoin d'une amplification minimale

$$A_l = 10^{\frac{m_e - m_l}{2.5}} \quad (4.56)$$

ce qui donne $A_l \simeq 8,3$ pour $m_e = 25$, et $A_l \simeq 21$ pour $m_e = 26$, ces magnitudes étant choisies aux limites de détection pour AGAPE pour des étoiles source au repos (cf. figure 5.12) ; c'est juste l'instant où l'amplification devient détectable, i.e. c'est en gros le premier point de la bosse détectée sur la courbe de lumière. Cela suppose donc des situations où l'amplification maximale doit-être d'autant plus forte : pour $t \neq t_0$, l'amplification n'est grande que si x est petit dans l'expression (4.53)^g, ce qui implique que lorsque $t = t_0$, A_{\max} est grande. En fait, il suffit de regarder l'expression de u dans (4.49) pour voir qu'il s'agit d'un jeu combinatoire des valeurs de u_{\min} , $t - t_0$ et t_e pour que u soit petit. Dans tous les cas, cela conduit à un développement limité de la fonction f

$$A \text{ grande} \Rightarrow x \ll 1 \Rightarrow f(x) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}} + O(\sqrt{x}) \quad (4.57)$$

ce qui, comme $x \equiv u^2$, donne une expression du flux reçu par un pixel dans le temps

$$\phi_{\text{pixel}}(t) = \phi_{\text{fond}} + (A(t) - 1) \cdot \phi_{\star} = \phi_{\text{fond}} + \frac{\phi_{\star}}{u(t)} \quad (4.58)$$

^gLa fonction f est en effet monotone décroissante pour $x > 0$, ce qui est le cas pour l'usage qu'on fait de f dans l'expression de l'amplification ($x \rightarrow u^2$), et tend vers l'infini positif quand x tend vers 0.

et en utilisant l'expression de u donnée dans (4.49) nous obtenons, en divisant le numérateur et le dénominateur du quotient apparaissant dans la dernière expression par u_{min}

$$\phi_{pixel}(t) = \phi_{fond} + \frac{\frac{\phi_{\text{étoile}}}{u_{min}}}{\sqrt{1 + \left(\frac{t-t_0}{t_e \cdot u_{min}}\right)^2}} = \phi_{fond} + \frac{\phi_{\text{étoile}} \cdot A_{max}}{\sqrt{1 + 12 \cdot \left(\frac{t-t_0}{t_{1/2}}\right)^2}} \quad (4.59)$$

où j'ai utilisé le fait que la fonction w dans (4.55) nous donne

$$t_{1/2} = 2\sqrt{3} \frac{t_e}{A_{max}} \quad (4.60)$$

dans l'approximation (4.57) et

$$A_{max} \simeq \frac{1}{u_{min}} \quad (4.61)$$

grâce à l'approximation $u \ll 1$ dans (4.55). Nous voyons explicitement le fait que la transformation

$$\begin{aligned} \phi_{\star} &\rightarrow \alpha \cdot \phi_{\star} \\ u_{min} &\rightarrow \alpha \cdot u_{min} \\ t_e &\rightarrow \frac{t_e}{\alpha} \end{aligned} \quad (4.62)$$

ne change rien au flux reçu dans le pixel au cours du temps. C'était déjà notre conclusion, mais mise en exergue dans le cas d'une amplification forte tout au long de la bosse. Par ailleurs, l'expression (4.65) nous fournit aussi de façon explicite les quatre paramètres qui définissent la courbe approximée de façon univoque. Nous appellerons la courbe donnée dans (4.65) la *courbe dégénérée*, qui donnera lieu à un *ajustement de Paczyński dégénéré*. J'utiliserai souvent dorénavant la notation DG (4 paramètres) pour le cas dégénéré, et NDG (5 paramètres) pour le cas non-dégénéré.

Les faibles amplifications conduisent aussi à une dégénérescence

Pour des régimes de faible amplification, comme cela est montré dans ([Woźniak Paczyński]), nous avons alors $u \gg 1$, ce qui nous donne, à partir de

$$A \text{ petite} \Rightarrow x \gg 1 \Rightarrow f(x) \rightarrow \frac{2}{x^2} + O\left(\frac{1}{x^3}\right) \quad (4.63)$$

ce qui, comme $x \equiv u^2$, donne une expression du flux reçu par un pixel dans le temps

$$\phi_{pixel}(t) = \phi_{fond} + (A(t) - 1) \cdot \phi_{\star} \simeq \phi_{fond} + \frac{\phi_{\star}}{u^4(t)} \quad (4.64)$$

et en utilisant l'expression de u donnée dans (4.49) nous obtenons, en divisant par u_{min}^4 le numérateur et le dénominateur du quotient apparaissant dans la dernière expression

$$\phi_{pixel}(t) = \phi_{fond} + \frac{\frac{\phi_{\star}}{u_{min}^4}}{\left(1 + \left(\frac{t-t_0}{t_e \cdot u_{min}}\right)^2\right)^2} \quad (4.65)$$

Nous voyons explicitement le fait que la transformation

$$\begin{aligned}\phi_{\star} &\rightarrow \alpha^4 \cdot \phi_{\star} \\ u_{min} &\rightarrow \alpha \cdot u_{min} \\ t_e &\rightarrow \frac{t_e}{\alpha}\end{aligned}\tag{4.66}$$

ne change rien au flux reçu dans le pixel au cours du temps. C'était déjà notre conclusion, mais mise en exergue dans le cas d'une amplification faible tout au long de la bosse.

Ainsi, nous nous attendons à des problèmes de dégénérescence pour des petites et des grandes valeurs de u , à savoir proche et loin du maximum d'amplification. Dans le second cas, nous aurons même du mal à déceler un signal, car dans le cas de la méthode des pixels, le signal source est souvent noyé dans le bruit avant amplification.

4.7.2 Situation générale en dehors de régimes spécifiques de dégénérescence analytique

Mais ces raisonnements ne nous donnent que des indications générales, fondées sur les dégénérescences induites par un ajustement sur des courbes de lumière où u réside dans des régions particulières de l'espace des paramètres.

Dans le cas où les courbes de lumière nous fournissent plus d'informations, c'est à dire des informations en dehors de ces zones particulières de u , il est raisonnable de penser que ces dégénérescences vont se lever. Ainsi, il m'est paru intéressant de faire quelques simulations numériques pour voir ce qu'il en était réellement. Je précise avant d'exposer la simulation numérique qu'une discussion de ces problèmes de dégénérescence se trouve dans [Woźniak Paczyński], et les différentes notations introduites sont inspirées de [Gondolo]^h. A ce propos, l'article de [Woźniak Paczyński] se propose d'étudier les différences entre les courbes d'amplification avant et après ajustement.

Simulation numérique de la dégénérescence primaire

Le problème se formule alors de la façon suivante : que se passe-t-il pour des courbes de lumière pour lesquelles u_{min} n'est ni très proche de 0 ni très grand devant 0. Les zones de différences notables entre les courbes DG et NDG résident dans le comportement loin de t_0 , donc pour des faibles amplificationsⁱ.

Afin de nous sensibiliser à cette problématique, j'ai donc construit une simulation sous Mathematica dans laquelle je considère la relation (4.50), en choisissant des paramètres typiques, que j'échantillonne avant d'effectuer des ajustements par la méthode des moindres carrés à trois de-

^hQui par ailleurs fournit un nouvel estimateur de la profondeur optique qui prend en compte les difficultés rencontrées dans la détermination expérimentale des paramètres physiques traditionnels, mais ce nouvel estimateur est très sensible à la forme de la fonction de luminosité des sources, et il n'est valide que si cette forme reste la même pour toutes les différentes composantes des sources.

ⁱC'est là en effet que l'approximation $u_{min} \ll 1$ ne conduit plus à l'approximation dégénérée car $\frac{t-t_0}{t_e}$ n'est plus négligeable devant u_{min} (cf. discussion p. 143), i.e. il nous faut chercher les différences là où u n'est plus petit devant 1.

grés de liberté sur l'ensemble des paramètres physiques^j $E = \{\phi_\star, t_e, u_{min}\}$, avec la méthode de Levenberg-Marquardt^k, en utilisant cette même relation (4.50) afin d'en tirer l'ensemble estimé \widehat{E} . Cette simulation tient compte d'un bruit aléatoire de distribution gaussienne avec un écart type déduit de la distribution sous-jacente de Poisson, i.e. en $\sqrt{\phi(t_i)}$ où les t_i sont les temps d'échantillonnage. L'idée est ici de forcer la valeur du flux de l'étoile au repos, ϕ_\star , et de comparer les résultats des ajustements, i.e. comparer E et \widehat{E} , quand nous forçons le flux de l'étoile à la véritable valeur de la fonction qui fût échantillonnée, et quand nous forçons à des valeurs supérieures et inférieures d'un facteur 0,5 à 2 environ. Le but est de vérifier, dans le cas où $E \neq \widehat{E}$, si les courbes d'ajustement sont discernables entre-elles, non seulement visuellement mais aussi par l'usage des outils statistiques classiques du type valeur du χ^2 après ajustement.

Les paramètres utilisés pour les ajustements, ainsi que les résultats des ajustements, sont donnés dans le tableau 4.2, où je rappelle que le flux de l'étoile au repos, ϕ_\star , ainsi que le fond, ϕ_{fond} , sont fixés par mes soins avant de procéder à l'ajustement. Les conditions d'exécution sont :

- *taux d'échantillonnage* de dix points par unité de temps t_e ;
- l'instant du maximum n'est pas échantillonné ;
- la *durée d'échantillonnage* s'étend jusqu'à $3 \times t_e$ de chaque côté du maximum.

Cette étude dépend évidemment du tirage fait sur les mesures, à cause de la présence d'un bruit aléatoire, en plus du choix des paramètres. Ainsi, les résultats présentés ici donnent ce que je trouve être un exemple typique de ce qui se produit ; si nous renouvelons l'étude avec un nouveau tirage, les résultats changeront quantitativement, mais pas qualitativement.

Résultats Les résultats montrent que nous sommes incapables de faire la différence entre des ajustements effectués avec 0,5 à 2 fois le véritable flux de l'étoile : les figures 4.28, 4.29, 4.30 et 4.31 montrent en effet qu'il n'y a pas moyen visuellement de discriminer entre des ajustements effectués avec des flux d'étoile source sous-évalués (valeurs d'ajustement 1 du tableau 4.2) ou sur-évalués (valeurs d'ajustement 2 du tableau 4.2). La figure 4.32 montre, dans le cas exposé figure 4.28 où sont aussi figurés les points d'échantillonnage, que les différences atteignent en gros les 0,1%, ce qui est totalement en dessous du bruit. L'ajustement sur les flux est donc excellent à l'oeil, en plus d'avoir un bon χ^2 .

Cette approche qualitative se trouve confortée par les valeurs du χ^2 qui ne changent que très peu, hormis dans le cas des valeurs d'ajustement 2 où le χ^2 est effectivement plus fort $\sim 1,5$ dans les cas de flux d'étoile source trop grand ou trop petit, que dans le cas véritable $\sim 1,1$, soit une différence d'à peu près 30%. Mais il faut alors moduler cette remarque par le fait que cet écart est d'une part faible, et d'autre-part peut totalement changer dans le cas où nous réduisons le taux d'échantillonnage à quatre points par unité de temps t_e : c'est le cas 2 bis, dont je ne montre ici que l'ajustement avec la valeur d'origine pour le flux de l'étoile dans la figure 4.7.2, car les autres ajustements (flux étoile plus faible et plus fort) sont pratiquement indiscernables de celui exposé

^jEncore une fois, ϕ_{fond} et t_0 sont supposés bien connus, mais l'exposé peut se généraliser au cas de figure où ces paramètres sont inconnus et appartiennent alors à E . Néanmoins, l'inclusion de ces paramètres dans E ne paraît pas nécessaire vu le succès explicatif de la simulation proposée ici. Je dirais que ce cas de figure complexifie la problématique sans en enrichir notre compréhension du phénomène, et c'est d'ailleurs le point de vue de ([Woźniak Paczyński]).

^kCette méthode combine efficacement la méthode de *steepest descent* avec celle de *inverse Hessian*, cf. [Press et al., p. 683].

Paramètres				
ϕ_{\star}	ϕ_{fond}	t_e	u_{min}	$\chi^2/\text{liberté}$
Valeurs d'origine 1				
200	1000	10	0,8	-
Valeurs d'ajustement 1				
Fixés		Libres		
80	1000	13,7	0,44	0,86
200	1000	9,59	0,78	0,85
400	1000	7,8	1,1	0,85
Valeurs d'origine 2				
200	1000	10	0,1	-
Valeurs d'ajustement 2				
Fixés		Libres		
80	1000	20,1	0,04	1,47
200	1000	10,04	0,10	1,12
400	1000	6,44	0,18	1,42
Valeurs d'ajustement 2 bis				
Fixés		Libres		
80	1000	20,53	0,04	1,39
200	1000	10,38	0,10	1,46
400	1000	6,61	0,18	1,95

TAB. 4.2 – Résultat des ajustements et mise en évidence de la dégénérescence : en fixant des flux d'étoile au repos très différents, nous arrivons à des ajustements qui nous fournissent des paramètres physiques très différents, avec pratiquement le même χ^2 . Les valeurs d'origine sont données suivies des résultats des ajustements effectués sur la courbe échantillonnée. Le seul changement dans le cas « 2 bis » est l'utilisation d'un taux d'échantillonnage de 4 points par unité de temps t_e et non plus de 10.

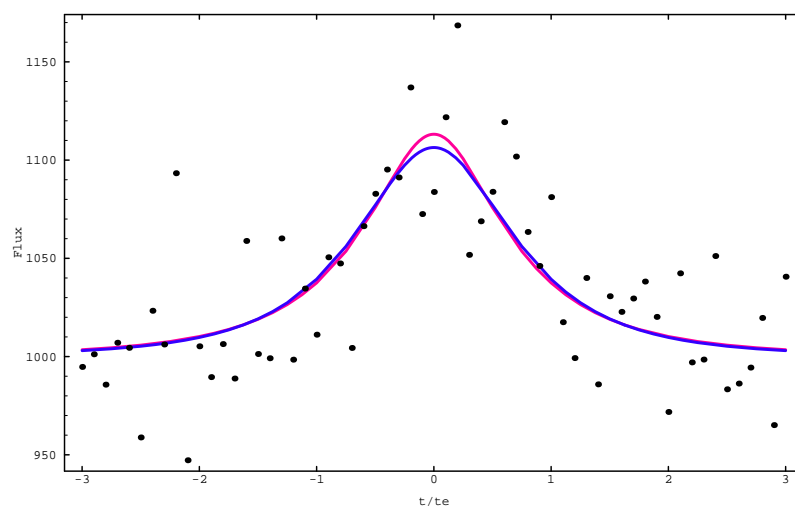


FIG. 4.28 – Courbe originale du flux en bleu, avec points échantillonnés en noir, et ajustement en rouge (valeurs d'origine 1 avec $\phi_{\star} = 80$, cf. tableau 4.2).

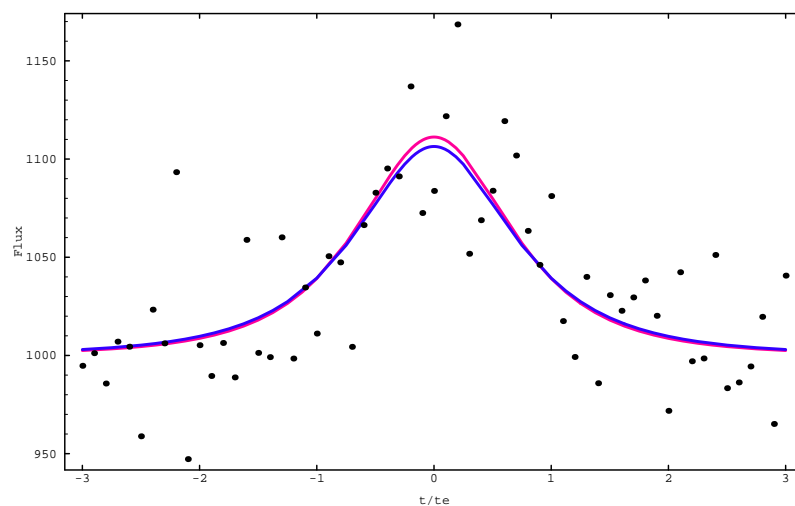


FIG. 4.29 – Courbe originale du flux en bleu, avec points échantillonnés en noir, et ajustement en rouge (valeurs d'origine 2 avec $\phi_{\star} = 400$, cf. tableau 4.2).

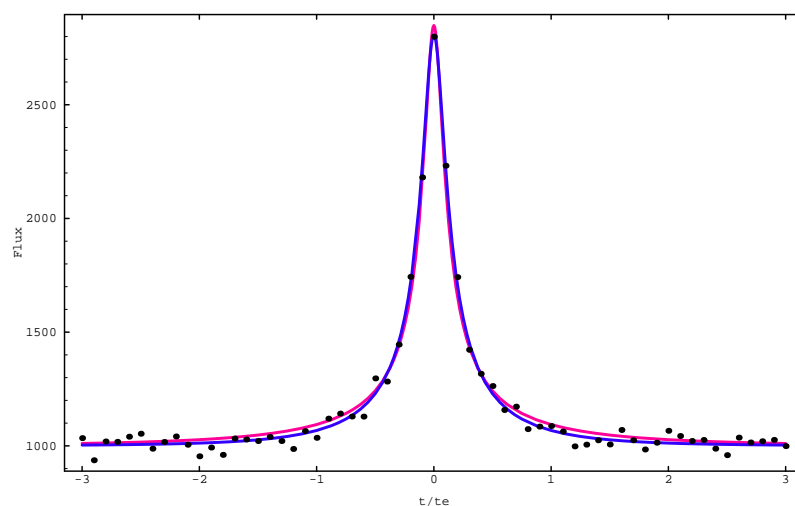


FIG. 4.30 – Courbe originale du flux en bleu, avec points échantillonnés en noir, et ajustement en rouge (valeurs d'origine 2 avec $\phi_{\star} = 80$, cf. tableau 4.2).

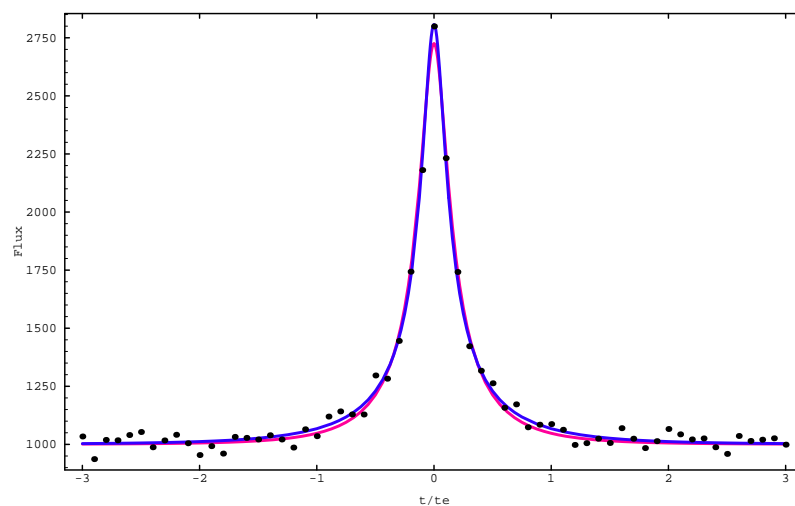


FIG. 4.31 – Courbe originale du flux en bleu, avec points échantillonnés en noir, et ajustement en rouge (valeurs d'origine 2 avec $\phi_{\star} = 400$, cf. tableau 4.2).

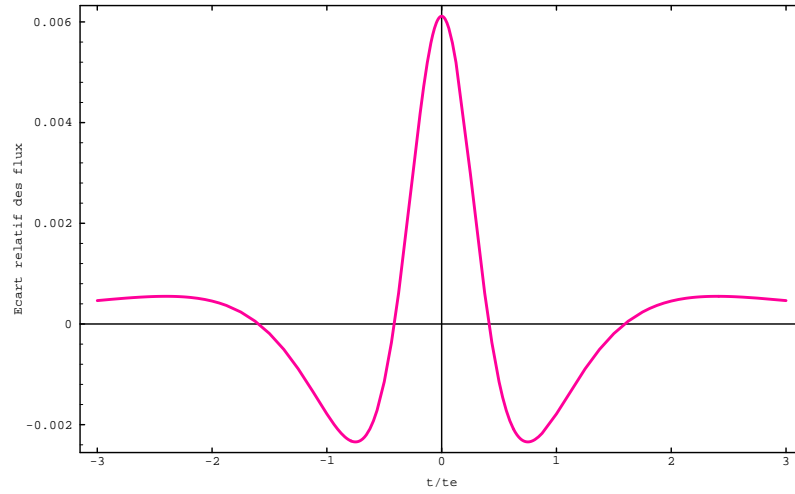


FIG. 4.32 – Différence relative $\frac{\phi_{original} - \phi_{ajusté}}{\phi_{original}}$ des flux représentés sur la figure 4.28.

ici.

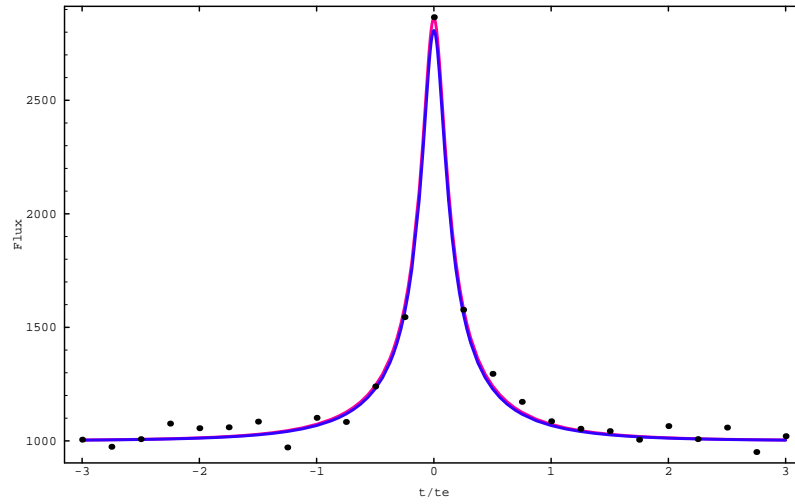
Malgré ce changement qui apparaît quand nous réduisons le taux d'échantillonnage, j'ai observé que dans le cas où nous restons avec un taux de dix points par unité de temps t_e , soit un point par jour environ pour les valeurs des paramètres que j'ai utilisées ici, les ajustements donnent toujours un χ^2 par degré de liberté plus faible pour la valeur d'origine du flux de l'étoile source. J'ai déjà observé que cette différence n'était pas très grande, de l'ordre de 30%, mais elle est systématique.

Cet effet se retrouve dans l'étude menée par [Woźniak Paczyński], où il est expliqué que la véritable dégénérescence de faible amplification n'apparaît que pour des grandes valeurs de u_{min} , et se fait moins ressentir quand u_{min} décroît. La différence avec la présente étude est que j'ai introduit la notion d'échantillonnage et de bruit. Cela nous permet de voir la dégénérescence persister pour des valeurs de u_{min} plus basses, ici $u_{min} = 0, 1$, que la valeur citée dans [Woźniak Paczyński], $u_{min} = 0, 5$.

Peut-on lever la dégénérescence à partir du comportement de convergence du χ^2 ?

Le travail effectué dans le Monte-Carlo démontre que l'ajustement DG est biaisé pour des amplifications faibles, et de façon générale le biais se produit pour des événements qui font partie de la masse importante des événements détectables par AGAPE. Nous sommes donc en droit de nous demander s'il ne serait pas utile de procéder à un ajustement NDG, et de se reposer sur la valeur du χ^2 qui est parfois plus faible comme on l'a vu, ainsi que sur la qualité de la convergence¹ de ajustement pour apprécier la pertinence de l'utilisation de l'équation à cinq paramètres (3 fondamentaux, voir ci-après) qui suppose l'absence de difficulté due à la dégénérescence. L'idée est de voir si le fait que le χ^2 soit plus faible est effectivement dû au fait que l'ajustement NDG effectue une meilleure

¹Nous verrons en effet que l'ajustement peut converger sans toutefois se trouver réellement dans un puits mais dans une vallée (convergence fortuite dans le bruit, ou fin du nombre d'itérations maximal).



Courbe originale du flux en bleu, avec points échantillonnés en noir, et ajustement en rouge (valeurs d'origine 2, valeurs d'ajustement 2 bis, avec $\phi_\star = 200$, cf. tableau 4.2). Les ajustements avec les autres valeurs de ϕ_\star sont très semblables à celui-ci du point de vue qualitatif.

minimisation.

Simulation et résultats Pour juger de cela, je reprends la simulation simplifiée sous Mathematica qui consiste à construire une courbe de lumière bruitée (bruit poissonnien), échantillonnée comme l'est AGAPE, avec la véritable équation à cinq paramètres, et à ajuster sur la courbe de lumière ainsi obtenue une équation NDG et une équation DG. Je compare ensuite les résultats obtenus en analysant la carte des χ^2 dans l'espace des paramètres, ce que j'appelle les *nappes de convergence*, afin de voir si le minimum trouvé dans le cas de l'ajustement NDG est réel ou non.

Dans le cas d'un ajustement NDG, l'idéal serait d'étudier la carte du χ^2 dans l'espace des paramètres (u_m, t_e, ϕ_\star) en faisant varier u_m, t_e et ϕ_\star autour des valeurs d'ajustement et en conservant les valeurs d'ajustement fixes pour les paramètres restant, à savoir t_0 et ϕ_{fond} , paramètres qui ne participent pas au problème de dégénérescence et donc doivent de toutes façons rester fixés dans l'étude de la carte du χ^2 . Mais on ne peut pas visualiser à quatre dimensions, donc, deux façons de construire la carte des χ^2 viennent à l'esprit. Tout d'abord, étant donné que l'ajustement comporte trois^m paramètres, je peux me contenter d'étudier

$$\chi^2 = f(\phi_\star, t_e) \quad (4.67)$$

en gardant fixes u_m, ϕ_{fond} et t_0 . Le problème dans cette méthode est que je lève pour ainsi dire la dégénérescence, puisqu'implicitement je me délivre artificiellement de la dégénérescence. Or, dans l'étude (4.67), seuls ϕ_\star et t_e changent, u_m reste fixe, et donc je rends impossible la dégénérescence, ce qui résulte dans l'apparition d'un puits dans la carte du χ^2 . Ainsi, quand je fais cela pour des candidats sélectionnésⁿ par l'analyse (cf. chapitre 6), j'obtiens une carte avec un puits indiquant que

^mCinq en réalité, mais deux sont triviaux à déterminer.

ⁿCet événement est typique des événements sélectionnés, et est le mieux défini.

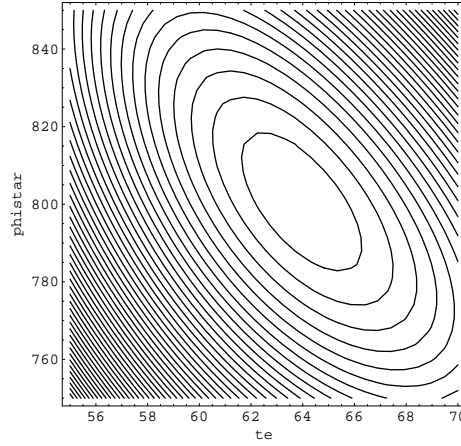


FIG. 4.33 – Nappes de convergence $\chi^2 = f(\phi_\star, t_e)$ pour un ajustement NDG sur le candidat RA(585,535). Le puits est bien visible, mais nous sommes ici dans un cas où la dégénérescence est artificiellement levée (cf. page 151).

le minimum trouvé dans l'espace (t_e, u_m) semble être un véritable minimum (autrement, je verrais une vallée sans véritable minimum), cf. figure 4.33, mais ça n'en est pas un.

L'autre façon de mener l'étude, qui ne détruit pas artificiellement la dégénérescence, consiste à faire la même chose que dans (4.67) mais en gardant constant le produit $t_e \cdot u_m$. Pour faire cela, je fixe le produit à la valeur d'origine fournie par l'ajustement, et je fais varier ϕ_\star et t_e autour des valeurs données par l'ajustement en faisant attention à ce que u_m vérifie $t_e \cdot u_m = \text{constante}$. Dans ce cas, en prenant le même événement simulé, nous obtenons la figure 4.34. Dans cette dernière figure, nous ne voyons plus de puits de convergence, ce qui signifie bien que l'ajustement NDG est incapable de choisir entre les valeurs possibles des paramètres physiques u_m , t_e et ϕ_\star dont les combinaisons vérifient (5.8) et (5.9). Par ailleurs, l'allure de la vallée est explicable par le fait que, cf. (5.8) et (5.9),

$$\phi_\star = c \cdot u_m = \frac{d}{t_e} \quad (4.68)$$

où c et d sont des constantes, et nous avons donc un comportement en $1/x$ qui est bien celui observé.

J'ai mené une étude plus large, où j'ai considéré des événements simulés indépendants de la sélection faite dans AGAPE, et j'ai retrouvé la même problématique. Ainsi, je pense avoir montré que l'ajustement NDG ne peut être utilisé convenablement, sous peine de ne pas pouvoir s'assurer de la qualité de l'ajustement. C'est pour cela que nous utilisons un ajustement DG, qui, bien qu'ayant certains défauts, est meilleur dans le cas général.

Conclusion

En conclusion, je dirais que nous avons ici mis en évidence un problème de dégénérescence des paramètres entre le flux de base de l'étoile source et les paramètres physiques u_{min} et t_e : des ajustements de même qualité statistique me donnent des valeurs très différentes des paramètres qui me

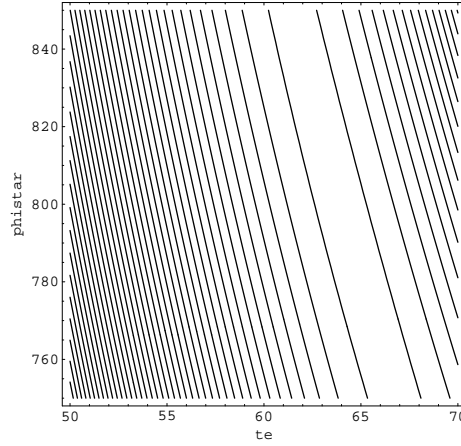


FIG. 4.34 – Nappes de convergence $\chi^2 = f(\phi_*, t_e)$ pour un ajustement NDG sur le candidat RA(585,535). Nous voyons clairement une vallée se dessiner, car nous avons ici pris soin de conserver la possibilité de dégénérescence (cf. page 151).

sont nécessaires pour apprécier les caractéristiques de l'événement microlentille éventuellement détecté.

Par ailleurs, nous avons aussi observé que cette dégénérescence avait un impact moins fort avec un petit u_{min} , mais que cette réduction n'était plus avérée avec un taux d'échantillonnage plus faible. Il existe donc une très petite plage de valeurs des paramètres pour lesquelles aucune des deux dégénérescences ne se fait ressentir, et cela est d'autant plus remarquable si les taux d'échantillonnage sont faibles. Par conséquent, il nous faut surtout maximiser l'échantillonnage pour moins souffrir de la dégénérescence.

Chapitre 5

Caractérisation du signal recherché

Maintenant que nous avons une compréhension des phénomènes que nous cherchons à étudier et des problèmes qui peuvent survenir, ainsi que de la façon d'y faire face, nous pouvons procéder à une analyse des données, en vue de trouver des événements intéressants. Pour cela, nous avons besoin de déterminer les modalités de l'analyse, en particulier l'algorithme de détection des événements intéressants. Ces modalités d'analyse dépendent justement du signal recherché.

Dans la section 5.1, je donnerai une caractérisation du signal recherché, ainsi que l'algorithme correspondant qui permettra de rechercher ce signal dans le flot des données.

Ensuite, dans la section 5.2, nous pourrons procéder à des simulations. Celles-ci vont non seulement nous donner une appréciation des possibilités de détection d'événements de microlentille gravitationnelle, mais aussi nous fournir une référence par rapport à laquelle nous allons pouvoir juger les résultats de l'analyse des données.

5.1 Forme du signal recherché

Le but est de détecter des événements de microlentille gravitationnelle qui, en amplifiant la luminosité apparente d'une étoile, se caractérisent par une amplification du flux apparent contenu dans un pixel, et de façon plus générale dans un superpixel ; cette amplification lumineuse se dessine sur la courbe de lumière du pixel, avec une forme particulière, cf. (2.6).

Pour cela, nous sommes conduits à analyser des millions de courbes de lumière, et sommes donc obligés de développer des algorithmes qui vont automatiser la recherche d'amplification. Nous allons maintenant passer en revue les différentes étapes de sélection qui nous permettent, à partir de la courbe de lumière d'un superpixel, d'arriver à décider si oui ou non cette dernière contient un événement de microlentille.

Nous pouvons découper le processus de sélection en trois étapes fondamentales qui chacune permettent de réduire considérablement la masses des données :

- recherche de bosses statistiquement significatives ;
- parmi les superpixels sélectionnés, sélection de ceux dont la courbe de lumière ont les variations

Description des étapes	Algorithme
<i>I. Recherche de bosses statistiquement significatives</i>	
Détection des bosses sur les CL	$\exists i \in O / \frac{\phi_{i+l} - \phi_{fond}}{\sigma(\phi_{i+l})} \geq 3, l \in \{1, 2, 3\}$
Une seule bosse significative sur la courbe de lumière	$L_1 \geq 100$ et $L_2 \leq 5, 5$
<i>II. Localisation des pixels les plus intéressants</i>	
Différenciation des groupes de pixels sélectionnés	Regroupement par distances seuil
Recherche du centre de chaque groupe	L maximale
<i>III. Ajustement de Paczyński et test compatibilité</i>	
Bon ajustement de Paczyński DG	$\chi^2 \leq 5$
Bon comportement des résidus réduits	Test d'autocorrélation de Durbin-Watson
Événements contenus	$t_0 \pm \frac{t_{1/2}}{2} \in [0, 800]$
<i>IV. Informations issues du Monte-Carlo</i>	
Durée pas trop longue de l'événement	$t_{1/2} \leq 200$
Limites sur la magnitude apparente au maximum	$17 \leq M(t_0) \leq 21$
<i>V. Qualité d'échantillonnage</i>	
Points d'observation sur croissance et décroissance	Test visuel (voir chapitre 6)
<i>VI. Optimisation du centrage</i>	
Optimisation du centre de chaque groupe	Ajustement multi-échelle de gaussienne
Rejet des centres qui dérivent	Itération de l'ajustement gaussien

TAB. 5.1 – Résumé des étapes de sélection des courbes de lumière. L désigne la fonction de vraisemblance, ϕ_i le flux dans le superpixel à un instant t_i , O la période d'observation pour AGAPE au Pic du Midi (3 ans), χ^2 le résultat de l'ajustement par moindres carrés pondérés, t_0 l'instant du maximum d'amplification obtenu par ajustement, $t_{1/2}$ la largeur à mi-hauteur de la courbe d'amplification du flux obtenu par ajustement, et CL signifie « courbe de lumière ».

les plus intéressantes ;

- test de compatibilité de la courbe de lumière avec la courbe de Paczyński ;
- compatibilité avec les simulations Monte-Carlo.

Le tableau 5.1 donne le détail de ces trois phases, et nous allons maintenant les détailler.

5.1.1 Définition d'une bosse

Nous avons dû développer un algorithme simple qui nous permette de détecter des variations de flux sur des courbes de lumière que nous appelons des « bosses ». Une fois que ces dernières ont été repérées, nous éliminons les courbes de lumière qui subissent plusieurs de ces variations, car nous savons que le phénomène de microlentille gravitationnelle est extrêmement rare, et qu'il est bien plus probable que des bosses multiples correspondent à l'existence d'un phénomène répétitif du type étoile variable.

Pour cela, nous devons tout d'abord définir ce qu'est une bosse. Nous la définissons comme la succession de trois points consécutifs sur la courbes de lumière qui s'écartent de plus de trois écarts standard du fond. Pour le fond, nous utilisons une moyenne glissante : nous calculons toutes les

moyennes de 10 points consécutifs sur la courbe de lumière, et la plus petite de ces moyennes est prise comme fond, ce qui s'écrit (cf. 4.50)

$$\phi_{fond} = \min(\{M_i, i \in [0, n]\}) \quad (5.1)$$

avec

$$M_i = \frac{1}{10} \sum_{j=i+1}^{i+10} \phi_p(t_j)$$

et

$$n = N_{obs} - 10$$

ce qui nous donne une bonne évaluation de ce qui apparaît clairement comme le fond quand on regarde une courbe de lumière. En ce qui concerne l'écart standard, nous prenons l'incertitude $\sigma(t_k)$ sur l'évaluation du flux au temps t_k . Ainsi, nous demandons à avoir trois points consécutifs satisfaisant

$$\phi_{pixel}(t_k) - \phi_{fond} \geq 3 \cdot \sigma(t_k) \quad (5.2)$$

où le calcul de σ est explicité dans la partie 4.6. Dans l'expression (5.2), il nous faudrait prendre en compte l'erreur sur l'estimation du fond, mais il s'avère que cette dernière est toujours négligeable devant l'incertitude sur le point considéré au temps t_k , et ce grâce au fait que nous moyennons sur des points, et qu'il apparaît alors un facteur $1/\sqrt{N}$ où N est le nombre de points sur lesquels on moyenne. Il nous faut aussi déterminer la fin d'une bosse. Pour cela, nous considérons qu'une bosse se termine quand deux points consécutifs sont au-dessous de la limite imposée dans (5.2).

Je voudrais faire remarquer ici que les discontinuités dans les données sont prises en compte dans les algorithmes de détection de bosse, et que cela se reflète dans la simulation Monte-Carlo. J'avais notamment un problème récurrent où une bosse commençait juste avant un trou temporel d'observation, et se terminait une fois ce trou franchi, ce qui nous donnait des bosses fictives de très longue durée. J'ai corrigé cet effet en limitant la distance temporelle entre deux points d'une bosse. ces discontinuités sont aussi prises en compte dans les autres critères de sélection, notamment le test de qualité des résidus, le critère de « Durbin-Watson » décrit plus loin dans ce chapitre.

5.1.2 Sélection des courbes à bosse unique significative

Une fois que nous avons découvert une bosse, nous considérons alors les points qui composent cette bosse, et nous calculons la probabilité qu'une telle disposition des flux dans le temps se soit produite de manière fortuite. Pour cela, nous supposons que dans le cas où aucun phénomène physique ne se produit réellement, alors les points sont distribués de façon aléatoire suivant une loi gaussienne autour du fond. L'hypothèse est donc que la « distribution » des flux suit la loi

$$D(\phi_{pixel}) = \frac{1}{\sigma(\phi_{pixel}) \sqrt{2 \cdot \pi}} e^{-\frac{(\phi_{pixel} - \phi_{fond})^2}{2 \cdot \sigma^2(\phi_{pixel})}} \quad (5.3)$$

et nous en déduisons la fonction de vraisemblance de la bosse en question sur la courbe de lumière

$$L = -\ln \left(\prod_{i=1}^n P(\phi > \phi_{pixel}(t_k)) \right) \quad (5.4)$$

où $P(\phi > \phi_{pixel}(t_k))$ représente la probabilité de mesurer un flux supérieur à la valeur observée sous l'hypothèse d'un pixel stable,

$$P(\phi > \phi_{pixel}(t_k)) = \int_{\phi_{pixel}(t_k)}^{+\infty} D(x) dx$$

le produit étant effectué sur les n points constituant la bosse. L ne représente en fait que la « significativité » d'une bosse, et sa construction permet d'avoir accès à une quantité positive, qui croît avec la significativité.

Approche quantitative

Le premier critère de sélection d'une courbe de lumière consiste donc à :

1. Comptage des n bosses sur les courbes de lumière ;
2. Rejet des courbes de lumière avec $n > 2$;
3. Calcul des fonctions de vraisemblance L sur chacune des deux bosses^a, et nous appelons L_1 et L_2 les deux valeurs de L ainsi calculées de telle sorte que $L_1 > L_2$ ($L_2 = 0$ si pas de seconde bosse) ;
4. Acceptation de la courbe de lumière uniquement si : $L_1 \geq 100$ et $L_2 \leq 5,5$;

Nous ne sélectionnons ainsi que les courbes avec une seule véritable bosse, l'éventuelle seconde étant très peu significative. Pour donner une meilleure appréciation des conditions, $L > 100$ est équivalent à la présence de 6 points dans la bosse à cinq écarts standard de la moyenne.

Le choix des valeurs pour les limites sur L_1 et L_2 a été guidé par le « fond » sélectionné. En effet, il faut savoir que 80% des courbes de lumière ont une bosse qui est détectée, cf. (5.2), et qu'une coupure trop lâche sur la fonction de vraisemblance sélectionne un nombre de pixels trop grand et dont la répartition est trop dense pour que l'algorithme de regroupement des pixels puisse fonctionner correctement, conduisant alors à la sélection de courbes de lumière en très grand nombre et parmi lesquelles beaucoup apparaissent comme fictives^b. A ce propos, nous avons remarqué qu'une sélection avec $L_1 > 60$ conduisait à moins de groupes reconnus que si nous utilisions $L_1 > 100$, contrairement à ce qui est attendu. Cela est dû au fait que les groupes de pixels ne se distinguent alors pratiquement plus les uns des autres, et le regroupement confond des groupes de pixels qui sont en réalité bien distincts. Nous allons maintenant expliquer en quoi consiste le regroupement des pixels qui ont satisfait la sélection sur L_1 et L_2 .

^aLe point 2 a rejeté les courbes de lumière avec plus de deux bosses.

^bFictive dans le sens où si nous avions été en mesure de regrouper les pixels correctement, ces courbes de lumière n'auraient pas été retenues.

Par ailleurs, nous avons simulé des événements de microlentille que nous avons ensuite introduits au sein même d'images réelles, et nous avons ensuite fait passer la chaîne de détection sur ces images afin de vérifier que les valeurs limites sur L que nous avons fixées étaient correctes. Cette simulation nous a permis de façon plus générale de vérifier la pertinence de nos critères de sélection.

5.1.3 Regroupement

Parmi les millions de courbes de lumière, nous en sélectionnons qui ont des bosses satisfaisant aux coupures sur L_1 et L_2 explicitées dans ce qui précède. Or, il apparaît, notamment à cause des effets de *seeing*, que si une amplification se produit à un instant donné sur une étoile que surveille un pixel, alors les pixels avoisinants vont aussi recevoir une part du flux amplifié. Ainsi, nous nous attendons à ce qu'il y ait plusieurs pixels sélectionnés ensemble, sous la forme de groupes ou *clusters* de pixels. Nous nous imaginons bien que dans le cas où les critères de sélection sont faibles, nous risquons de ne même plus pouvoir distinguer les groupes les uns des autres. Ainsi, nous devons détecter ces groupes et les individualiser, pour ensuite y chercher le centre actif, i.e. le pixel qui est à l'origine du groupe. Nous utilisons donc un algorithme qui permet, grâce à un critère de voisinage, de déterminer les pixels faisant partie d'une même groupe. Une fois cette étape franchie, nous déterminons le centre de chacun de ces groupes. Il faut se rappeler que nous ne pouvons pas étudier indépendamment chacune des courbes de lumière sélectionnées par l'algorithme de détection des bosses, et ceci à cause du nombre bien trop important. Afin de donner un ordre de grandeur, dans le champ A, nous avons plus de $3,5 \times 10^5$ courbes avec des bosses définies satisfaisant à 5.2. Parmi elles, environ 10^5 satisfont aux critères de la fonction de vraisemblance

Reconnaissance des zones autour des étoiles

Par ailleurs, nous avons recherché les étoiles résolues sur les champs à l'aide du programme PEIDA, cf. [Thèse Queinnec], et nous avons ensuite calculé la zone d'influence de chacune de ces étoiles (cf. annexe F), et ce afin de vérifier que les courbes de lumière que nous avons sélectionnées n'étaient pas trop proches d'une étoile, et le cas échéant sujet à caution. En effet, nous savons d'une part que les pixels situés dans la zone d'influence des étoiles détectées ont un problème avec le médian si ces dernières sont assez fortes^c.

5.1.4 Détermination du centre des groupes de pixels

Une fois les groupes déterminés, nous devons y trouver le centre réel, i.e. le pixel au centre de l'amplification détectée, celui qui contient l'étoile source amplifiée^d. Pour cela, nous utilisons encore une fois la fonction de vraisemblance, et nous choisissons comme centre actif le superpixel du groupe dont la courbe de lumière a la bosse la plus significative, i.e. L_1 maximum. Un autre

^cNous avons en effet vu que le pavé de médian de 41×41 pixels permettait de libérer le médian des problèmes de *seeing* pour des objets ayant une magnitude qui descend jusqu'à $m_\star = 15$, cf. section 4.4.1 et en particulier le résultat (4.26).

^dA cause du *seeing* nous savons qu'une source lumineuse présente dans le ciel à un certain endroit conduit à un flux collecté important dans un nombre de pixels correspondant à la tache de *seeing*, cf. section D.

méthode consiste à déterminer le barycentre pondéré par les L_1 , mais il s'avère que cette technique est moins précise : le χ^2 sur l'ensemble des courbes de lumière ainsi sélectionnée a une dispersion significativement plus grande qu'avec les courbes de lumière sélectionnée par la recherche de L_1 maximum, cf. page 106.

Différentes méthodes

Malheureusement, nous avons remarqué que le centre ainsi déterminé était parfois différent de celui que nous aurions donné par une étude visuelle directe : nous avons représenté sur la figure 5.1 un tel problème dont la configuration apparaît souvent. Il a fallu proposer des méthodes de recentrage, et nous avons été conduits à analyser trois possibilités :

1. recherche du pixel avec flux maximal ;
2. barycentre des pixels autour du pixel avec flux maximal, avec pondération par les flux ;
3. ajustement de gaussienne.

La première proposition réalise en fait ce qu'on fait à l'oeil quand on regarde la carte des flux des pixels autour du centre fournit par L maximale, sur l'image pour laquelle la courbe de lumière du pixel avec L maximale atteint son maximum^e. Il s'agit simplement de déterminer le pixel, dans le voisinage direct du pixel avec L maximale, qui a comptabilisé le plus grand nombre d'ADU ; le voisinage est défini comme le superpixel centré sur le pixel avec L maximale.

Il s'avère que cette méthode est sensible au bruit, les fluctuations aléatoire de flux collecté, et il vient alors l'idée de prendre le barycentre des pixels, pondérés par les flux des pixels, autour du pixel avec flux maximal

$$\begin{aligned}\Delta x_c &= \frac{\sum_p \phi(p) \times \Delta x_p}{\sum_p \phi(p)} \\ \Delta y_c &= \frac{\sum_p \phi(p) \times \Delta y_p}{\sum_p \phi(p)}\end{aligned}\quad (5.5)$$

où la somme se fait sur les pixels p du voisinage du pixel avec flux maximal, i.e. les huit pixels qui le touchent, Δx_c , Δy_c sont les écarts en abscisse et en ordonnée respectivement des coordonnées du centre barycentrique avec les coordonnées du pixel avec flux maximal, et Δx_p , Δy_p sont les écarts en abscisse et en ordonnée respectivement des coordonnées des pixels du voisinage avec les coordonnées du pixel avec flux maximal, $\phi(p)$ est le flux du pixel p participant à la somme. Cela pourrait effectivement amoindrir les effets du bruit. Une autre méthode qui vient à l'esprit consiste à ajuster une fonction gaussienne à deux dimensions avec rotation d'angle θ caractérisée par $\rho = \cos(\theta)$ et possibilité de dissymétrie entre les axes x et y

$$G(x, y) = \frac{\sqrt{1 - \rho^2}}{2 \cdot \pi \cdot \sigma_x \cdot \sigma_y} e^{-\left(\frac{x^2}{2\sigma_x^2} + \frac{y^2}{2\sigma_y^2} - \rho \frac{xy}{\sigma_x \sigma_y}\right)} \quad (5.6)$$

sur la zone entourant le pixel avec L maximale.

^eC'est en effet sur cette image que l'objet stellaire « amplifié » est le plus visible, et donc que son centre est le plus facilement repérable.

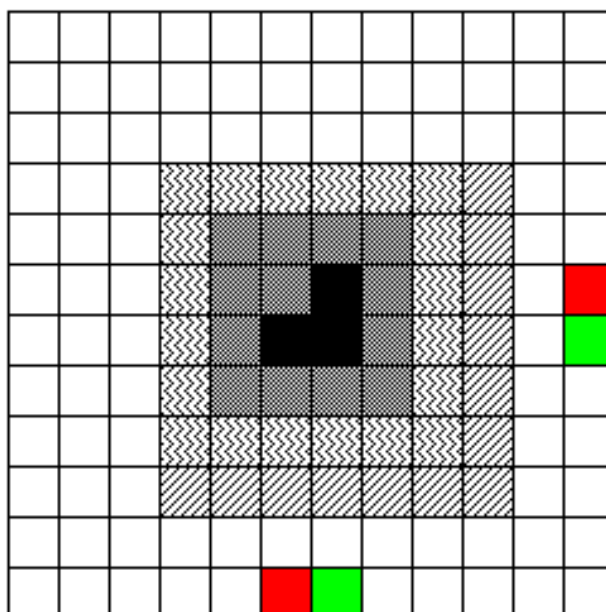


FIG. 5.1 – Nous voyons ici la représentation d'un superpixel, le carré 7×7 au centre, avec des couleurs en dégradé de gris qui indiquent l'intensité dans chacun des pixels. Supposons que le centre, trouvé par l'étude de la courbe de lumière ayant la plus grande valeur de la fonction de vraisemblance L_1 soit le pixel dont l'abscisse et l'ordonnée sont indiquées par les pixels colorés en rouge et en vert respectivement, nous voyons alors que le véritable centre est probablement mieux spécifié par le pixel dont les coordonnées sont spécifiées par les pixels de couleur verte. Le but du recentrage par ajustement de gaussienne est justement de nous fournir ce véritable centre (cf. p. 158).

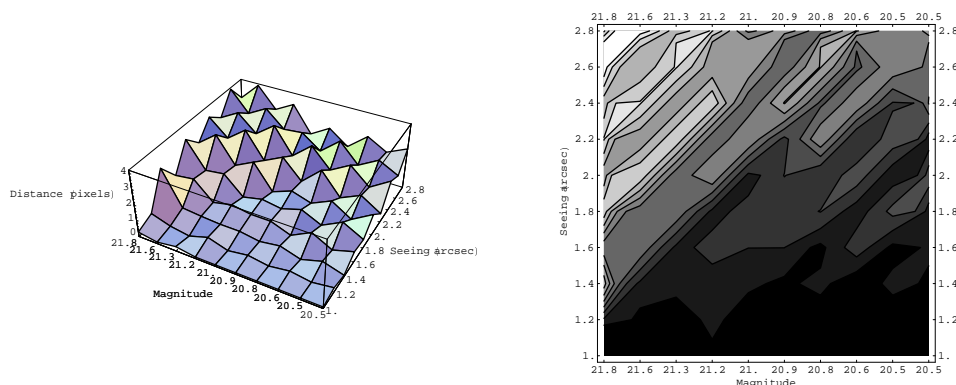


FIG. 5.2 – Résultat de la simulation pour la distance entre le centrage fournit par le pixel avec flux maximal, et le vrai centre du signal gaussien. Nous voyons que c'est mauvais pour des signaux faibles avec fort *seeing*. Pour AGAPE, les valeurs typiques de magnitude sont aux alentours de $M = 21$, *seeing* = 1, 5 arcsec. Les déformations que l'on voit sur la figure avec les contours proviennent du bruit. L'échelle de gris à droite n'est là que pour mieux percevoir les effets visibles sur la figure à gauche.

Comparaison des méthodes

J'ai donc développé une simulation sous Mathematica qui me permet de comparer ces trois méthodes^f

1. pixel de flux le plus fort ;
2. barycentre des pixels pondérés par le flux autour du pixel de flux le plus fort ;
3. centre d'une gaussienne ajustée autour du pixel de flux le plus fort.

Je construis un pavé de 15 pixels de côté, je mets dans chacun des pixels un flux composé d'un fond et d'une gaussienne dont le centre est le centre du pavé et dont le flux intégré correspond à ce à quoi je m'attends dans AGAPE, le tout étant bruité. Afin d'avoir des flux réalistes, j'utilise les résultats obtenus dans la section 3.1.1. Je fais 5 tirages aléatoires de pavés, et pour chacun des tirages, j'applique chacune des méthodes de centrage. Ensuite, je calcule les distances entre nouveau centre et véritable centre, et je moyenne sur les 5 tirages. Afin de bien étudier le comportement de ces écarts de centrage en fonction de la physique, j'utilise 10 valeurs différentes du flux intégré de la gaussienne, et 10 valeurs différentes du *seeing*. J'obtiens donc 100 distances moyennes pour chacune des méthodes, qui couvrent toutes les situations observationnelles rencontrées dans AGAPE.

Les figures 5.2, 5.3 et 5.4 nous montrent le résultat de la simulation pour les distances en pixels séparant le centre obtenu par chacune des méthodes et le véritable centre. Nous voyons que le centrage par ajustement de gaussienne se comporte bien mieux que les autres méthodes, à l'échelle du demi-pixel, tout spécialement dans les zones où la magnitude est aux alentours de 20,5 et le *seeing* de 2 arcsec, ce qui correspond au cas de figure le plus fréquemment rencontré dans AGAPE, et cela

^fJe n'ai pas considéré la simulation avec le barycentre pondéré par L_1 car nous avons déjà vu que ce centrage conduisait à une distribution des χ^2 le long des courbes de lumière bien plus dispersée.

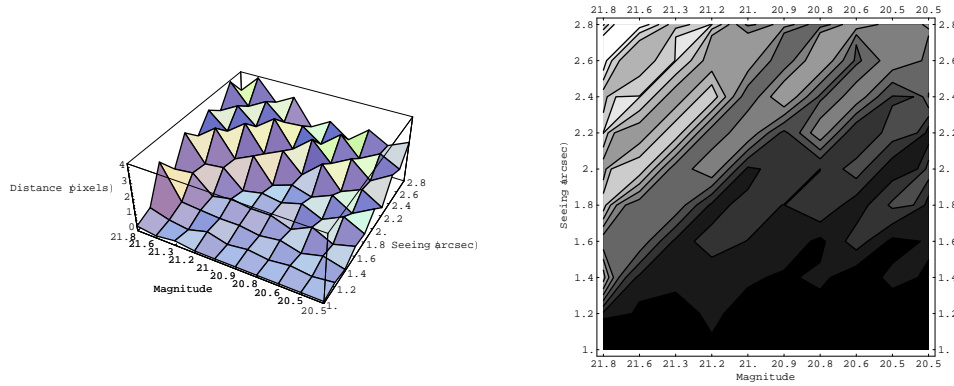


FIG. 5.3 – Résultat de la simulation pour la distance entre le centrage fourni par le barycentre pondéré par les flux des pixels voisins du pixel avec flux maximal, et le vrai centre du signal gaussien. Nous voyons là aussi que c'est mauvais pour des signaux faibles avec fort *seeing*, et ça ressemble fort à ce qui est obtenu avec l'usage direct du pixel avec flux maximal sans barycentre. Pour AGAPE, les valeurs typiques de magnitude sont aux alentours de $M = 21$, *seeing* = 1,5 arcsec. Les déformations que l'on voit sur la figure avec les contours proviennent du bruit. L'échelle de gris à droite n'est là que pour mieux percevoir les effets visibles sur la figure à gauche.

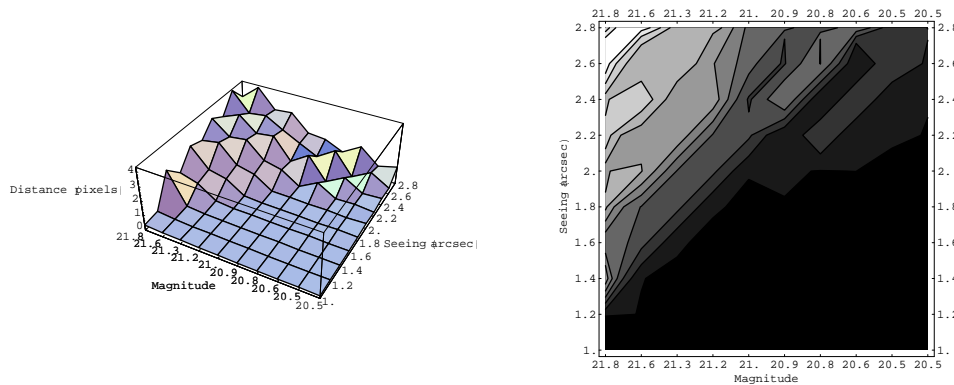


FIG. 5.4 – Résultat de la simulation pour la distance entre le centrage fourni par l'ajustement d'une gaussienne, et le vrai centre du signal gaussien. Nous voyons que c'est mauvais pour des signaux faibles avec fort *seeing*, mais bien que la forme générale soit proche de ce qui est obtenu avec les deux autres méthodes de centrage, le comportement est bien meilleur dans les zones éloignées des situations où les trois méthodes marchent mal : c'est bien plus plat. Pour AGAPE, les valeurs typiques de magnitude sont aux alentours de $M = 21$, *seeing* = 1,5 arcsec. Les déformations que l'on voit sur la figure avec les contours proviennent du bruit. L'échelle de gris à droite n'est là que pour mieux percevoir les effets visibles sur la figure à gauche.

est une échelle suffisante pour justifier l'usage de cette méthode d'ajustement car les courbes de lumière sont en fait sensibles à un pixel près : certaines courbes de lumière jugées intéressantes le devenaient beaucoup moins après les avoir recentrées. Cela est dû à un effet de lissage des courbes quand on n'est pas bien centré, et l'ajustement de Paczyński, dont la qualité fait partie de nos critères de sélection, se fait mieux sur des courbes lissées, ce qui nous conduit à des erreurs d'appréciation^g. La figure 5.5 nous montre qu'au contraire de ce qui était attendu, le processus du barycentre n'améliore pas la distance entre le pixel ainsi obtenu et le véritable centre par rapport à l'utilisation directe du pixel avec flux maximal.

Les figures 5.6 et 5.7 nous confirment que l'ajustement de la gaussienne est meilleur que les deux autres méthodes, puisque les écarts normalisés indiquent des variations significativement en faveur de l'ajustement de gaussienne pour des valeurs de flux intégré de l'objet et de *seeing* correspondant bien à ce que nous rencontrons dans AGAPE, à savoir $M = 21$, *seeing* = 1, 5 arcsec. L'intérêt de ces figures par rapport à une étude directe de l'écart de distance tel qu'il est fait dans les autres figures est qu'il présente l'écart normalisé, ce qui permet de voir l'endroit où les écarts sont significativement différents. Ainsi, quand je regarde

$$\frac{d_{m,v} - d_{b,v}}{d_{b,v}} \quad (5.7)$$

dans la figure 5.5 je peux évidemment simplifier le numérateur en écrivant que $d_{m,v} - d_{b,v} = d_m - d_v - (d_b - d_v) = d_m - d_b$ mais sous cette forme on perçoit mal ce que représente (5.7). C'est juste une autre façon d'étudier les écarts de distance dans les recentrages.

Nous aurions aussi pu prolonger une telle étude par un ajustement gaussien sur toutes les images de la bosse, puis faire un choix pondéré du centre à partir des centres inévitablement différents les uns des autres ainsi obtenus. Mais nous nous reposons sur le fait que le recalage géométrique des images se fait à mieux que un dixième de pixel près, et que l'erreur d'ajustement du centre de la gaussienne est aussi d'un dixième de pixel. De plus, le comportement observé dans la distance entre le centre ajusté et le véritable centre montre bien qu'on a tout intérêt à rester dans des cas de figure où le flux intégré de l'objet est important, ce qui justifie le choix de l'image correspondant au maximum de la courbe de lumière. Néanmoins, cette étude serait intéressante pour s'appuyer la dispersion statistique du recentrage dans le temps.

Description du processus retenu

Dans la pratique, le centrage par L_1 maximale nous donne un centre de départ pour un ajustement par moindres carrés pondéré de gaussienne à 2D et nous prenons le pixel correspondant au centre ajusté comme véritable centre. Pour assurer une méthode efficace, nous procédons à des ajustements sur plusieurs tailles de pavés autour du centre de départ, en partant de 15 pixels de côté et en descendant jusqu'à 7 pixels de côté, ce qui représente notre taille de superpixel. Nous augmentons ainsi nos chances que l'ajustement fonctionne même sur des signaux faibles pour lesquels l'ajustement risquerait de trop souffrir des structures avoisinantes si le pavé d'ajustement était trop grand^h.

^gLe cas limite, peu réaliste mais qui décrit bien le problème, où on est complètement décentré, donne une courbe de lumière plate, et ceci donne un bon ajustement.

^hIl convient de noter ici que j'ai utilisé et modifié le programme de minimisation d'un χ^2 pour une fonction non-linéaire, la gaussienne à deux dimensions dans mon cas, fournit dans ([Press et al.]). J'ai opté pour cette approche, car

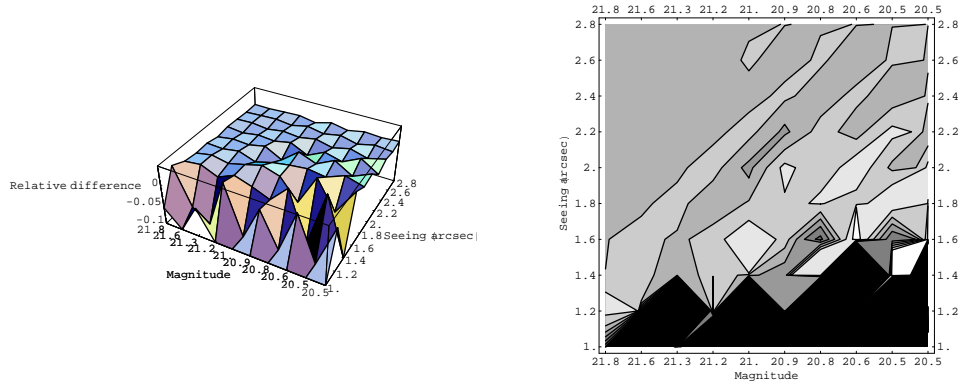


FIG. 5.5 – Nous voyons ici le résultat de la simulation pour la quantité $\frac{d_{m,v}-d_{b,v}}{d_{b,v}}$ où $d_{m,v}$ et $d_{b,v}$ désignent respectivement la distance entre le pixel avec flux maximal et le vrai centre, et la distance entre le barycentre pondéré par le flux dans le voisinage du pixel avec flux maximal et le vrai centre. A gauche la représentation de cette quantité en fonction du flux intégré de l'objet et du *seeing*, et à droite le contour du graphe de gauche qui nous permet de mieux apprécier le relief. Nous voyons que les différences sont faibles, et les zones agitées sont non seulement modérées dans leurs *extrema*, mais de plus n'indiquent pas de tendance en faveur de l'une ou l'autre méthode. Les déformations que l'on voit sur la figure avec les contours proviennent du bruit. L'échelle de gris à droite n'est là que pour mieux percevoir les effets visibles sur la figure à gauche.

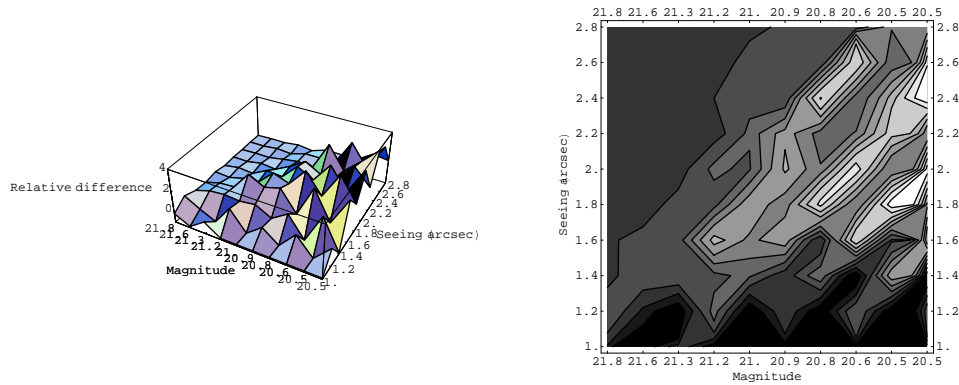


FIG. 5.6 – Nous voyons ici le résultat de la simulation pour la quantité $\frac{d_{m,v}-d_{g,v}}{d_{g,v}}$ où $d_{m,v}$ et $d_{g,v}$ désignent respectivement la distance entre le pixel avec flux maximal et le vrai centre, et la distance entre le centre obtenu par ajustement de gaussienne et le vrai centre. A gauche la représentation de cette quantité en fonction du flux intégré de l'objet et du *seeing*, et à droite le contour du graphe de gauche qui nous permet de mieux apprécier le relief. Nous voyons que les écarts normalisés deviennent importants, en faveur de l'ajustement gaussien, pour des valeurs justement souvent rencontrées dans les observations AGAPE. Les déformations que l'on voit sur la figure avec les contours proviennent du bruit. L'échelle de gris à droite n'est là que pour mieux percevoir les effets visibles sur la figure à gauche.

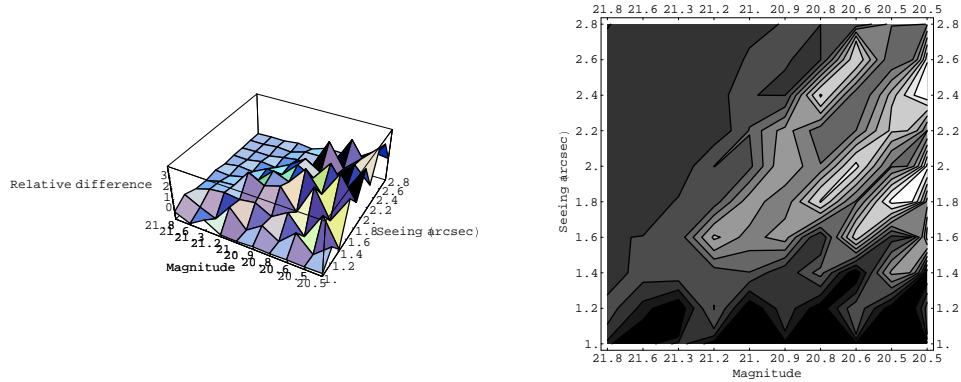


FIG. 5.7 – Nous voyons ici le résultat de la simulation pour la quantité $\frac{d_{b,v}-d_{g,v}}{d_{g,v}}$ où $d_{g,v}$ et $d_{b,v}$ désignent respectivement la distance entre le centre obtenu par ajustement de gaussienne et le vrai centre, et la distance entre le barycentre pondéré par le flux dans le voisinage du pixel avec flux maximal et le vrai centre. A gauche la représentation de cette quantité en fonction du flux intégré de l'objet et du *seeing*, et à droite le contour du graphe de gauche qui nous permet de mieux apprécier le relief. Nous voyons que les écarts deviennent importants, en faveur de l'ajustement gaussien, pour des valeurs justement souvent rencontrées dans les observations AGAPE. Les déformations que l'on voit sur la figure avec les contours proviennent du bruit. L'échelle de gris à droite n'est là que pour mieux percevoir les effets visibles sur la figure à gauche.

Le critère que j'utilise pour arrêter les itérations d'ajustement est que la différence entre deux χ^2 successifs doit être trois fois de suite inférieur à 10^{-3} .

Parmi les différents ajustements sur différentes tailles de pavés, nous conservons le centre qui se trouve être le plus proche du centre initial donné par L maximale. Nous prenons soin de vérifier que ce nouveau centre correspond à un superpixel qui fait effectivement partie de la première sélection, à savoir qu'il y a bien une bosse qui fût détectée sur la courbe de lumière correspondante. Autrement, nous rejetons la courbe de lumière.

Ensuite, pour que ce nouveau centre soit considéré comme fiable, nous vérifions qu'un nouvel ajustement de gaussienne fournit bien un recentrage qui n'est pas différent. Sinon, nous avons un centre qui a tendance à glisser, i.e. un centre instable, et nous rejetons le candidat. L'étude des courbes ainsi rejetées confirme que ce sont bien des cas inintéressants, cf. 3.1.2 pour d'autres remarques à ce sujet.

5.1.5 Ajustement de Paczyński non dégénéré

Le phénomène physique qui nous intéresse comporte trois paramètres fondamentaux (u_m , t_e , ϕ_\star), plus deux moins intéressants (ϕ_{fond} , t_0), cf. (4.50), et nous savons, à cause du fait qu'AGAPE est davantage sensible aux fortes amplifications, que nous avons un problème de dégénérescence entre les trois paramètres fondamentaux et nous devons donc procéder à un ajustement sur deux para-

l'usage d'un autre programme dont j'ai largement profité, Minuit, développé au CERN, se révélait trop peu souple dans ce cas.

mètresⁱ, cf. section 4.7 : la dégénérescence consiste en une incapacité à déceler une différence dans l'ajustement pour différents choix des paramètres (u_m, t_e, ϕ_\star) du moment que le rapport

$$\phi_\star / u_m \quad (5.8)$$

et le produit

$$t_e \cdot u_m \quad (5.9)$$

restent fixés. Dans ce cas de figure, nous perdons toute information quant-aux paramètres physiques qui seuls sont véritablement intéressants.

Il est toujours possible d'utiliser ces quatre paramètres pour en tirer des informations physiques, voir ([Gondolo]) qui introduit un nouvel estimateur de la profondeur optique et qui ne dépend que de ces quatre paramètres, et ([Baltz]) qui donne les conditions nécessaires à la dérivation de la profondeur optique classique à partir des quatre paramètres^j, mais cela n'est envisageable que dans les cas de bon échantillonnage et de bonne photométrie pour l'étude du phénomène physique, tout particulièrement dans les zones où la bosse de la courbe de lumière est proche du fond, et ce n'est pas vraiment la situation rencontrée par les collaborations comme AGAPE qui utilisent des télescopes terrestres ; de plus, nous utilisons d'abord l'ajustement de Paczyński pour vérifier la possibilité que la courbe de lumière soit bel et bien celle d'un événement de microlentille gravitationnelle, et pas seulement pour extraire de l'information physique. Dans ces conditions, il nous faut tout d'abord vérifier que l'ajustement est globalement compatible, d'abord, avec une courbe dégénérée.

Pour cela, nous faisons un ajustement par moindres carrés de la courbe de lumière avec la fonction donnée dans (4.65). Pour satisfaire au critère de « globalité » j'utilise un critère sur la qualité de l'ajustement qui dit que le χ^2 par degré de liberté doit être inférieur à une certaine limite.

5.1.6 Autocorrélation au sein des résidus : critère de Durbin-Watson

Un autre critère de qualité que celui du χ^2 qu'il est naturel d'utiliser concerne le comportement des résidus réduits. Les résidus réduits, que nous appellerons simplement résidus par la suite, sont la différence entre la courbe ajustée et les valeurs expérimentales, normalisées par l'erreur

$$r_i = \frac{\phi(t_i) - \widehat{\phi}(t_i)}{\sigma(\phi(t_i))} \quad (5.10)$$

où $\widehat{\phi}$ est le flux fournit par l'ajustement de Paczyński dans notre cas, et σ est la fonction d'incertitude définie dans la section 4.6. Les résidus donnent donc une estimation de l'adéquation de l'incertitude σ supposée avec les écarts réels observés entre le modèle et la réalité. Les hypothèses importantes dans l'analyse des données d'AGAPE concernent les erreurs des mesures qui sont

– indépendantes ;

ⁱEn fait, la dégénérescence nous fait abandonner la détermination des trois paramètres au profit de deux paramètres construits à partir des cinq. La dégénérescence n'est pas levée, elle change simplement de forme.

^jLes conditions requises reviennent en réalité à ne plus avoir de dégénérescence grâce à une grande qualité des données qui permettent à l'ajustement de distinguer clairement entre un ajustement approximé à quatre paramètres et un autre, sans approximation, à cinq paramètres.

- de moyenne nulle ;
- de variance σ_i^2 correctement estimée.

Si nos hypothèses sont correctes, alors les résidus devraient avoir un comportement en adéquation avec les hypothèses que nous avons faites, ou tout du moins ne devraient pas avoir un comportement antinomique avec ces hypothèses. Il existe de nombreuses façon d'étudier les résidus, la plupart étant visuelles. Je me suis tout particulièrement intéressé à une étude qui me permette de construire un algorithme afin de pouvoir traiter la masse très importante des données de façon automatisée. Les méthodes visuelles ne devraient intervenir qu'en fin de traitement, et c'est ce que nous verrons dans les résultats de l'analyse, où je ferai une étude plus détaillée des quelques candidats retenus. L'étude des résidus qui se prête particulièrement bien à une automatisation est celle qui concerne le comportement de corrélation entre les résidus. En fait, si les erreurs sur les mesures sont bien indépendantes, alors on s'attend à ce que les résidus soient distribués de façon aléatoire positivement et négativement. Si cette hypothèse d'indépendance est fausse, alors nous nous attendons à observer une *corrélation sérielle* des résidus, i.e. la corrélation entre les erreurs séparées de s pas est toujours la même, cf. figure 5.8. Nous appellerons ρ_s cette corrélation, avec $s \in \{1; 2; \dots; n\}$. L'idée est que si j'ai plusieurs fois de suite des résidus négatifs sur une courbe de lumière, c'est qu'il y a un problème : la corrélation apparaît ici par le fait qu'un résidu négatif me permet de pronostiquer avec une bonne certitude que le résidu qui suit est aussi négatif. Généralement, dans les régressions, quand on a n résidus et p paramètres à estimer, les n résidus sont associés à $n - p$ degrés de liberté, et cela implique que les résidus sont corrélés. En réalité, cette corrélation est très faible, et ne devrait être prise en compte que si $\frac{n-p}{n} \ll 1$, ce qui n'est pas le cas dans AGAPE, cf. [Anscombe, Tukey]. Il peut aussi se produire une corrélation négative des résidus, par exemple dans des processus où il y a des données qui sont retenues à un instant t et qui se libèrent par paquet aux instants suivants, une sorte de « friction des données ».

Pour détecter ce type de corrélation, il serait commode d'avoir un coefficient qui puisse me caractériser si oui ou non j'ai une corrélation inattendue^k dans les résidus. J'ai choisi de calculer ce coefficient grâce à la méthode de Durbin-Watson, cf. ([Durbin, Watson]).

Supposons que nous voulions ajuster un modèle linéaire

$$y_u = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_i \cdot X_{i,u} + \epsilon_u \quad (5.11)$$

avec la méthode des moindres carrés aux observations $(Y_u, X_{1,u}, X_{2,u}, \dots, X_{k,u})$, $u \in \{1; 2; \dots; n\}$. Il est naturel de supposer que les erreurs ϵ_u sont des variables indépendantes et sont distribuées selon une loi normale centrée de largeur σ , $N(0, \sigma^2)$, ce qui conduit à des corrélations sérielles toutes nulles $\rho_s = 0$. Nous allons tester cette hypothèse

$$H_0 : \forall s, \rho_s = 0 \quad (5.12)$$

grâce au test de Durbin-Watson contre l'autre hypothèse

$$H_1 : \rho_s = \rho^s \quad (5.13)$$

^kInattendue dans le sens où si les hypothèses fondamentales quant-aux erreurs sont respectées, alors la corrélation entre les résidus est naturellement négligeable.

($\rho \neq 0$ et $|\rho| < 1$), cette autre hypothèse provenant de la supposition que les erreurs vérifient

$$\epsilon_u = \rho \cdot \epsilon_{u-1} + z_u$$

où $z_u \sim N(0, \sigma^2)$ et est indépendant de $\epsilon_{u-1}, \epsilon_{u-2}, \dots, \epsilon_1$ ainsi que de $z_{u-1}, z_{u-2}, \dots, z_1$. Nous supposons aussi que la moyenne ainsi que la variance de ϵ_u sont constantes, indépendantes de u , ce qui implique que $\epsilon_u \sim N(0, \sigma^2/(1 - \rho^2))$. Sous l'hypothèse H_0 , nous obtenons $\epsilon_u \sim N(0, \sigma^2)$, qui est la situation habituelle pour tous les $u \in \{1; 2; \dots; n\}$.

Pour tester H_0 contre H_1 nous ajustons le modèle (5.11) et calculons les résidus r_1, r_2, \dots, r_n avec lesquels nous calculons le coefficient statistique

$$d = \frac{\sum_{u=2}^n (r_u - r_{u-1})^2}{\sum_{u=1}^n r_u^2} \quad (5.14)$$

appelé *coefficient de Durbin-Watson*, et déterminons s'il faut rejeter ou non l'hypothèse H_0 sur la base de la valeur de d . Avant d'aller plus loin, ajoutons que ce coefficient est une forme de corrélation simple entre les résidus, et pour le voir, il suffit de développer le numérateur dans (5.14), ce qui fait apparaître un terme $e_u \cdot e_{u-1}$. Ce coefficient est donc une forme de corrélation améliorée.

Nous devons utiliser des tables où les coefficients d ont été tabulés dans différentes situations (nombre de degrés de paramètres à ajuster, nombre de points de données et niveau de confiance α), sachant que ces tables ont deux valeurs critiques, cf. figure 5.9. La procédure de test se fait ainsi :

Situation de d	Conclusion
$d < d_L$ ou $4 - d < d_L$	d significatif, on rejette H_0 au niveau 2α
$d > d_U$ et $4 - d > d_U$	d non significatif, on ne rejette pas H_0
autres cas	test non conclusif

On effectue ce test en considérant d pour le cas où $\rho > 0$ et $4 - d$ dans le cas où $\rho < 0$ (anti-corrélation). Les tables de valeur pour d_L et d_U sont données dans ([Durbin, Watson]).

Application du test dans AGAPE

Dans le cas d'AGAPE, nous effectuons un ajustement par moindres carrés pondérés d'un modèle non linéaire, qui plus est avec des données échantillonnées de façon très irrégulière (discontinuité dans les données). Nous avons donc choisi d'étudier les résidus en fonction de l'ordre d'acquisition, cf. [Tomassone et al., p. 125], et nous avons choisi les degrés de confiance les plus faibles, 95%, car nous avons voulu avoir une bonne certitude de la qualité des candidats, et nous rejetons donc plus facilement. Par ailleurs, les auteurs Durbin et Watson ont montré que la situation où le test était inconclusif pouvait être assimilée à une situation de rejet, car un doute important est alors porté sur l'hypothèse H_0 . Par ailleurs, nous effectuons un test en quatre parties pour faire face au problème de l'échantillonnage : dans nos données, nous avons à peu près trois grandes périodes d'observation correspondant aux trois années de 1994 à 1996, et nous calculons le coefficient d sur chacune de ces périodes, puis sur toutes les périodes ensemble. Si l'un de ces quatre coefficients rejette l'hypothèse H_0 alors nous rejetons la courbe de lumière considérée. J'ai trouvé des justifications de cette approche dans [Bargava] et [Richardson & White].

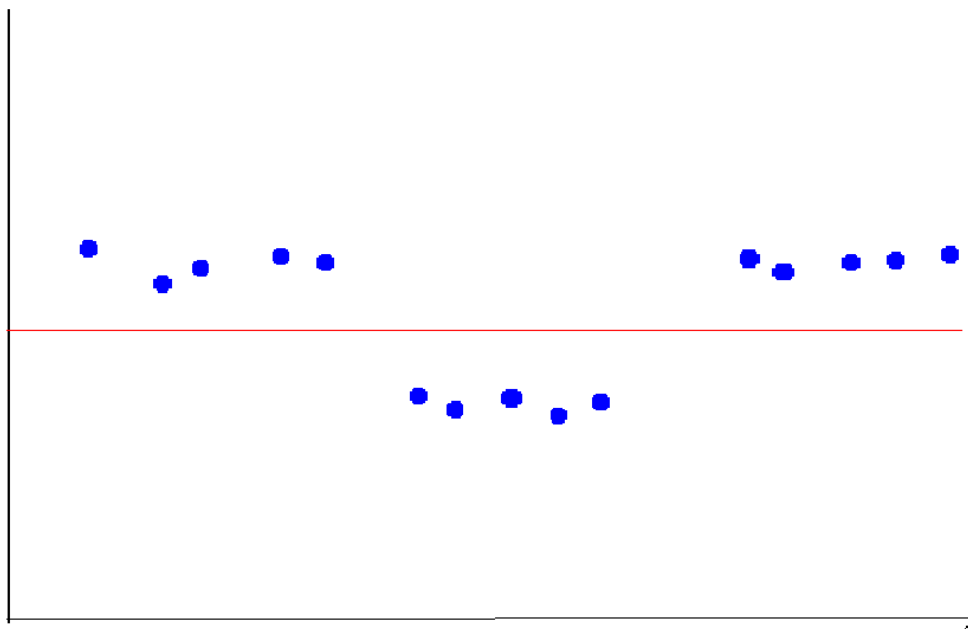


FIG. 5.8 – Schéma représentant les résidus en bleu, étudiés dans le temps en abscisse, avec en rouge la ligne du zéro. Nous voyons ici un exemple de forte corrélation par morceau, ces morceaux pouvant figurer les périodes d’observation dans AGAPE par exemple.



FIG. 5.9 – Schéma qui indique les valeurs du coefficient de Durbin-Watson d calculé dans (5.14) et les zones de rejet de l’hypothèse H_0 en rouge, de non rejet en vert, et de doute en bleu, avec les bornes critiques d_L et d_U (cf. p. 168).

5.1.7 Concernant l'usage de plusieurs critères

Il n'est pas bon de faire appel à un trop grand nombre de critères de qualité. Je vais montrer ici, en m'inspirant de l'article de [Bromley, Tegmark] où le problème est exposé, que l'usage de plusieurs tests tend toujours à avoir une signification statistique moins forte qu'un ou deux tests bien choisis.

En effet, supposons l'existence d'une hypothèse statistique H_0 sur un ensemble de valeurs expérimentales, et supposons par ailleurs que je mène n tests statistiques destinés à quantifier le *rejet de l'hypothèse* H_0 , et que chacun de ces tests me donne un rejet avec un degré de confiance¹)

$$d_{p_i}^{cf} \equiv (1 - p_i) \quad (5.15)$$

avec $i \in \{1; 2; \dots; n\}$ alors j'aurai toujours

$$\exists \min \in \{1; 2; \dots; n\} / \{\forall j \in \{1; 2; \dots; n\}, p_{\min} \leq p_j\}. \quad (5.16)$$

En fait, je considère chacun des tests comme un estimateur du taux de confiance que je peux donner au rejet de l'hypothèse H_0 , et je sais qu'il existe parmi ces n tests un taux de confiance estimé plus petit que tous les autres.

Supposons alors que le test que nous préférons^m donne un rejet $d_p^{cf} = 1 - p$. La question est : quel est en réalité le taux de confiance de rejet de l'hypothèse H_0 associé à ce test, sachant qu'il n'est pas seul, et qu'il y en a n qui ont été effectués ? Est-ce plus compliqué que simplement $1 - p$ comme donné par la relation (5.15) ?

Il faut se représenter un test comme une variable aléatoire donnant un résultat p_i , où l'indice i indique le numéro du test en question parmi les n . Alors, la confiance que j'associe à mon test préféré revient à calculer la probabilité pour que $p_{\min} > p$, où cette fois-ci je considère chacun des tests comme une variable aléatoire qui me donne un résultat uniforme, pour des données aléatoires, et je me demande quelle est la probabilité pour qu'un tirage des n tests donne par hasard $p_{\min} > p$. En effet, si la probabilité est forte pour que $p_{\min} > p$, alors cela signifie que j'ai un résultat significatif avec p , i.e. le test préféré a fourni un résultat rare et donc significatif, j'aurais difficilement eu un meilleur taux de rejet par hasard sur mes n testsⁿ. Retenons donc que

$$P(p_{\min} > p) = d_p^{cf} \quad (5.17)$$

où d_p^{cf} est le degré de confiance associé au test préféré qui a donné p . Or pour que $p_{\min} > p_{\max}$, il faut que *tous* les

$$\forall i \in \{1; 2; \dots; n\}, p_i > p$$

ce qui conduit à

$$P(p_{\min} > p) = \prod_{i=1}^n P(p_i > p) = \prod_{i=1}^n (1 - p) = (1 - p)^n \quad (5.18)$$

¹Nous définissons le degré de confiance du rejet de l'hypothèse H_0 par la probabilité que l'hypothèse H_0 soit effectivement fausse.

^mNous définissons le test « préféré » comme celui qui donne le plus fort taux de rejet.

ⁿLe rejet, ou taux de confiance de rejet, est donné par $1 - p$, cf. (5.15).

car pour ces tests supposés à distribution uniforme pour des données aléatoires, i.e. des tests non biaisés, la probabilité que p_i tombe au-dessus de p est simplement $1 - p$. Nous avons donc

$$d_p^{cf} = (1 - p)^n \quad (5.19)$$

ce qui montre que la confiance à accorder au test préféré est moins bonne que simplement $1 - p$. Par exemple, pour $1 - p = 0,99$ avec 10 test effectués j'obtiens $(1 - p)^{10} \approx 0,9 < 0,99$.

Évidemment, ces calculs ont été faits dans l'hypothèse où les tests étaient indépendants, ce qui m'a permis d'arriver à (5.18). De plus, les tests doivent-être pertinents : ils ne doivent pas donner un rejet total de façon certaine et ce quelque-soit les données ! En réalité, les tests sont souvent corrélés : le résultat de l'un donne des indications sur le résultat d'un autre. Cependant, cela montre bien que prendre une série de tests réduit la significativité de l'ensemble des tests, et je ne peux qu'avoir une moindre confiance dans le résultat final que si le nombre de tests est réduit.

5.2 Simulations

Avant de procéder à des observations et à leur analyse, il est nécessaire de disposer d'un ordre de grandeur du nombre d'événements attendu, ainsi que leurs caractéristiques (les paramètres physiques de l'événement de microlentille). En effet, c'est seulement par comparaison avec les calculs théoriques que des résultats observationnels acquièrent un sens : il s'agit de faire interagir la modélisation avec la réalité. De plus, cela permet de tester la possibilité d'atteindre les buts fixés. Nous pouvons commencer par une première étape simplifiée qui ne nous donnera accès qu'à une estimation du nombre d'événements, puis procéder à une simulation plus complète grâce à un programme Monte-Carlo, et qui cette fois nous donnera non seulement un nombre d'événements prédit plus précis, mais aussi les caractéristiques attendues.

5.2.1 Premières estimations

Nous avons vu au chapitre 2 l'expression qui permet d'obtenir le taux d'événements attendus, cf. expression (2.18). Le taux est à peu près $\Gamma \approx 10^{-12} \text{ s}^{-1}$, cf. [Jetzer 1998, page 88] ; il s'agit d'un ordre de grandeur pour une amplification qui correspond à un paramètre d'impact minimum $u_{\min} \approx 1 \Rightarrow A_{\max} = 1,3$, faible pour AGAPE mais nous ne voulons que des ordres de grandeur. Nous avons besoin du nombre d'étoiles observées par chacun des pixels : sachant que la magnitude absolue^a du Soleil est $M_{\odot} \approx 4,7$, nous trouvons que la magnitude apparente d'une étoile de ce type depuis M31 est

$$m_{\odot}^{M31} \approx -2,5 \cdot \log \left(\left(\frac{10}{725 \times 10^3} \right)^2 \right) + M_{\odot} \approx 29 \quad (5.20)$$

où nous avons supposé M31 distante de $725 \times 10^3 \text{ pc}$, sachant que la magnitude limite détectable se situe aux alentours de $m_{\lim} = 23$, cf. (3.22). Nous devons maintenant comparer cela à la magnitude

^aC'est la magnitude apparente de l'astre considéré s'il était distant de 10 pc.

de surface de M31 qui est d'environ^b $m_{surface}^{M31} \simeq 20$ dans les régions que nous observons (cf. page 62), ce qui, en supposant que toutes les étoiles sont comparables au Soleil, nous donne un nombre d'étoiles par arcsec² :

$$m_{\odot}^{M31} - m_{surface}^{M31} = -2,5 \cdot \log(N_{\text{étoiles}}^{surface})$$

d'où

$$N_{\star}^{surface} \simeq 4000. \quad (5.21)$$

Ce nombre d'étoiles étant donné par arcsec² (unité de surface), nous devons convertir cela pour un pixel de $0,3 \times 0,3$ arcsec² ce qui nous donne finalement :

$$N_{\star} \simeq 400.$$

Avec un nombre total de pixels $N_{pixels} \simeq 800 \times 700 \times 6$, où nous avons pris en compte les six champs d'observation, que nous observons la nuit (un tiers du temps) sur trois années, six mois par an, $t_{obs} \simeq 3 \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$ ans $\simeq 1,58 \times 10^8$ s, nous en déduisons que le nombre d'étoiles du type Soleil subissant un effet de microlentille gravitationnelle est

$$N_{obs} \simeq \Gamma \cdot N_{\star} \cdot N_{pixels} \cdot t_{obs} \simeq 2 \times 10^4. \quad (5.22)$$

Un calcul plus précis, fondé sur la fonction de luminosité et sur la simulation Monte-Carlo décrite plus loin, montre qu'il y a environ ~ 10 étoiles par pixel qui, si elles sont amplifiées par effet de microlentille, seront détectées par AGAPE.

A propos de l'amplification limite et de la densité de sources

Nous n'avons pas pris en compte les problèmes de seuil d'amplification nécessaires pour qu'une des N_{\star} étoiles subissant un effet de microlentille puisse avoir un rapport signal sur bruit suffisant afin que des différences de flux soient détectables au sein du pixel. Là aussi, il nous est possible de donner une estimation de cet effet. Je rappelle que nous avons la relation suivante pour le flux ϕ , cf. (2.14) :

$$\phi_{pixel}(t) = \phi_{fond}(t) + (A(t) - 1) \cdot \phi_{\star} \cdot f_s(t) \quad (5.23)$$

où sont formalisées les variations de luminosité dues aussi bien au phénomène de microlentille qu'aux variations des conditions atmosphériques, et en introduisant un rapport signal sur bruit minimum r_{min}

$$r_{min} = \left(\frac{S}{\sigma(\phi_p)} \right) \quad (5.24)$$

où

$$\sigma(\phi_p) = \sqrt{\phi_p}$$

^bLa magnitude de surface de M31 décroît de façon exponentielle, puisqu'on passe d'une magnitude de 15 au centre à 24 aux extrémités du disque.

grâce au fait que nous avons un processus poissonnien dans le comptage des photons reçus dans un pixel, avec

$$\phi_p = S + \phi_{fond}$$

le flux total dans le pixel contenant le fond et le signal

$$S = (A(t) - 1) \cdot \phi_{\star} \cdot f_s(t) \xrightarrow{\text{superpixel}} S = (A(t) - 1) \cdot \phi_{\star},$$

où f_s tient compte de la perte de flux due au *seeing* (cf. section D) mais nous considérerons un superpixel pour simplifier, nous sommes conduits à résoudre l'équation (5.24) en utilisant la relation (5.23) ce qui nous donne deux solutions pour l'amplification minimum dont une seulement a un sens physique :

$$A_{min}(t) = 1 + \frac{r_{min}^2 + r_{min} \cdot \sqrt{(r_{min}^2 + 4 \cdot \phi_{fond})}}{2 \cdot \phi_{\star}} \quad (5.25)$$

ce qui nous donne $A_{min}^{\odot} \simeq 238$ pour détecter le Soleil, cf. résultat (5.20), dans un superpixel à l'extrémité la plus éloignée du bulbe sur le champ A qui correspond à $m_{fond} = 19,5$ par arcsec² (cf. figure 3.5) et avec un rapport signal sur bruit $r_{min} = 3$.

En posant $\phi_{fond} = N_{\star} \cdot \phi_{\star}$, ce qui signifie que nous considérons que toutes les étoiles dans un pixel ont le même flux, nous obtenons :

$$A_{min}(t) = 1 + \frac{r_{min}^2 + r_{min} \cdot \sqrt{(r_{min}^2 + 4 \cdot N_{\star} \cdot \phi_{\star})}}{2 \cdot \phi_{\star}} \quad (5.26)$$

qui nous montre que l'amplification minimale croît comme la racine du nombre d'étoiles dans un pixel, $\sqrt{N_{\star}}$, ce qui nous permet de prévoir que Γ décroît comme ce même facteur, d'où, en utilisant (5.22),

$$N_{obs}^{lim} \propto \frac{N_{obs}}{\sqrt{N_{\star}}} \simeq 10^3. \quad (5.27)$$

Il faut par ailleurs garder à l'esprit que l'amplification a une limite supérieure donnée par « l'effet de taille finie » qui dit que les étoiles ne sont pas exactement des sources ponctuelles, et qu'ainsi l'amplification ne peut atteindre des valeurs trop grandes. En effet, on montre, cf. [Gould 1997], que si la taille angulaire de la source est θ_s , alors l'amplification maximale est donnée par $A < \text{Min}\left(\frac{1}{u}, 2\frac{\theta_E}{\theta_s}\right)$ ce qui pour nous donne

$$A < 80 \cdot \left(\frac{M_l}{0,5 M_{\odot}}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{d_{ls}}{\text{kpc}}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{r_s}{10 r_{\odot}}\right)^{-1} \quad (5.28)$$

où M_l est la masse de la lentille, r_s est la rayon de la source et D est la distance entre la source et la lentille.

Résultat pour l'estimation simplifiée Si nous ajoutons à cela les effets de *seeing* qui interviennent par le biais de la fonction f_s dans l'équation (5.26) et divers autres effets néfastes comme les trous temporels dans les séries d'observations effectuées^c, et qui vont agir comme facteur de proportionnalité dans (5.27) nous pouvons estimer un nombre d'événements dont l'échelle de grandeur est :

$$N_{obs}^{estimé} \simeq 10^2. \quad (5.29)$$

Les différentes approximations présentes dans le raisonnement proposé ici montrent combien il est important pour nous de disposer d'une véritable simulation qui puisse prendre en compte tous les paramètres qui interviennent dans l'estimation des taux de microlentille détectables par AGAPE. Une des hypothèses fortes qui nous a conduit jusqu'à (5.29) est que le type d'étoile dont l'amplification éventuelle nous est accessible est bien représenté par le Soleil ; c'est le fondement du résultat (5.21). C'est justement ce genre d'hypothèse que la simulation Monte-Carlo peut nous aider à juger.

5.2.2 La simulation Monte-Carlo

Nous avons procédé à une simulation Monte-Carlo des observations, en nous basant sur le travail effectué sur la caractérisation de la forme du signal. Nous avons pris en compte

- les algorithmes de sélection que nous avons développés ;
- les données techniques sur le télescope ;
- les caractéristiques des observations effectuées (échantillonnage des données, fond de ciel) ;

et ce afin de reproduire les conditions physiques et expérimentales. Je vais maintenant décrire de façon plus formelle notre simulation Monte-Carlo^d. Dans cette description, par souci de simplification, je ne considère qu'un seul halo, ce qui a pour conséquence que tous les MACHOs appartiennent à la même galaxie ; par ailleurs, je ne décrirai pas les événements source-source qui prennent en compte les effet de microlentille d'une étoile du bulbe sur une autre ; il est facile de généraliser la description pour prendre en compte ces deux éléments, et ils sont bien-entendu intégrés dans la simulation qui a été développée et utilisée.

Objectifs de la simulation

Le but premier est de faire une prédiction du nombre d'événements détectables, et je vais d'abord montrer comment calculer formellement cette quantité. Dans un deuxième temps, nous pouvons analyser les caractéristiques physiques des événements retenus. Un événement de microlentille gravitationnelle est défini par

- pour la lentille :
 - masse m ;

^cProblème d'échantillonnage qui, étant donné que les observations sont groupées en trois séquences de durées à peu près identiques espacées de deux trous observationnels de même durée, nous fait perdre en gros les 2/5 des événements, i.e. ceux s'étant produits dans les deux périodes sans observation.

^dJe me suis basé sur une note interne à la collaboration AGAPE rédigée par Paolo Gondolo et datée du 21 novembre 1997.

- position \vec{r} (en rappelant que je ne considère ici qu'un seul halo) ;
- vitesse \vec{v} ;
- pour la source :
 - position $\theta = (\theta_{\parallel}, \theta_{\perp})$ dans un système de coordonnées centré sur la lentille^e, avec θ_{\parallel} colinéaire et de même sens que \vec{v} et θ_{\perp} perpendiculaire à \vec{v} .
 - luminosité L .

La position d'une étoile dans le ciel est tirée de façon uniforme dans une région entourant la lentille. Cette région est assez grande pour prendre en compte tout ce qui est observable : elle porte le nom de « zone utile » :

$$\text{zone utile} \equiv \left\{ |\theta_{\perp}| < u_{\max} \cdot \theta_E, |\theta_{\parallel}| < \frac{3}{2} \cdot v_l \cdot T_{\text{obs}} \right\} \quad (5.30)$$

où T_{obs} est la durée totale d'observation, de telle sorte que $v_l \cdot T_{\text{obs}}$ soit la distance totale parcourue par la lentille durant toute l'observation, cf. figure 5.10, avec v_l comme vitesse transverse. En faisant l'hypothèse que toutes les sources sont à la même distance (grâce au fait que la distance entre nous et M31 est très grande devant les distances inter-sources qui sont toutes dans M31), une fois qu'une lentille est définie, nous pouvons en déduire toutes les caractéristiques de l'événement, en particulier l'angle d'Einstein θ_E donné dans (2.9).

Le poids d'un événement Avant de rentrer dans la formalisation, je voudrais introduire l'idée du poids d'un événement qui s'applique pour :

- la caractéristique couleur/luminosité de l'étoile ;
- la probabilité qu'une étoile soit présente dans la zone utile.

Nous verrons que le tirage aléatoire de la caractéristique couleur-luminosité de l'étoile se fait de façon uniforme, et nous appliquons par la suite un poids à l'événement ainsi généré, qui représente la probabilité observationnelle d'avoir effectivement ce type d'étoile. *Cela permet d'avoir un bruit statistique moindre*, car si nous faisons le tirage aléatoire directement selon la distribution décrite dans la figure 5.11, alors nous n'aurions directement que très peu d'événements sélectionnés car le tirage se ferait toujours dans les régions de faible luminosité, vers $M_I \sim 10$ sur la figure 5.11 (ce qui conduit à des événements trop faibles en général), et la plupart de nos tirages serait inutilisée. Par exemple, si nous effectuons 10^7 tirages de configuration lentille-source, nous avons environ 5×10^4 courbes sélectionnées, puis l'application du poids nous donne une sélection finale de quelques événements seulement.

Nous utilisons aussi un poids dans le tirage d'une étoile autour de la lentille dans la zone utile, qui cette fois caractérise la probabilité d'avoir une étoile dans la zone utile, ce qui se calcule simplement en utilisant la surface du disque et le nombre d'étoile par unité de surface.

^eNous avons choisi de définir la position de la source relativement à la position de la lentille, et cela est cohérent avec la notion de rayon d'Einstein relatif à chaque lentille, cf. (2.8).

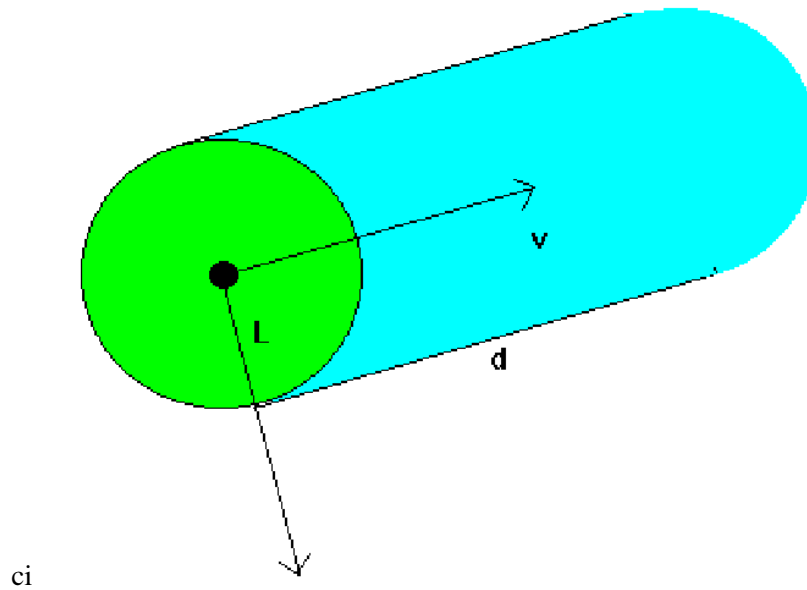


FIG. 5.10 – Nous voyons ici la représentation en bleu turquoise de la zone utile définie dans l'expression (5.30). Sont représentés les vecteurs vitesse \vec{v} et le vecteur perpendiculaire, qui, normalisés, deviennent $(\theta_{\parallel}, \theta_{\perp})$. En vert nous avons ma zone utile au début de la période d'observation, puis, en se déplaçant durant le temps T_{obs} , la lentille va parcourir une distance $v_l \cdot T_{obs} = d$. Par ailleurs, le rayon de la zone circulaire verte est $L = u_{max} \cdot \theta_E$ où u_{max} représente la valeur maximale permise au paramètre u défini dans (2.7) pour que l'amplification produite par la configuration géométrique de l'événement de microlentille gravitationnelle soit détectable dans les données.

Nombre d'événements détectés Soit g une fonction qui dépend de l'algorithme de sélection et qui est telle que appliquée à une configuration (lentille, source)

$$g(m, \vec{r}, \vec{v}, \theta, L) \begin{cases} > 0 \Rightarrow \text{événement détecté} \\ < 0 \Rightarrow \text{événement non détecté} \end{cases} \quad (5.31)$$

Par exemple, si nous définissons un événement par le critère fonctionnel $s(\text{courbe de lumière}) > 0$, où s est construite à partir de l'ensemble des étapes données dans le tableau^f 5.1, alors

$$g(m, \vec{r}, \vec{v}, \theta, L) \equiv s(\text{courbe de lumière}) \quad (5.32)$$

où il faut comprendre que s est une représentation possible de g qui va s'appliquer aux paramètres $(m, \vec{r}, \vec{v}, \theta, L)$ au travers de l'étude de la forme de la courbe de lumière.

Le nombre d'événements infinitésimal dN_e est donc qualitativement défini comme

$$dN_e(m, \vec{r}, \vec{v}, \theta, L) \equiv (\text{capacité de détection}) \times (\text{nbre MACHOs avec } m, \vec{r}, \vec{v}) \times (\text{nbre sources avec } \theta, L) \quad (5.33)$$

ce qui nous permet maintenant de définir le nombre d'événements détectés N_e comme

$$N_e = \int dN_e = I[s(\text{courbe de lumière})] \quad (5.34)$$

qui exprime le fait que le nombre d'événements total ne dépend finalement que des critères de sélection, l'intégration ayant été effectuée sur tout l'espace des paramètres (voir le paragraphe suivant pour une remarque supplémentaire sur la signification de cette expression), avec une intégrale multiple

$$I[g] = \int_{r,v,\theta,L} H[g(\vec{r}, \vec{v}, \theta, L)] \cdot f(\vec{r}, \vec{v}) d^3r d^3v \phi(L) dL d^2\theta \quad (5.35)$$

où H est la fonction de Heaviside, f est la densité de distribution des lentilles, ϕ est la fonction de luminosité surfacique stellaire dans un filtre donné^g, et où nous reconnaissons

$$\begin{aligned} \text{capacité de détection} &= g(\vec{r}, \vec{v}, \theta, L) \\ \text{nbre MACHOs avec } m, \vec{r}, \vec{v} &= f(\vec{r}, \vec{v}) d^3r d^3v \\ \text{nbre sources avec } \theta, L &= \phi(L) dL d^2\theta \end{aligned}$$

en relation avec l'expression (5.33). Il faut en outre noter que la masse m est fixe pour une simulation donnée, que ce soit pour le bulbe ou pour le halo, mais elle peut être choisie différente pour ces deux localisations ; la fixité de m explique pourquoi j'ai enlevé ce paramètre de l'expression (5.35). Par ailleurs, l'intégration sur \vec{r} se fait sur tout le champ d'étude (champs A, B, C, etc.), et θ se limite alors à la zone utile autour de \vec{r} définie dans (5.30).

^fIl faut faire attention au fait que la simulation Monte-Carlo ne simule que des véritables événements (sur lesquels nous appliquons nos critères de sélection) et ne simule pas les événements parasites comme les étoiles variables.

^gNous avons choisi un filtre particulier, et donc omis l'indice de filtre. Nous reviendrons bientôt sur la notion de filtre quand il s'agira de discrétiser l'intégrale sur la luminosité.

Remarque Dans (5.34) le nombre d'événements ne dépend plus que de s , i.e. les critères de sélection. En effet, pour une masse de lentille fixe et un ensemble de conditions d'observation donné (variations du *seeing*, échantillonnage, bruit), le nombre d'événements détectés ne dépend plus que des critères explicités dans le tableau (5.1), car tout le reste a été pris en compte, notamment par l'intégration sur tous l'espace des paramètres comme cela est explicité dans (5.35).

Méthode de Monte-Carlo

Afin de calculer l'intégrale donnée dans (5.35), nous utilisons une méthode classique de Monte-Carlo. Pour voir comment l'appliquer, nous pouvons réécrire I sous la forme

$$I(g) = N_{\bullet} \cdot \Omega_{\star} \cdot \int_{P,L} H[g(\vec{r}, \vec{v}, \theta, L)] dP(\vec{r}, \vec{v}, \theta) \phi(L) dL \quad (5.36)$$

où

$$dP(\vec{r}, \vec{v}, \theta) = \frac{f(\vec{r}, \vec{v}) d^3r d^3v}{N_{\bullet}} \cdot \frac{d^2\theta}{\Omega_{\star}} \quad (5.37)$$

est une densité de probabilité jointe qui satisfait donc $\int_P dP = 1$,

$$N_{\bullet} = \int f(\vec{r}, \vec{v}) d^3r d^3v \quad (5.38)$$

est le nombre de lentilles et

$$\Omega_{\star} = \int_{\text{zone utile}} d^2\theta, \quad (5.39)$$

la surface de ciel correspondant à la zone utile définie par (5.30).

L'expression (5.36) a l'avantage de mettre en exergue le fait que I est directement liée à la *moyenne sur* $(\vec{r}, \vec{v}, \theta)$ de $H \circ g$ donnée par

$$\int_P H[g(\vec{r}, \vec{v}, \theta, L)] dP(\vec{r}, \vec{v}, \theta) \quad (5.40)$$

et donc de rendre clair le lien avec la méthode de Monte-Carlo qui va ici consister à remplacer l'intégrale dans (5.40) par une somme de tirages aléatoires^h des valeurs de $H \circ g$: la position et la vitesse de la lentille, ainsi que la position de l'étoile dans le ciel, sont générées à partir de la distribution de probabilité jointe dP donnée dans (5.37), et ce par une méthode de transformation à partir d'une distribution uniforme, cf. [Press et al., page 288]. Mais nous n'avons discuté là que de l'intégration sur les paramètres $(\vec{r}, \vec{v}, \theta)$, et il nous reste à expliquer comment nous traitons l'intégrale sur la luminosité dans (5.36).

^hPour une explication concise de la méthode de Monte-Carlo, cf. [Pelat, page 102]. L'idée à retenir est que la moyenne d'une variable aléatoire X peut s'exprimer par une intégrale sur la densité de probabilité ou de façon équivalente par une somme normalisée de tirages aléatoires de X , à condition qu'on puisse appliquer la *loi forte des grands nombres*.

Choix des caractéristiques de l'étoile cible En ce qui concerne la luminosité stellaire et la couleur, nous procédons tout d'abord à une discrétisation : la luminosité de l'étoile est choisie de la façon suivante. Le plan couleur/luminosité (L, c) est divisé en N_{\square} cellules que l'on repère par $C_{ij} = (L_i \rightarrow L_i + \Delta L_i, c_j \rightarrow c_j + \Delta c_j)$. Une distribution couleur/luminosité est ensuite attribuée en fournissant la fraction d'étoiles f_{ij} dans chaque cellule C_{ij} . Cette fraction d'étoiles est obtenue à partir de n'importe-quelle fonction tabulée de couleur/luminosité ϕ_{ij} grâce à un facteur de normalisation,

$$f_{ij} = \frac{\phi_{ij}}{\sum_{i,j} \phi_{ij}}. \quad (5.41)$$

Maintenant, il nous faut introduire la notion de filtre dans le processus de discrétisation.

Formellement, il est possible d'intégrer sur la couleur une fois que la bande filtre a été spécifiée. Dans le cas du filtre R, par exemple, ce dernier est spécifié par un ensemble de coefficients b_j où j est l'indice de couleur, chacun étant associé à une cellule C_{ij} . En intégrant sur la couleur, nous définissons

$$f_i = \sum_j b_j \cdot f_{ij} \quad (5.42)$$

comme la fraction d'étoiles visibles dans la cellule $C_i = \cup_j (C_{ij})$ qui correspond à un intervalle de luminosité d'indice i en filtre R, avec

$$\sum_i f_i = 1. \quad (5.43)$$

f_i va jouer le rôle, c'est maintenant ce que nous allons voir, d'une densité de probabilité.

En terme de la fonction de luminosité continue ϕ , qui permet d'obtenir le nombre d'étoiles par unité de surface de ciel ayant une luminosité entre L et $L + dL$ dans un filtre donné arbitraire, i.e. $\phi(L) dL$, nous obtenons

$$\frac{N_{\star}}{\Omega_{\star}} \cdot f_i = \int_{C_i} \phi(L) dL \quad (5.44)$$

où nous avons introduit un facteur de normalisationⁱ

$$N_{\star} = \frac{\Omega_{\star} \cdot J_{gal}}{\langle L \rangle} \quad (5.45)$$

où Ω_{\star} est donnée par (5.39), J_{gal} est la luminosité de surface de la galaxie en direction de la lentille, et $\langle L \rangle$ est la moyenne de luminosité stellaire

$$\langle L \rangle = \sum_{i,j} L_{ij} \cdot f_{ij} \quad (5.46)$$

ⁱ f_i est en fait le premier poids dont j'avais parlé au début de cette présentation, et $\frac{N_{\star}}{\Omega_{\star}}$ est le second poids, i.e. le poids de la probabilité d'avoir une étoile dans la zone utile. Ce sont les deux poids fondamentaux qui permettent de s'affranchir du besoin de tirer directement selon une certaine distribution.

où L_{ij} est la luminosité de la cellule C_{ij} et ne dépend donc en valeur que de l'indice i .

Avec (5.44), nous pouvons écrire l'approximation

$$\int_L H[g(\vec{r}, \vec{v}, \theta, L)] \phi(L) dL \rightarrow \frac{N_\star}{\Omega_\star} \cdot \sum_i H[g(\vec{r}, \vec{v}, \theta, L)] f_i \quad (5.47)$$

où nous reconnaissons dans la somme du terme de droite la *moyenne discrétisée sur L de $H \circ g$* , avec f_i comme densité de probabilité discrète. Afin de mettre en évidence le filtre nous utilisons (5.42) pour réécrire (5.47) sous la forme générale

$$\int_L H[g(\vec{r}, \vec{v}, \theta, L)] \phi(L) dL \rightarrow \frac{N_\star}{\Omega_\star} \cdot \sum_{i,j} H[g(\vec{r}, \vec{v}, \theta, L_{ij})] b_j \cdot f_{ij} \quad (5.48)$$

La méthode Monte-Carlo consistera ici à effectuer la somme en :

- sommant sur des tirages aléatoires de i et j (ce qui revient à tirer aléatoirement une cellule C_{ij}) avec distribution uniforme sur i et j ;
- à normaliser le résultat en le multipliant par le nombre de cellules N_\square (qui est aussi le nombre de choix possibles parmi lesquels on tire aléatoirement une cellule), et en divisant ensuite par le nombre de paires (i, j) générées.

Nous décrivons donc l'application de la méthode Monte-Carlo ici par

$$\sum_{i,j} H[g(\vec{r}, \vec{v}, \theta, L_{ij})] b_j \cdot f_{ij} = N_\square \cdot \sum_{i,j} H[g(\vec{r}, \vec{v}, \theta, L_{ij})] p_{ij} \cdot b_j \cdot f_{ij} \quad (5.49)$$

avec la probabilité d'apparition de n'importe-quelle paire (i, j) définie par $p_{ij} = 1/N_\square$ afin d'avoir une distribution uniforme sur les cellules C_{ij} . ces différentes étapes nous ont permis d'arriver à une nouvelles expression de I .

Expression pratique de I Avec (5.46) et (5.40) nous avons mis en évidence une moyenne sur $(\vec{r}, \vec{v}, \theta, L)$ de $H \circ g$ dans le calcul de 5.35. Cette moyenne justifie clairement l'usage d'une méthode Monte-Carlo. Nous pouvons maintenant réécrire I en combinant (5.36), (5.49) et (5.48) sous la forme

$$I[g] = N_\star \cdot N_\star \cdot N_\square \cdot F[g] \quad (5.50)$$

avec

$$F[g] \equiv \int_P \sum_{i,j} H[g(\vec{r}, \vec{v}, \theta, L_{ij})] p_{ij} \cdot b_j \cdot f_{ij} dP(\vec{r}, \vec{v}, \theta) \quad (5.51)$$

Nous savons maintenant que $F[g]$ est en réalité une *moyenne de $H \circ g$ sur les paramètres $(\vec{r}, \vec{v}, \theta, L)$ avec la densité de probabilité jointe $p_{ij} \cdot b_j \cdot f_{ij} dP(\vec{r}, \vec{v}, \theta)$* . La méthode Monte-Carlo consiste à remplacer cette moyenne par la moyenne M du Monte-Carlo

$$\begin{aligned} M[g] &\equiv \langle m_{ij}[g] \rangle \\ \langle m_{ij}[g] \rangle &\equiv \frac{1}{N_{\text{tot}}} \cdot \sum_{\text{évt MC}} m_{ij}[g] \\ m_{ij}[g] &\equiv H[g] \cdot b_j \cdot f_{ij} \end{aligned} \quad (5.52)$$

où N_{tot} est le nombre total d'événements Monte-Carlo générés, et où $\langle . \rangle$ est un opérateur de moyenne Monte-Carlo. Nous avons ainsi construit un estimateur de I donné par sa moyenne approximative S , elle-même donnée par

$$I[g] \simeq S[g] \equiv N_{\bullet} \cdot N_{\star} \cdot N_{\square} \cdot M[g]. \quad (5.53)$$

Il s'agit maintenant de calculer l'erreur sur cet estimation.

Estimation de l'erreur sur le nombre d'événements prévu

Pour résumer, nous pouvons considérer I comme une variable aléatoire, avec une estimation de sa moyenne donnée par S qui est, à un facteur près, la moyenne M sur des tirages aléatoires Monte-Carlo d'une quantité m_{ij} , cf. (5.53).

La variable aléatoire I a donc une moyenne S et de façon classique une variance associée, cf. (5.52) et (5.53),

$$\Delta I[g] \equiv \sqrt{\langle I^2 \rangle - \langle I \rangle^2} = N_{\bullet} \cdot N_{\star} \cdot N_{\square} \cdot \sqrt{\frac{\langle m_{ij}^2[g] \rangle - \langle m_{ij}[g] \rangle^2}{N_{tot}}}. \quad (5.54)$$

En pratique, la simulation Monte-Carlo calcule la moyenne M et son incertitude en utilisant le poids

$$w_{\star\square} \equiv N_{\star} \cdot N_{\square} \cdot b_j \cdot f_{ij} \quad (5.55)$$

qui représente la probabilité de cet événement par rapport à tous les autres événements. Toutes les sélections étant faites au hasard avec des distributions uniformes, c'est le poids $w_{\star\square}$ qui permet de passer des distribution uniformes aux distributions réelles, sauf pour la position qui nécessite N_{\bullet} , cf. (5.37).

En combinant (5.53), (5.52) et (5.55), nous obtenons alors

$$S[g] = \frac{N_{\bullet}}{N_{tot}} \cdot \sum_{\text{évts MC}} w_{\star\square} \cdot H(g) \quad (5.56)$$

ainsi que l'erreur sur cette estimation

$$\Delta S[g] = \frac{N_{\bullet}}{N_{tot}} \cdot \sqrt{\sum_{\text{évts MC}} w_{\star\square}^2 \cdot H(g)}. \quad (5.57)$$

où on a négligé $\langle m_{ij}[g] \rangle^2$ devant $\langle m_{ij}^2[g] \rangle$, ce qui est justifié car $m_{ij} \ll 1$ et $m_{ij} \in [0, 1]$ car c'est une variable dont les variations sont normalisées de par l'usage de densité de probabilité normalisées, cf. (5.52) avec (5.43) et (5.37).

Processus opératoire

La simulation procède de la façon suivante :

1. la lentille, de masse prédéfinie, est choisie soit dans la Voie Lactée soit dans la galaxie M31 ;
2. une étoile de M31 est choisie à proximité de la ligne de visée, dans la zone utile, cf. (5.10) ;
 - (a) la position et la vitesse de la lentille, ainsi que la position de l'étoile dans le ciel, sont générées à partir de la distribution de probabilité jointe dP donnée dans (5.37) ;
 - (b) le plan couleur/luminosité est divisé en cellules élémentaires C_{ij} et on effectue un tirage aléatoire uniforme de la couleur/luminosité parmi ces cellules, puis on affecte un poids qui traduit la probabilité de la cellule et qui prend en compte le filtre ;
3. construction d'une courbe de lumière ;
4. application de la sélection à la courbe de lumière, i.e. la fonction g ;
5. si $g > 0$, l'événement est retenu.

De cette façon, nous pouvons calculer (5.56), (5.57) avec (5.52).

5.2.3 Paramètres de la simulation Monte-Carlo

Nous allons d'abord passer en revue les différents paramètres physiques qu'il convient de prendre en compte dans les simulations. L'équation (5.23) nous permet de mettre en exergue quatre composantes principales pour lesquelles il est nécessaire de modéliser les variations :

1. l'amplification A qui dépend de la masse de la lentille et de sa distance orthogonale à la ligne de visée, ce qui nécessite la connaissance de la distribution de masse et d'espace des MACHOS, cette dernière étant fournie par le *modèle de halo* ;
2. la luminosité de la source avec la *fonction de luminosité* ;
3. le *fond de ciel* ϕ_{fond} qui varie dans le temps à cause de la Lune et de l'absorption, cette dernière étant reliée aux conditions atmosphériques ;
4. le *seeing*, au travers de la fonction de *seeing* f_s , qui est aussi dépendant des conditions atmosphériques, mais dont le champ d'action spatial se situe à une échelle bien plus petite qu'en ce qui concerne l'absorption (cf. section E.2.1).

Pour le point 1, nous avons considéré que les lentilles pouvaient appartenir :

- au halo de la Voie Lactée, qui a été modélisé de façon standard, i.e. une sphère isotherme sans singularité (coeur) avec un profil de densité

$$\rho(r) = \rho_s \frac{r_s^2 + a^2}{r^2 + a^2} \quad (5.58)$$

où ρ_s est la densité du halo au voisinage du Soleil, à une distance r_s du centre galactique, et a est la rayon du bulbe galactique ; les valeurs sont standard, et donnent une vitesse de rotation de $v_r = 220 \text{ km s}^{-1}$ à la distance du Soleil :

r_s	ρ_s	a
8,5 kpc	$0,1 \text{ M}_\odot \cdot \text{pc}^{-3}$	5 kpc

Par ailleurs, la dispersion des vitesses transverses σ_v est prise comme égale à la vitesse de rotation $\sigma_v = v_r$;

- au halo de M31 est semblable à celui de la Voie Lactée, excepté pour la présence d'un facteur d'échelle qui permet de spécifier que la masse de M31 est à peu près deux fois celle de la Voie Lactée ;
- au bulbe de M31 a un profil issu du profil de luminosité donné dans [Kent 1989] ; la masse totale est extrapolée à partir de la masse totale de notre propre bulbe à l'intérieur de 4 kpc, soit $2 \times 10^{10} M_\odot$, avec un facteur d'échelle identique à celui utilisé pour le halo. Ce même facteur d'échelle est utilisé pour extrapoler la dispersion des vitesses des lentilles à partir de celle observée dans le bulbe de la Voie Lactée, $\sim 110 \text{ km s}^{-1}$, cf. [Kent 1992].

Pour la masse des lentilles, comme rien n'est vraiment certain au sujet de leur distribution de masse, cf. [Oppenheimer et al.] et [Peale], nous avons fixé la masse comme étant approximativement égale à une masse moyenne. Dans ce cas, le nombre aussi bien que la durée des événements attendus dépend fortement de cette masse moyenne. En ce qui concerne le bulbe, la distribution de masse est mal connue, et nous avons essayé différentes masses moyennes entre 0, $1 \times M_\odot$ et $0,6 \times M_\odot$.

Pour le point 2, les sources peuvent appartenir

- au disque de M31, avec un profil de luminosité issu de [Kent 1989]. La fonction de luminosité que nous avons utilisée a été construite à partir des données des études menées au voisinage du Soleil ;
- au bulbe de M31, qui est construit à partir des données sur le bulbe de la Voie Lactée, en prenant en compte le facteur d'échelle dont il a déjà été question. Son profil de luminosité tri-dimensionnel est basé sur celui de [Kent 1989]. Pour la fonction de luminosité, nous suivons la méthode décrite dans [Han et al. 1998], en prenant la relation couleur/luminosité de [Holtzman et al.] à l'extrémité lumineuse, combinée à la fonction de luminosité de [Gould et al.], ce qui donne la courbe donnée figure 5.11.

Pour le 3, nous avons tout d'abord considéré que la magnitude de surface du ciel sans Lune était $M_V = 22$, puis nous avons pris en compte les cycles de la Lune qui peuvent faire descendre la magnitude jusqu'à $M_V = 17$ pour la pleine Lune.

Pour le 4, nous avons simplement considéré les variations induites par la perte du signal supposé de type gaussien dans un pixel, exactement comme cela est fait dans la section D, avec la fonction d'erreur.

5.2.4 Prédiction pour AGAPE

Comme la simulation Monte-Carlo suppose une masse fixée pour les lentilles du halo et du bulbe, j'ai lancé la simulation avec quatre couples de valeurs :

1. $m_{\text{lentille}}^{\text{bulbe}} = 0,3 \times m_\odot$ et $m_{\text{lentille}}^{\text{halo}} = 0,1 \times m_\odot$;
2. $m_{\text{lentille}}^{\text{bulbe}} = 0,3 \times m_\odot$ et $m_{\text{lentille}}^{\text{halo}} = 0,4 \times m_\odot$;
3. $m_{\text{lentille}}^{\text{bulbe}} = 0,6 \times m_\odot$ et $m_{\text{lentille}}^{\text{halo}} = 0,1 \times m_\odot$;
4. $m_{\text{lentille}}^{\text{bulbe}} = 0,6 \times m_\odot$ et $m_{\text{lentille}}^{\text{halo}} = 0,4 \times m_\odot$;

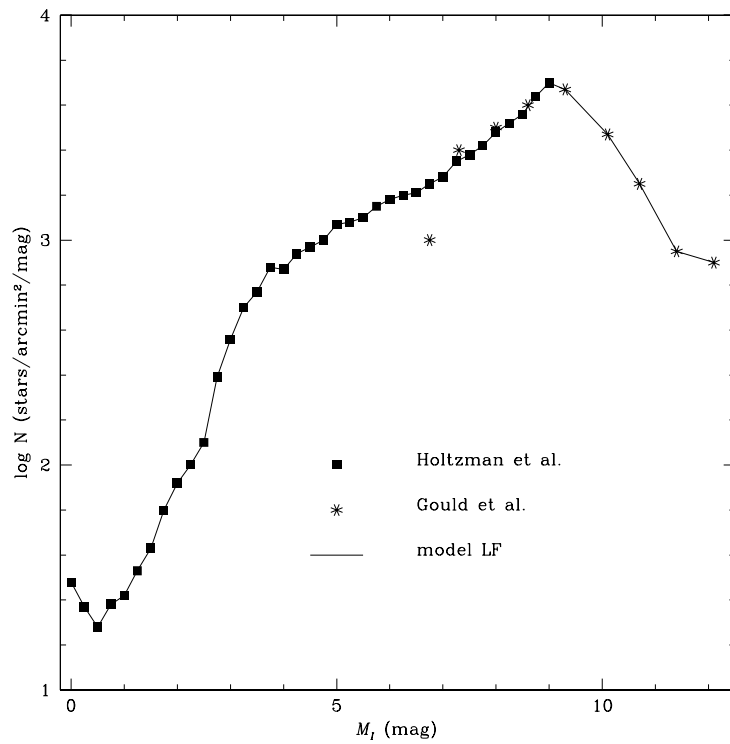


FIG. 5.11 – Le modèle de fonction de luminosité utilisé pour la simulation Monte-Carlo, jusqu'à $M_I \simeq 9$, pris dans [Han et al. 1998], est construit à partir de [Holtzman et al.] et de [Gould et al.].

qui ont été choisis en considérant les résultats connus des observations de MACHO et d'EROS qui en gros contraignent les masses des lentilles entre 0, 1 et $0,6 \times m_{\odot}$, avec des masses plus importantes pour le bulbe.

Les résultats de ces simulations en ce qui concerne les paramètres les plus pertinents pour les événements détectés, à savoir :

- les magnitudes des étoiles source (figure 5.12) ;
- l'amplification au maximum de l'événement simulé (figure 5.13) ;
- les magnitudes des étoiles source au maximum d'amplification (figure 5.14) ;
- les dates du maximum (figure 5.15) ;
- la distance des lentilles, i.e. notre halo ou celui de M31 (figure 5.16) ;
- le $t_{1/2}$, cf. page 143 (figure 5.17) ;
- nombre d'écarts standards de l'amplification au maximum par rapport au fond de la courbe de lumière, (figure 5.18) ;

ne dépendent pas du choix effectué sur les masses des lentilles du halo et du bulbe (choix énumérés plus haut). Ces paramètres sont donc très stables, et sont donc pertinents pour comparer avec ce que nous avons effectivement observé.

Il apparaît déjà que les étoiles source ne sont pas semblables au Soleil : la magnitude typique se situe aux alentours de $m_{\star}^{MC} = 22$ comme nous le voyons dans la figure^j 5.12.

Nous voyons aussi qu'il existe un seuil de détection pour la magnitude au maximum, situé aux alentours de $m_{lim} \simeq 21,5$ comme le montre la figure 5.14. Par ailleurs, il apparaît que l'estimation de la magnitude limite détectable, donnée dans (3.22), se trouve confirmée ici puisque nous pouvons détecter au maximum des objets de magnitude $m_{max} \simeq 22,5$.

Nous voyons bien dans la figure 5.15 que l'échantillonnage temporel des données joue un rôle très important, et que nous sommes particulièrement sensibles aux événements qui se produisent aux alentours de $t = 350$ jours, là où nous avons le plus de données. La distance des MACHOs de la figure 5.16 montre qu'il y a une dissymétrie entre le nombre de MACHOs détectés dans notre galaxie et dans M31. En fait, cela s'explique par le fait que dans le cas de M31, nous avons pris en compte les événements d'amplification étoile sur étoile du bulbe, alors que ce type d'événement est impossible de notre côté. L'échantillonnage ne nous permet pas de détecter des événements longs, cf. figure 5.17. De même, nous ne pouvons pas détecter des événements très courts de l'ordre de 5 jours et moins, encore surtout pour des questions d'échantillonnage. Il apparaît plus généralement que nous sommes limités dès que $t_{1/2} < 10$ jours. Nous voyons dans la figure 5.18 l'écart en nombre d'écarts standard entre le flux au maximum d'amplification et le flux du fond, cf. (5.1) pour la définition de ce dernier. Cette figure en fait représente la force de l'amplification par rapport au fond. Nous voyons qu'il existe un nombre non négligeable de fortes amplifications très significatives, et que notre limite à trois écarts standard ne déforme pas la distribution.

^jLa magnitude R du Soleil à la distance de M31 est $m_{\odot} = 29$, cf. (5.20), donc cela démontre que l'estimation (5.21) sur-estime le nombre d'étoiles qui nous sont accessibles.

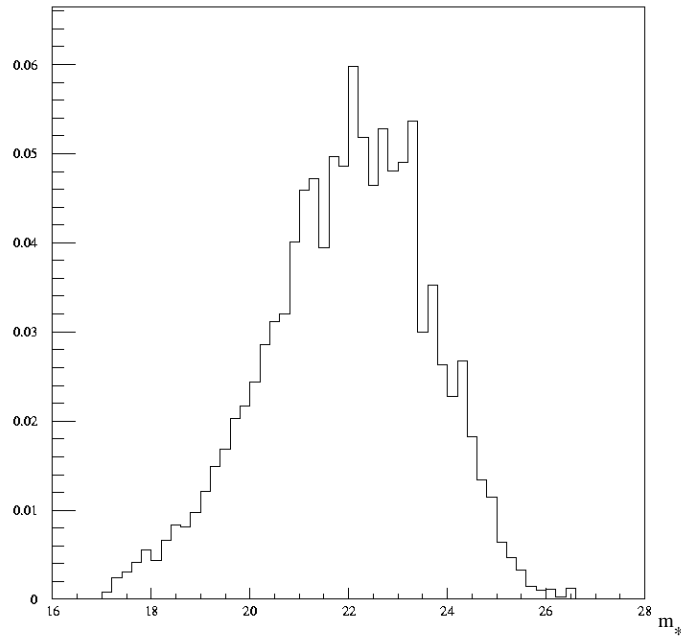


FIG. 5.12 – Résultat de la simulation Monte-Carlo pour la magnitude des étoiles source des événements détectés, obtenue avec des masses de lentille dans le bulbe et dans le halo de M31 de $m_{\text{lentille}}^{\text{bulbe}} = 0,6 \times m_{\odot}$ et $m_{\text{lentille}}^{\text{halo}} = 0,3 \times m_{\odot}$ respectivement, et un module de distance pour M31 de 24,3 (cf. tableau 3.1).

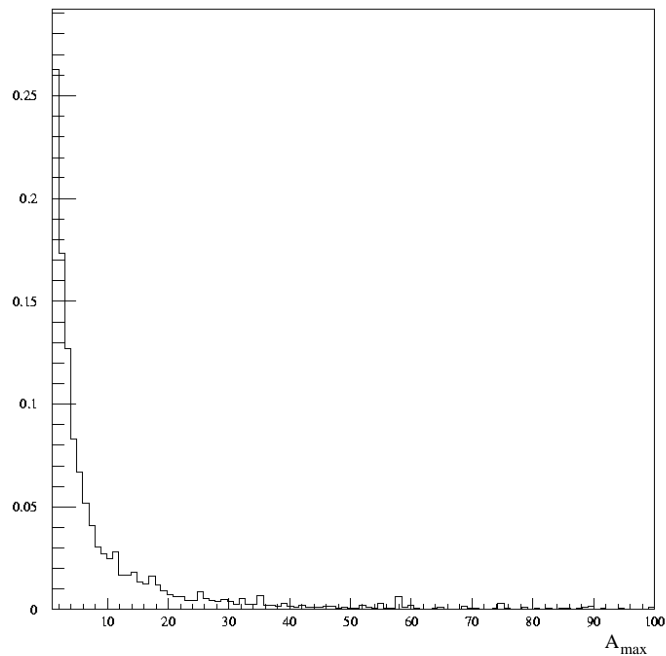


FIG. 5.13 – Distribution de l'amplification au maximum de l'événement détecté par la simulation Monte-Carlo.

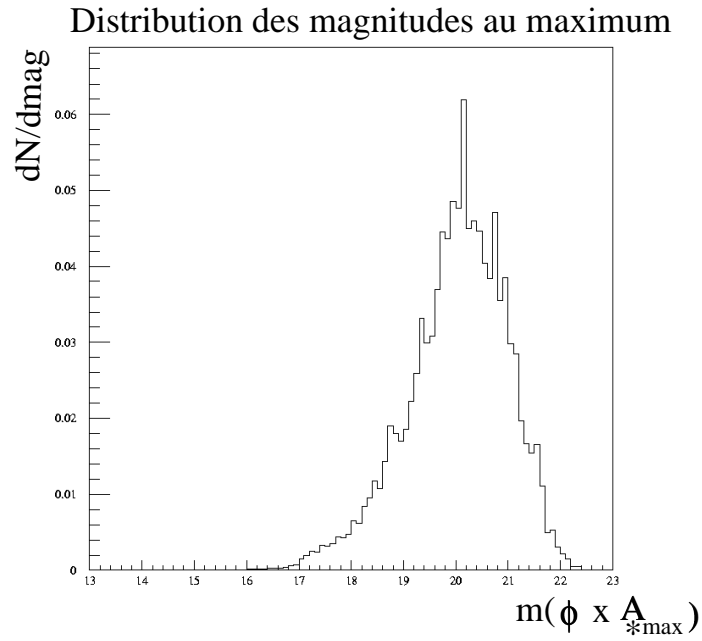


FIG. 5.14 – Distribution de la magnitude apparente au maximum d’amplification des étoiles sources dans la simulation Monte-Carlo.

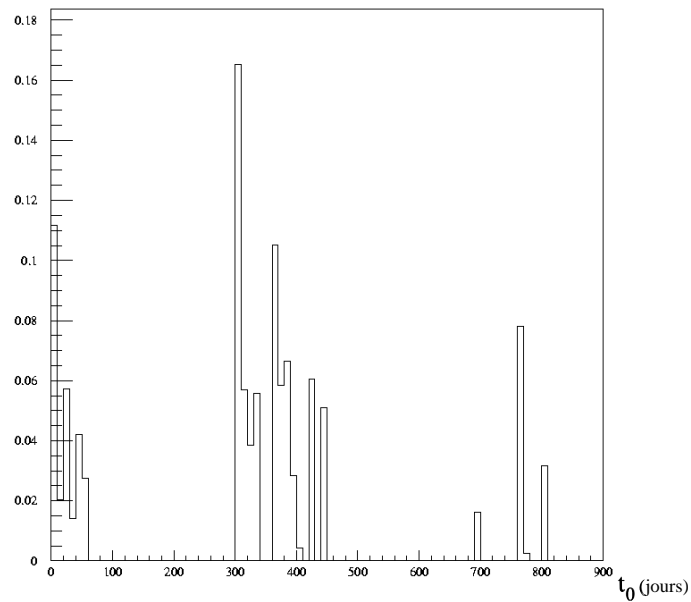


FIG. 5.15 – Distribution des instants du maximum d’amplification des événements de microlentilles détectés dans la simulation Monte-Carlo durant les trois années d’observation.

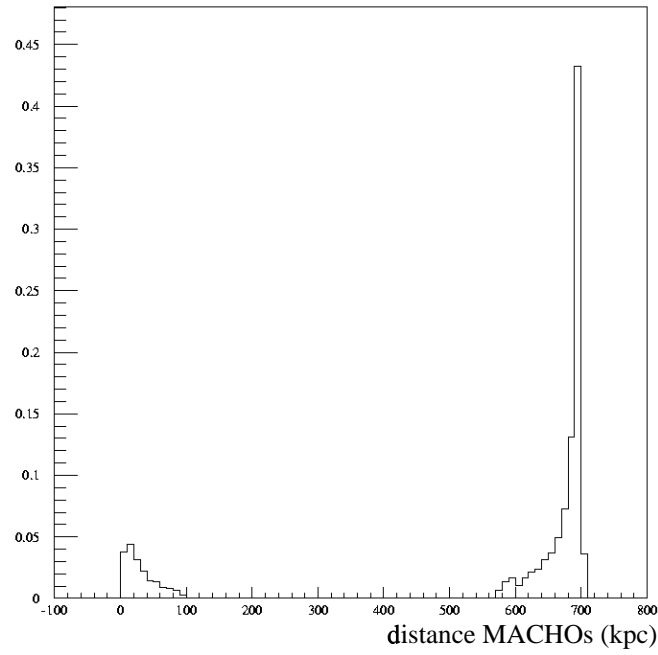


FIG. 5.16 – Distance des MACHOs dans la simulation Monte-Carlo pour les événements détectés. Nous voyons que la plupart se trouvent dans le halo de la galaxie d'Andromède.

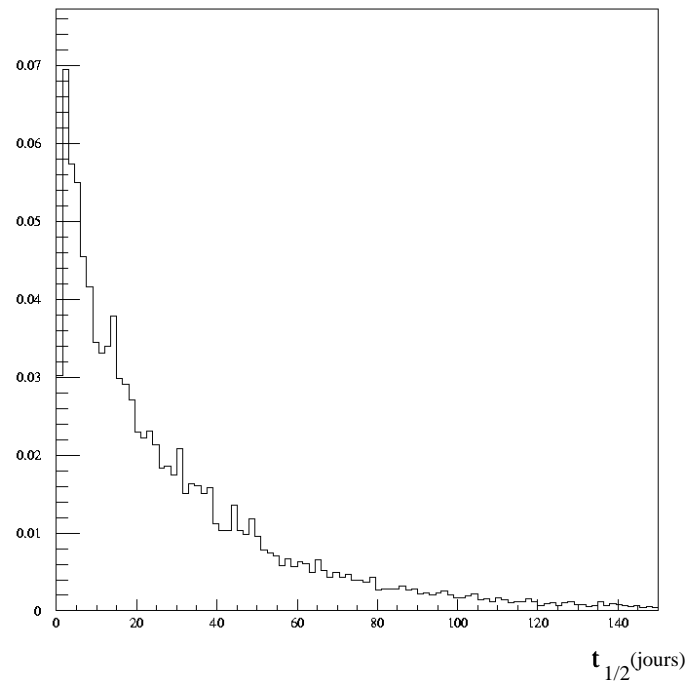


FIG. 5.17 – Distribution des $t_{1/2}$ des événements détectés dans la simulation Monte-Carlo.

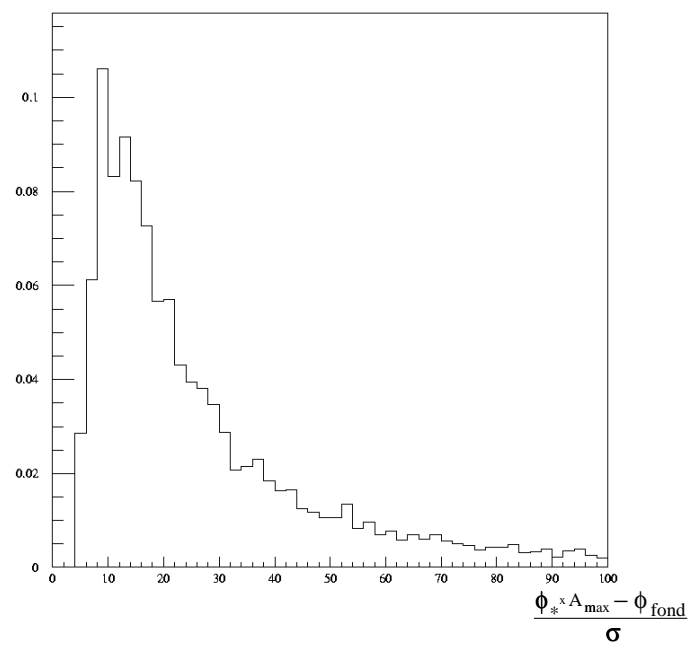


FIG. 5.18 – Dans le cadre de la simulation Monte-Carlo, nous voyons ici l'écart en nombre d'écart standard entre le flux au maximum d'amplification et le flux du fond.

Chapitre 6

Résultats de l'analyse

Dans le chapitre précédent, nous avons décrit le processus de sélection des courbes de lumière compatibles avec un événement de microlentille gravitationnelle, cf. tableau 5.1. Cette analyse s'appuyait sur une simulation Monte-Carlo qui nous a donné les distributions attendues des différents paramètres physiques. Je vais maintenant décrire les résultats de cette sélection sur les observations 1994-1996 effectuées sur le télescope TBL de 2m au Pic du Midi. Dans un deuxième temps, j'utiliserai les données acquises en 1998-1999 au télescope MDM de 1,3m à Kitt Peak (Arizona) afin de vérifier le comportement à long terme des candidats retenus.

6.1 Candidats après sélection automatique

La symétrie temporelle par rapport à l'instant du maximum d'amplification, la non répétition et l'achromaticité sont les caractéristiques d'un événement de microlentille gravitationnelle qui nous permettent de les distinguer d'amplifications lumineuses causées par des phénomènes de nature très différente, telles que les très communes étoiles variables pulsantes. A ce titre, nous savons que la méthode des pixels permet la détection de courbes de lumière de type périodique, dues à des objets de type Mira (longue période) ou Céphéide (période plus courte de l'ordre de quelques jours à quelques dizaines de jours). Nous avons déjà obtenu un catalogue astrométrique et photométrique de 1600 variables périodiques, qui sera l'objet d'une prochaine publication [Ansari et al. 2000 (1)]. Nous avons pu distinguer les variables de type Mira et de type Céphéide. L'intérêt de notre étude est que c'est la première fois que des étoiles variables sont cataloguées dans le bulbe de M31, où des études classiques basées sur le caractère résolu des étoiles n'étaient pas applicables. Nous sommes donc en mesure d'évaluer le fond en étoiles variables.

Dans ce cadre, l'extinction du disque de M31 joue un rôle important. En effet, nous savons que le disque induit une extinction qui réduit la luminosité reçue depuis les étoiles du bulbe situées derrière le disque, avec selon [Han 1996] $A_V = 0,24$ uniforme. Cela pourrait d'ailleurs expliquer, cf. [Hatano et al.], la répartition spatiale des étoiles variables dans AGAPE qui montre notamment que sur le champ B, situé sur la partie proche de M31, le nombre est plus faible, cf. figure 6.2. En effet, la ligne de visée vers le côté proche de M31 (cf. figure 3.12) traverse une plus grande épaisseur de disque que celle vers le côté éloigné, cf. figure 6.1, à savoir que la ligne de visée L2

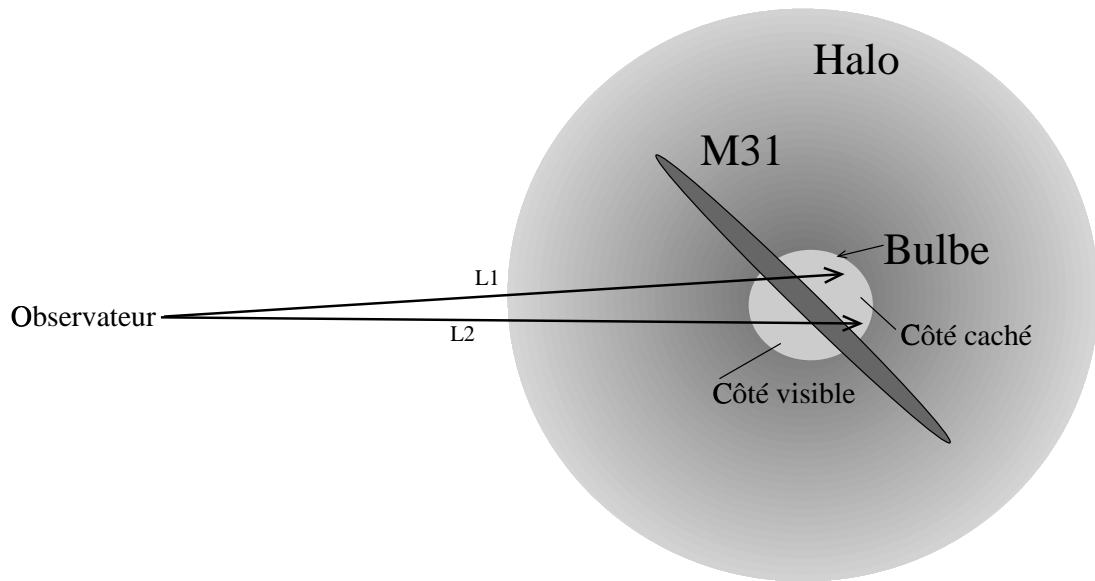


FIG. 6.1 – La ligne de visée vers le côté proche de M31 voit moins d'étoiles, et donc moins de variables, que celle qui pointe vers le côté éloigné.

vers le côté éloigné voit plus d'étoiles que celle vers le côté proche L1, et ce à cause de la présence du disque^a. Ainsi, il est difficile sur le bulbe de trouver une signature spatiale pour différencier les effets de microlentille de ceux des étoiles variables pulsantes, et ces dernières vont constituer un fond pour notre sélection.

6.1.1 Les candidats

Je donne dans les tableaux 6.7 à 6.12 les résultats de l'application des critères de sélection sur les champs A à F. J'utiliserai la numérotation romaine *I* à *VII* pour me référer aux critères de sélection. En ce qui concerne le test de la qualité de l'échantillonnage, il s'agit d'un test visuel qui consiste à demander la présence de données d'observation à la fois sur la partie croissante et décroissante de la bosse principale, cf. figure 6.3. Lors de l'application de ces critères sur les champs A à F, nous voyons que les champs E et F ont un comportement différent à cause de leur moins bon échantillonnage : le nombre de courbes de lumière qui reste après l'étape *IV* est plus important, 34 pour les seuls champs E et F contre 29 pour l'ensemble des champs A à D (tous les champs ont une égale surface de ciel). Cela indique que les critères statistiques de rejet ont du mal à rejeter les courbes de lumière sur ces champs E et F (échantillonnage moins bon). Par ailleurs, l'application du critère *V* relatif à la qualité de l'échantillonnage (de l'unique bosse sur la courbe de lumière) et le critère *VI* de qualité du centrage, nous donnent à la fin un total de 9 candidats (avant « test MDM »^b) pour les champs E et F contre 4 pour les champs A à D. Cela nous conduit à considérer

^aCet effet est important pour le bulbe, mais inexistant pour le disque, ce qui explique que le gradient du nombre d'événements attendu ne pourra en fait bien s'observer qu'en comparant les candidats en direction de la partie proche et lointaine *du disque*.

^bCe test, décrit plus loin, est le critère *VII* dans les critères de sélection, cf. le tableau 6.1.

Répartition spatiale des étoiles variables

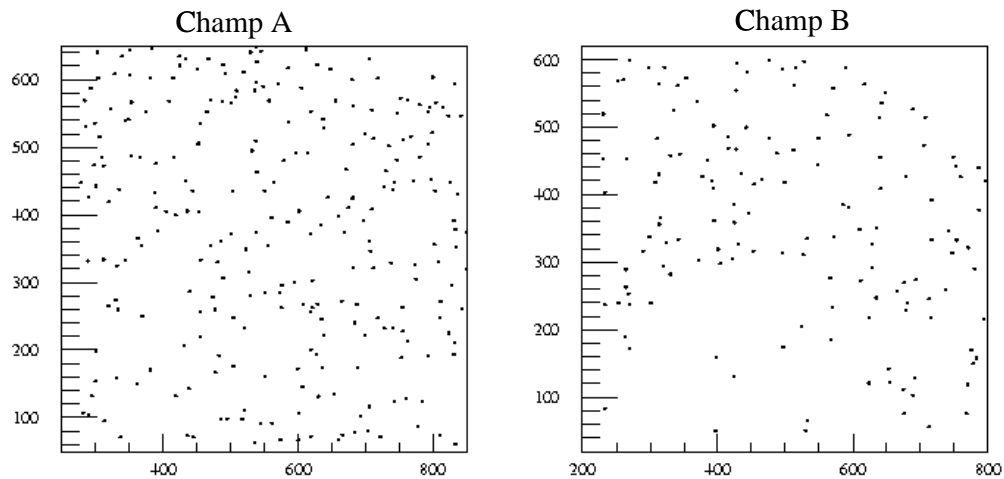


FIG. 6.2 – La répartition spatiale des étoiles variables pulsantes détectées par AGAPE sur les champs A et B, respectivement situés sur la partie lointaine et proche de M31. Illustre l’effet d’extinction du disque (qui traverse le bulbe) sur la détection de ces objets.

Description des critères
<i>I. Recherche de bosses statistiquement significatives</i>
<i>II. Localisation des pixels les plus intéressants</i>
<i>III. Ajustement de Paczyński et test de compatibilité</i>
<i>IV. Informations issues du Monte-Carlo</i>
<i>V. Qualité d’échantillonnage</i>
<i>VI. Optimisation du centrage</i>
<i>VII. Suivi sur données MDM</i>

TAB. 6.1 – Résumé des critères de sélection (cf. tableau détaillé 5.1). Le test MDM consiste à voir s’il existe des variations sur les courbes de lumière poursuivies sur des données récentes du télescope MDM.

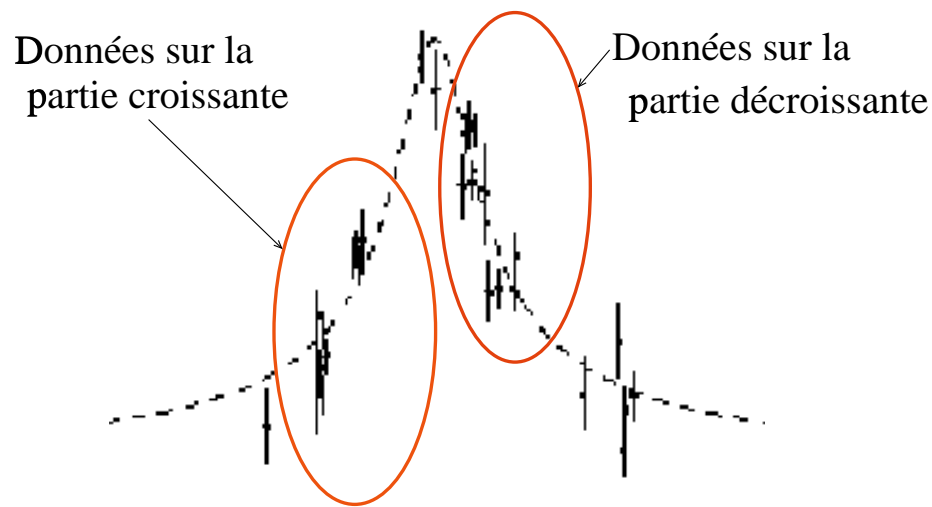


FIG. 6.3 – Test V visuel de la qualité d'échantillonnage de la bosse d'amplification.

séparément les champs A à D et E à F. Les figures 6.4 et 6.5 montrent les courbes de lumière des candidats en filtre R respectivement pour les champs A à D et E à F, avec les valeurs des paramètres ajustés.

Le dernier critère que nous appliquons, le test MDM, consiste à vérifier s'il existe des variations de flux significatives dans les données acquises sur le télescope MDM en Arizona à Kitt Peak en 1998^c. Nous n'avons pas encore fini de réduire toutes les données, et nous ne pouvons pour l'instant faire cette analyse que sur les champs A, D et F. La figure 6.6 nous montre les courbes de lumière des trois candidats du champ F sur les données MDM, et c'est un bon exemple du type de variation que nous rejetons avec ce test^d. Nous voyons qu'il y a des variations de flux importantes, et cela indique que nos candidats du champ F correspondent en réalité à des étoiles variables pulsantes, ce qui permet de les rejeter. Aussi, les courbes sont données dans les filtres R et I, les deux utilisés sur MDM, et nous remarquons que les variations sont plus marquées sur les données en I. Cela s'explique par le fait que les étoiles variables se voient mieux dans ce filtre.

6.1.2 Événement AGAPE Z1

Dans la section 3.2 je décris le protocole expérimental qui nous a conduit à diviser l'étude de M31 en 6 champs, cf. figure 3.16, avec en plus un champ central appelé « Z » utilisé comme référence pour le pointage, et sur lequel les poses ne duraient que 3 min à cause du risque de saturation

^cVoir fin de ce chapitre pour plus de détails sur la poursuite d'AGAPE aujourd'hui.

^dEn fait, nous considérons qu'il y a rejet d'une courbe de lumière prolongée sur MDM quand, sur la courbe de lumière restreinte aux données MDM, le critère *I* du tableau 6.1 est déclenché : bosse significative sur la courbe.

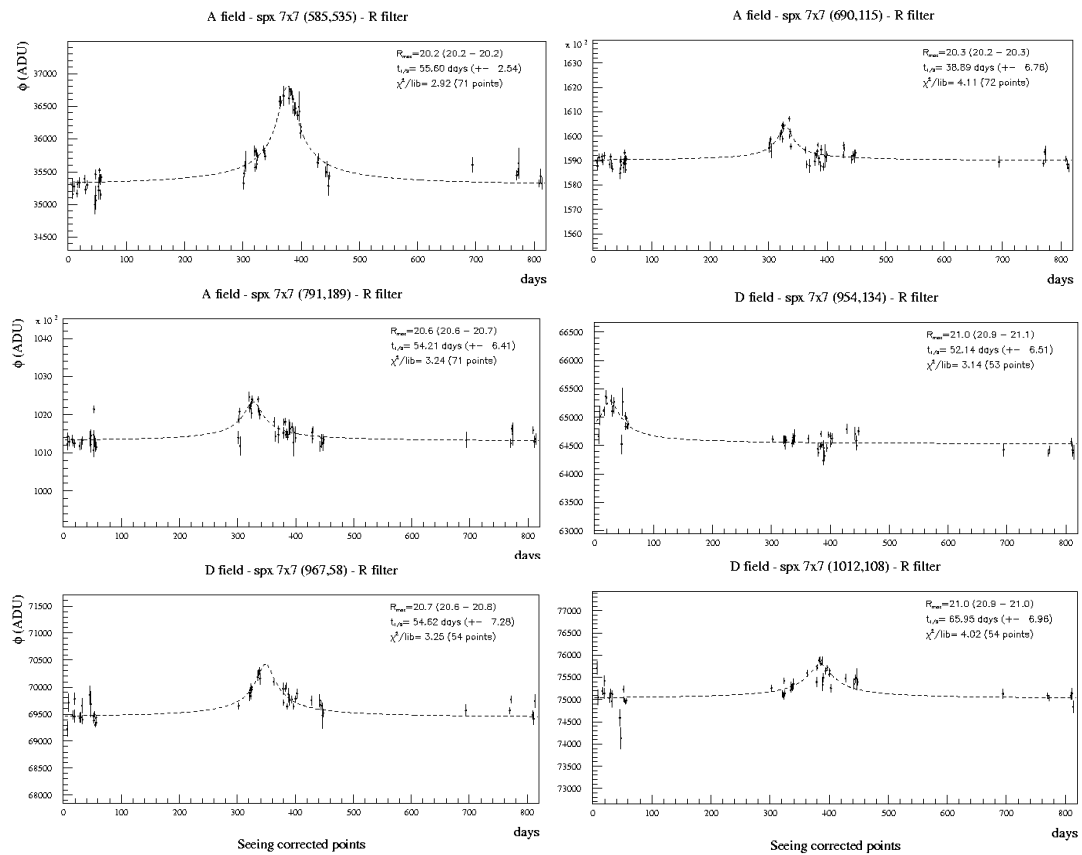


FIG. 6.4 – Les candidats 1 à 6 retenus dans l'analyse (champs A à D).

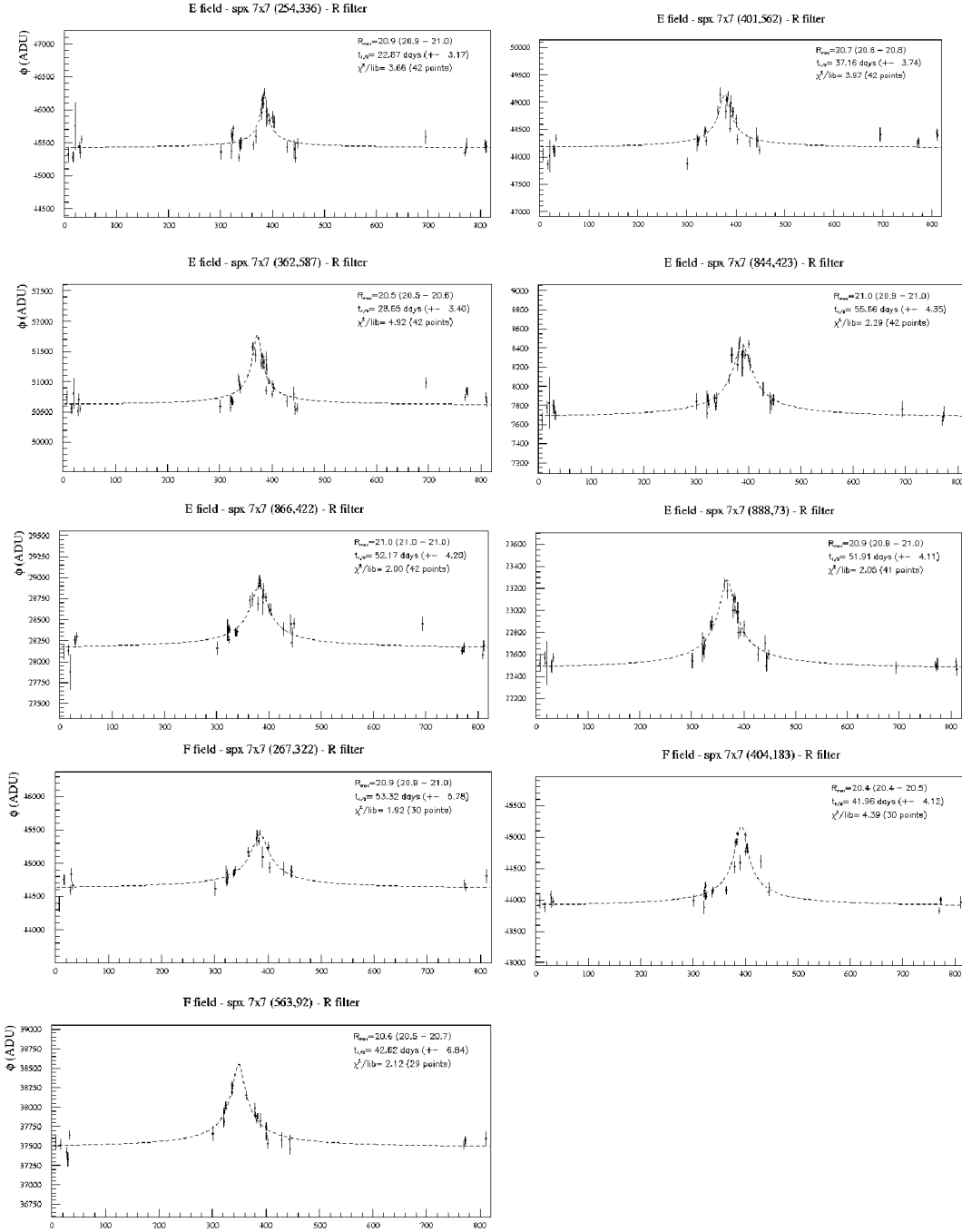


FIG. 6.5 – Les candidats 7 à 15 retenus dans l’analyse (champs E à F).

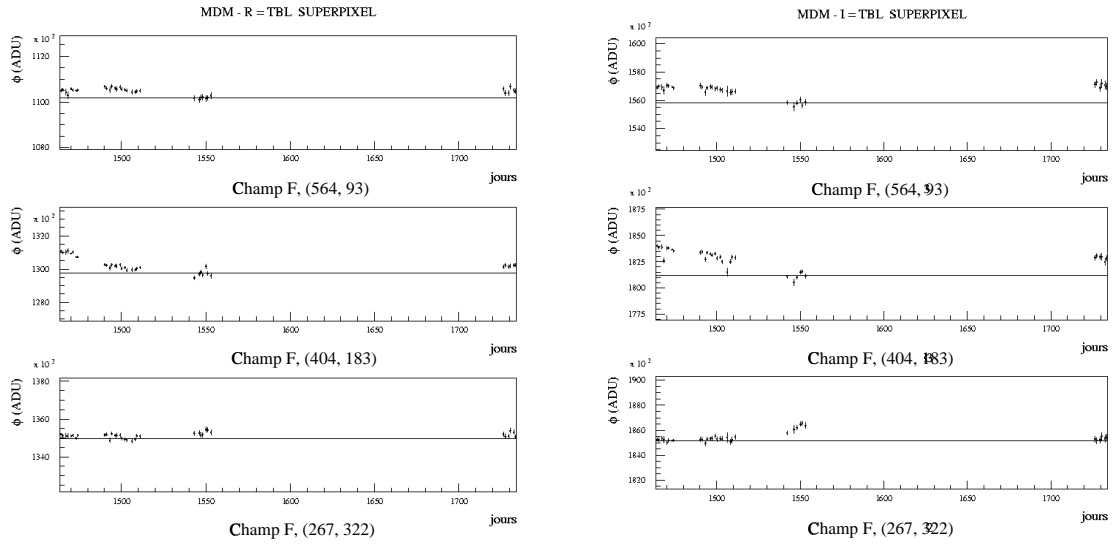


FIG. 6.6 – Un exemple de rejet par le test MDM : courbes de lumière en filtre R et I des candidats du champ F, donnés figure 6.5, sur les données MDM. Ces trois candidats sont rejetés à cause des variations significatives que l'on peut voir sur ces courbes.

engendré par la présence du bulbe très lumineux. Nous avons néanmoins conduit une sélection^e des candidats sur ce champ pour lequel nous disposons d'un grand nombre de poses (cf. tableau 3.2). Le résultat est que nous n'avons sélectionné qu'une seule courbe de lumière sur ce champ, qui se trouve correspondre à l'événement le plus court et le plus brillant de nos sélections, appelé « Z1 », localisé dans le bulbe (cf. figure 6.7 où on voit apparaître le candidat sur une image) et dont la courbe de lumière (photométrie de superpixels) est donnée figure 6.8. Sur cette courbe de lumière se trouvent des points issus du champ Z et du champ B, car il se trouve que le champ B, pour lequel nous disposons d'un temps de pose plus long, et donc moins de bruit, recouvre la zone de Z1, ce qui permet une étude avec une meilleure photométrie. La sélection automatique sur le champ B ne nous avait pas donné cet événement, car sa position est très proche du bord de l'image, et nous avons limité la sélection à une zone qui exclut le bord où des problèmes de « pénombre »^f surviennent, auxquels s'ajoutent des problèmes de décalage géométrique d'une image à l'autre.

Afin d'améliorer la précision, nous avons utilisé une photométrie sophistiquée décrite dans [Baillon et al. 1998], développée dans le cadre des procédures de soustraction d'image, cf. [Tomaney & Crofts] et [Alard 1998] pour d'autres méthodes du même type, sauf que dans notre cas nous effectuons un ajustement d'une PSF avec 10×10 paramètres différente sur chaque image, et nous avons un seul champ de référence de 200×200 paramètres. Cette méthode permet de prendre en compte tout l'effet de *seeing*, puisque nous pouvons théoriquement reproduire une image idéale de *seeing* nul, et malgré une erreur systématique de 15%, nous avons trouvé cette méthode plus précise sur des courbes de lumière particulières que notre méthode de superpixel et de stabilisation de *seeing*^g. La figure 6.9 montre

^eA très haut seuil de signal, et ce à cause du bruit plus important dû au temps de pose de seulement 3 min.

^fCela signifie que ce sont des zones où la lumière reçue décroît fortement : effets de bord.

^gL'étude par superpixel avec stabilisation de *seeing* nous permet, je le rappelle, de faire une sélection générale, puis, dans un deuxième temps, nous pouvons procéder, comme ici, à une photométrie plus précise difficilement applicable de

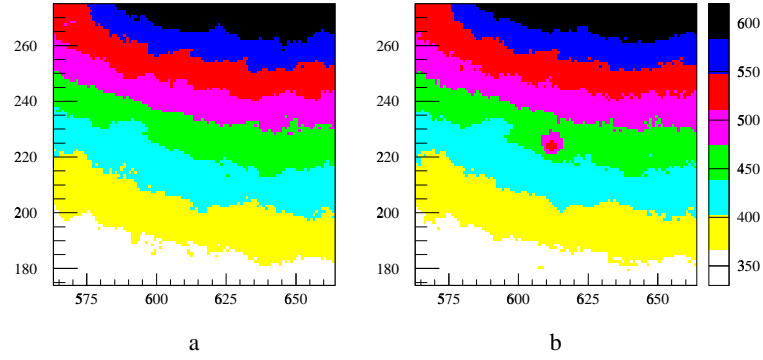


FIG. 6.7 – A gauche, somme de 26 poses de 1 min en filtre B sur le champ Z longtemps avant le maximum d’amplification. A droite, pose de 30 min en filtre B sur le champ B centré sur Z1 au maximum d’amplification. Les deux images sont centrées sur le pixel où apparaît le candidat Z1.

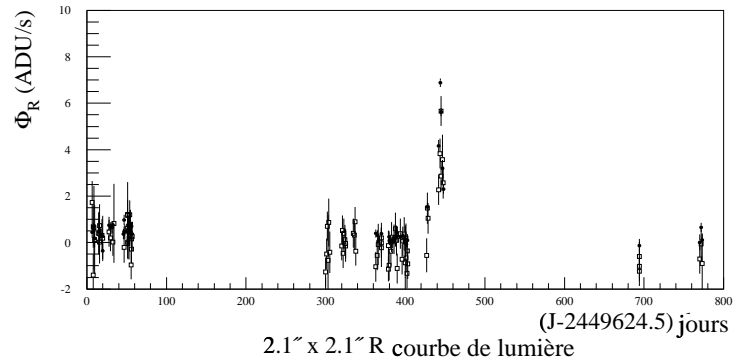


FIG. 6.8 – Courbe de lumière du flux contenu dans le superpixel centré sur AGAPE Z1. Les points blancs correspondent aux données issues du champ Z, et les points noirs du champ B.

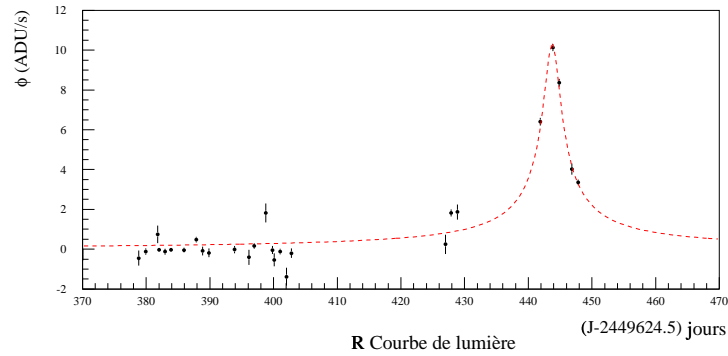


FIG. 6.9 – Courbe de lumière de AGAPE Z1 autour du jour t_0 du maximum d’amplification, saison 1995, avec une photométrie améliorée. La courbe en pointillés est l’ajustement d’une courbe de Paczyński dégénérée qui donne les paramètres ajustés du tableau 6.2.

AGAPE Z1 : ajustement DG			
$t_{1/2}$	t_0	$m_R(t_0)$	$B - R$ au maximum
$4,8 \pm 0,2$ jours	428 jours	18,0	$0,80 \pm 0,05$

TAB. 6.2 – Caractéristiques de l’événement Z1 déduit d’une photométrie sur le champ B en filtre Gunn r pour une pose de 20 min, et sur ce même champ en filtre Johnson B pour une pose de 30 min. Le temps du maximum, t_0 , est donné en $J - 2449624,5$ où J est la date Julienne ; c’est le nombre de jours écoulés depuis la première pose AGAPE.

le résultat de cette photométrie sur l’événement Z1, où il faut noter que les deux points sur-élevés des jours 428 et 429 n’ont pas été inclus dans l’ajustement de la courbe théorique. Les caractéristiques de l’événement déduites d’un ajustement de la courbe de Paczyński à quatre paramètres, cf. expression 4.58, sont données dans le tableau 6.2.

Nous disposons de quatre mesures de couleur pendant l’événement. La couleur de l’étoile au maximum est obtenue avec une bonne précision de 5×10^{-2} magnitude grâce au temps de pose de 30 min en B. Les trois autres mesures sont trop bruitées pour permettre de contraindre efficacement la couleur durant le phénomène.

Recherche d’une étoile source sur les données HST

Le rectangle d’incertitude sur la position de l’événement Z1 est contenu dans des images d’archive WFPC2 du télescope Hubble (HST) prises le 9 Septembre 1994 dans le cadre d’un programme d’observations dirigée par R. Bohlin du STScI. Nous avons étudié une image de 2300 s prise avec le filtre F65N ainsi que deux autres images de 1200 s avec le filtre F547M, ces images n’étant pas décalées entre elles. Après avoir calculé la transformation spatiale pour passer des données AGAPE aux données HST avec un ajustement par moindres carrés sur 10 étoiles connues, nous avons trouvé une erreur standard de $\sigma = 0,06$ arcsec, due principalement à l’erreur sur le centre des étoiles dans

façon automatisée sur tout un champ, cf. discussion dans la section 4.3.3.

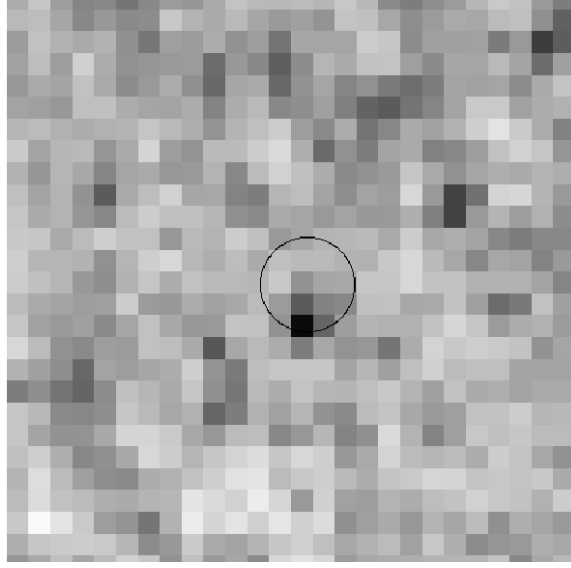


FIG. 6.10 – Impression en négatif de l'image HST en filtre F547M d'un champ de $2,6 \times 2,6 \text{ arcsec}^2$ centrée sur HST1 et montrant le disque d'erreur à 3σ pour la position projetée de l'événement Z1.

les données AGAPE. Nous avons projeté la position de Z1 sur les images HST avec une incertitude de $3\sigma = 0,18 \text{ arcsec}$ et avons trouvé une étoile très faible ($m_R \simeq 22$ et voir ci-après) à $0,14 \text{ arcsec}$ du centre projeté de l'événement. C'est la seule étoile résolue sur l'image HST dans un carré de côté $0,4 \text{ arcsec}$ centré sur la position projetée. Nous appelons cette étoile HST1, et elle est visible sur la figure 6.10.

Nous avons utilisé DAOPHOT, cf. [Stetson], pour effectuer l'ajustement de PSF sur l'étoile. Comme le champ est chargé en étoiles, qu'il n'y a pas d'étoile forte proche du candidat, nous avons utilisé la PSF de TINYTIM. Les magnitudes standard de la photométrie PSF sont $m_{F656N} = 21,6 \pm 0,2$ et $m_{F547M} = 21,9 \pm 0,1$ qui sont dans la zone d'erreur du résultat obtenu par photométrie d'ouverture.

Interprétation

Les caractéristiques de l'événement données dans le tableau 6.2 sont compatibles avec les prédictions de la simulation Monte-Carlo (cf. figures 5.14 et 5.17). L'amplification correspondante est $A(t_0) = 40$ et nous obtenons $t_e \simeq 55$ jours, cf. tableau 6.3. Cela est typique d'un événement bulbe-bulbe avec une masse de $0,6 M_\odot$, un type d'événement auquel nous devons de toutes façons nous attendre quelque-soit la nature du halo, ou d'un événement de microlentille entre un MACHO du halo de masse $0,5 M_\odot$ et une étoile du bulbe.

Dans cette hypothèse, HST1 et Z1 doivent avoir la même couleur et le même type spectral. Après correction de l'extinction galactique $E_B - V = 0,08$ donnée dans [van der Berg] avec le modèle d'extinction de [Cardeli et al.], nous trouvons que Z1 a une couleur $B - R$ d'une étoile F5II à 2σ . Néanmoins, les étoiles F5II sont rares et seulement quelques dizaines sont trouvées dans des catalogues gigantesques tels [Houk & Fesen]. Elles correspondent à des phases de développement très courtes dans l'évolution des étoiles massives. Par exemple, avec un modèle de « Genève »

AGAPE Z1, paramètres physiques (si $\phi_\star \Leftrightarrow$ étoile HST)			
t_E	$Masse_\star$	$A(max)$	m_\star
~ 55 jours	$\sim 0.6M_\odot$	~ 40	~ 22

TAB. 6.3 – Paramètres physiques de l'événement Z1 si nous acceptons le fait que l'étoile source est bien l'étoile détectée sur le champ HST.

[Schaller et al.], nous trouvons que cela correspond à une sous-géante de $4M_\odot$ (entre la séquence principale et le flash d'hélium).

La couleur et la magnitude de HST1 peuvent aussi être attribuées à une super-géante très rouge. Néanmoins, une telle extinction est peu vraisemblable selon [Han 1996] qui a mesuré une extinction uniforme du disque de $A_V = 0,24$. Nous trouvons donc que l'hypothèse la plus probable est que HST1 est une étoile de type F5II.

L'ajustement du modèle de Paczyński (cf. figure 6.9) est bon sauf sur une bosse significative au jour 428 (les deux points n'ont donc pas été pris en compte dans l'ajustement final montré). La forme de cette courbe de lumière pourrait s'expliquer par la présence d'une source binaire [Griest & Hu] ou d'une lentille double [Di Stefano & Perna], ces objets étant très répandus. L'hypothèse de source binaire pourrait expliquer l'étrange couleur de Z1/HST1 et la possible différence de couleur entre les deux objets.

Pour finir, Z1 pourrait aussi être une amplification par effet de microlentille sur une étoile plus faible, confondue ou non avec HST1. Dans ce cas, la source devrait être au moins une magnitude moins lumineuse que HST1, et l'amplification supérieure à 100.

AGAPE Z1 comme étoile variable

Les étoiles variables de M31 pourraient ressembler à des événements de microlentille. Par exemple, [Crotts 1996] évoque la possibilité que leurs candidats soit parasités par des Miras de très longue période. Dans le cas de Z1, sa couleur bleue exclue définitivement cette hypothèse.

[Della Valle & Livio] ont étudié la possibilité que des novae naines contamineraient les recherches de microlentille gravitationnelle. Pour des novae naines observées, la couleur va de $B - R = -0,1$ à $B - R = 0,6$ et l'amplification au maximum va de 2 à 5 magnitudes [Warner]. Ainsi, les couleurs de HST1 et Z1 ainsi que l'amplitude de l'événement sont compatibles avec une nova naine. Néanmoins, la magnitude absolue au repos des novae naines est environ de 7 avec des variations assez importantes [Warner]. Si HST1 et Z1 correspondent à une nova naine, l'objet serait dans le premier plan, bien en dehors de M31 et dans notre halo galactique à 10 kpc du Soleil. L'existence d'un tel objet qui se projetterait exactement dans le bulbe de M31 est assez improbable. Il existe une relation assez souple entre l'amplitude éruptive et l'intervalle entre chaque éruption [Warner] : pour une amplitude de 4 magnitudes telles celle que nous observons pour Z1, on peut s'attendre à un intervalle inférieur à 100 jours. Dans ce cas, la répétition de l'événement Z1 pourrait être détecté avec la poursuite du programme de recherche AGAPE, comme cela est mené aujourd'hui à l'INT.

Les « bumpers » sont des étoiles variables qui ont été mis en évidence par la collaboration MACHO [Alcock et al. 1996]. Ces objets ont des petites amplitudes de variation, incompatibles avec Z1.

Même si l'apparence générale de Z1 est similaire à celle d'une nova, sa faible magnitude impliquerait une lente décroissance alors que nous observons une décroissance rapide de 0,25 magnitude par jour observé, contre 0,02 – 0,04 magnitude par jour si c'était une nova de M31, cf. [Capaccioli 1989]. Afin de réconcilier Z1 avec les résultats de [Capaccioli 1989] nécessiterait un rougissement d'environ deux magnitudes dans le visible, ce qui impliquerait un rougissement $E_{B-R} \simeq 1$ magnitude. AGAPE a observé dix novae, deux d'entre-elles se trouvant dans le champ Z, et neuf ayant une couleur $B - R$. Toutes les novae pour lesquelles nous avons suffisamment d'information obéissent la tendance de [Capaccioli 1989], et/ou ont des couleurs au maximum $B - R$ entre 0,4 et 0,6 magnitude (à part une qui est très rouge au maximum). La couleur $B - R = 0,80$ au maximum pour Z1 n'est donc pas ce qui serait attendu de la part d'une nova rougie de 2 magnitudes dans le visible.

Conclusion sur l'événement Z1

Notre travail montre que l'événement AGAPE Z1 est très probablement dû à l'amplification par effet de microlentille gravitationnelle d'un objet binaire de couleur type F5II correspondant à HST1 avec un temps d'Einstein de 55 jours. Les propriétés photométriques sont incompatibles avec celles d'une étoile variable classique de M31. L'hypothèse d'une nova naine située au premier plan apparaît improbable. Néanmoins, le bulbe de M31 peut contenir des objets exotiques. Nous avons donc comparé la position de AGAPE Z1 avec des objets exotiques déjà répertoriés comme les 1885 supernovae, cf. [de Vaucouleurs & Corwin], les sources X, cf. [Primini et al.] et [Trinchieri et al.], ainsi que les novae observées dans le bulbe par [Ciardullo et al.]. Z1 est distant d'environ 6 arcsec de la position de la source X E47, mais la probabilité d'un lien est faible. Cependant, Z1 pourrait être un type inconnu d'étoile cataclysmique. Les observations du champ Z1 se poursuivent pour voir s'il existe une périodicité, ainsi que pour chercher d'autres objets de ce genre dans le bulbe de M31. En 1998, nous avons obtenu une nouvelle série d'images sur ce champ, et nous avons pu vérifier qu'il était stable, ce qui nous encourage à penser que c'est bien un effet de microlentille que nous avons observé. L'article que nous avons publié sur cet événement [Ansari et al. 1999(1)] est donné en annexe.

6.1.3 Conclusion sur la sélection avec critères du tableau 6.1

En conclusion, par application des critères de sélection I à VI du tableau 6.1 sur les données du télescope TBL, AGAPE a sélectionné 7 candidats sur les champs A à D, dont AGAPE Z1 que je décris ci-après, sur les données acquises au Pic du Midi entre 1994 et 1996, et les données acquises en 1998 sur le télescope MDM en Arizona à Kitt Peak nous permettent de rejeter 5 de ces candidats sur deux champs déjà traités pour MDM, ce qui nous laisse 2 candidats sur les champs A à D dont Z1 qui a pu être testé sur MDM^h. Le tableau 6.4 résume la sélection sur les champs A à D (l'événement Z1 a été décrit précédemment).

Le tableau 6.5 donne les résultats de la sélection sur les champs E et F où parmi les 9 candidats sélectionnés par application des critères de sélection I à VI, 3 sont rejetés par le test MDM (les 6 qui restent, tous du champ E, ne pouvant encore être testés).

^hTraitement spécifique car l'ensemble des données du champ B n'est pas encore disponible.

Champs A à D	
Description des étapes	Résultat
<i>I. Recherche de bosses statistiquement significatives</i>	2165 groupes de superpixels
<i>II. Localisation des pixels les plus intéressants</i>	2165 superpixels
<i>III. Ajustement de Paczyński et test de compatibilité</i>	$\sim -96\%$
<i>IV. Informations issues du Monte-Carlo</i>	$\sim -73\%$
<i>V. Qualité d'échantillonnage</i>	-68%
<i>VI. Optimisation du centrage</i>	-25%
<i>Bilan de la sélection sur les données Pic du Midi</i>	7 candidats (avec Z1)
<i>VII. Suivi sur données MDM</i>	-5 sur A et D
<i>Bilan de la sélection sur les données Pic du Midi et MDM</i>	2 candidats

TAB. 6.4 – Bilan de la sélection sur les champs A à D. Rappelons que les données MDM ne permettent pour l'instant de vérifier les courbes de lumière que sur les champs A et D, mais nous avons tout de même pu effectuer le test MDM sur le candidat Z1, qui n'est pas rejeté.

Retenons qu'AGAPE a sélectionné 8 candidats sur l'ensemble des champs A à F par application des critères de sélection I à VII du tableau 6.1.

6.2 Sensibilité de la méthode des pixels et qualité des candidats

Afin de montrer la sensibilité de la méthode des pixels, et en parallèle la qualité des candidats, il est intéressant de regarder directement sur les images ce que donnent les candidats AGAPE au maximum d'amplification, et aussi la différence des flux dans les pixels entre l'instant de forte amplification, et un autre où l'amplification n'a plus lieu.

J'ai choisi des exemples parmi les candidats du champ D, qui passent les tests de sélection *I* à *VI* mais pas le test MDMⁱ *VII*, (cf. figure 6.11). Nous pouvons admirer sur cette dernière figure la grande sensibilité de la méthode des pixels : à l'instant du maximum d'amplification, aucun objet n'est visible, mais l'image différence montre bien une structure. Il serait pratiquement impossible pour un détecteur d'objets tel SEXTRACTOR de trouver ces objets sur des images différence. Cela est à mettre en parallèle avec le travail de simulation que j'ai mené pour évaluer le seuil limite de détection d'objets dans AGAPE, cf. section 3.1.2, où j'avais déjà évoqué le fait que les courbes de lumière sur des superpixels pouvaient détecter une forme caractéristique d'amplification, alors que l'objet n'est même pas visible sur l'image correspondant au maximum d'amplification. Ce qu'il faut retenir ici c'est que nous basons notre détection sur un critère de forme de la courbe de lumière, i.e. une forme temporelle, et non une forme spatiale, et c'est ce qui fait la force et l'originalité de notre approche. Ces deux candidats D sont rejetés après analyse des courbes de lumière sur les données MDM (ainsi que le troisième et dernier candidat du champ D), cf. tableau 6.10, et ne font donc pas partie des 8 candidats retenus dont il était question précédemment dans la conclusion sur la

ⁱCes courbes de lumière n'appartiennent pas à la sélection finale, mais elles illustrent bien la sensibilité de la méthode des pixels.

Champs E et F	
Description des étapes	Résultat
<i>I. Recherche de bosses statistiquement significatives</i>	1147 groupes de superpixels
<i>II. Localisation des pixels les plus intéressants</i>	1147 superpixels
<i>III. Ajustement de Paczyński et test de compatibilité</i>	$\sim -90\%$
<i>IV. Informations issues du Monte-Carlo</i>	$\sim -71\%$
<i>V. Qualité d'échantillonnage</i>	$\sim -74\%$
<i>VI. Optimisation du centrage</i>	-0%
<i>Bilan de la sélection sur les données Pic du Midi</i>	9 candidats
<i>VII. Suivi sur données MDM</i>	-3 (tous ceux du F)
<i>Bilan de la sélection sur les données Pic du Midi et MDM</i>	6 candidats, 6 à vérifier

TAB. 6.5 – Bilan de la sélection sur les champs E et F (pour lesquels les données MDM ne permettent pour l'instant de vérifier les courbes de lumière que sur le champs F, d'où le fait que les 6 candidats soient encore à vérifier car ils appartiennent tous au champ E).

sélection.

Sur le champ F, j'ai considéré les trois candidats (avant test MDM), qui eux aussi passent les tests de sélection *I* à *VI* mais pas le test MDM *VII*, cf. tableau 6.12. La figure 6.12 montre la courbe de lumière juxtaposée avec le pavé différence des flux entre l'instant du maximum et un instant loin du maximum. Dans chaque cas, nous voyons apparaître un objet qui se détache significativement du bruit de fond. Pour ces mêmes candidats, la figure montre la poursuite de leur courbe de lumière sur les données MDM : dans chaque cas, nous voyons clairement une nouvelle variation significative du flux, et chacune de ces courbes fait partie des courbes qui satisfont au critère *I* de recherche de bosse statistiquement significative sur les données MDM.

Pour finir, la figure 6.13 montre le seul candidat qui subsiste après test MDM sur le champ A. Les pavés de flux montrent la réalité de l'objet qui, déjà visible sur l'image de l'instant proche du maximum, apparaît clairement sur l'image différence. Pour ce même candidat, la figure 6.14 montre la courbe de lumière poursuivie sur les données MDM. Cette courbe est considérée stable par les algorithmes de sélection sur les données MDM (critère *I* ne déclenche pas), les variations de flux observées étant compatibles avec du bruit.

Ces différentes illustrations montrent que la sélection des candidats correspond à de véritables objets, et que certains d'entre eux, en grande partie à cause de l'échantillonnage irrégulier, n'ont pu être rejetés que grâce à un bras de levier temporel important apporté par les données récemment acquises avec le télescope MDM. Cela montre toute l'importance de l'échantillonnage et de la durée totale des observations.

6.3 Application d'un nouveau critère de sélection : limite sur $t_{1/2}$

La figure 6.15 montre la distribution des paramètres d'ajustement de la courbe théorique de l'effet de microlentille pour tous les candidats avant test MDM, des champs A à F. Si nous comparons

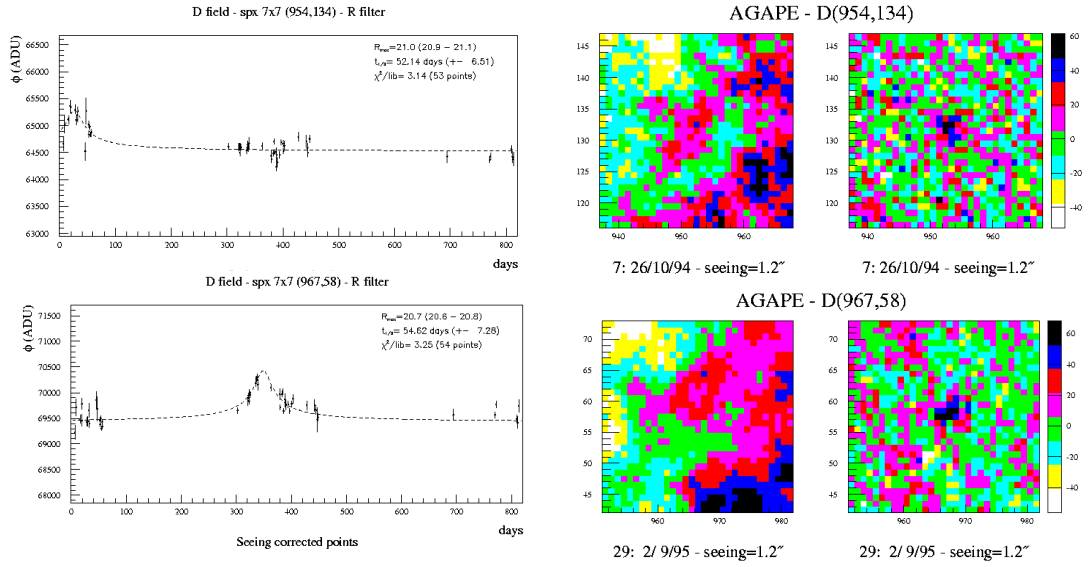


FIG. 6.11 – Démonstration de la sensibilité de la méthode des pixels pour deux des trois candidats du champ D. A droite des courbes de lumière sont figurées :

1. le pavé des flux des pixels autour de l'événement pour une image correspondant à un instant de forte amplification, et rien n'est vraiment décelable au centre ;
2. le pavé des flux des pixels autour de l'événement pour l'écart entre le pavé précédent et un pavé correspondant à une image loin de l'amplification maximale, en prenant soin que le *seeing* soit sensiblement le même. Nous voyons au centre un objet qui se détache significativement du bruit.

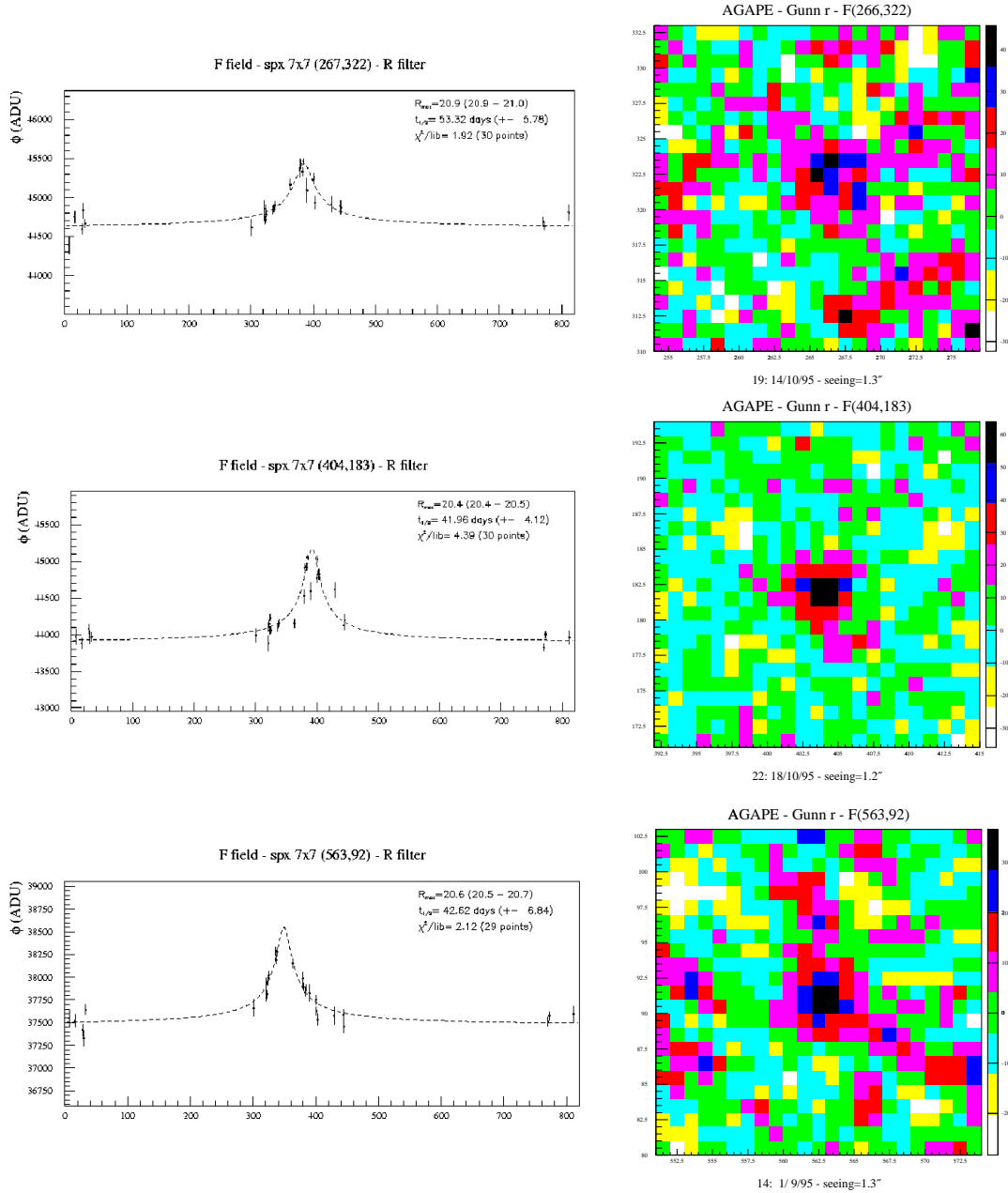


FIG. 6.12 – Pour les trois candidats du champ F, la courbe de lumière et le pavé des flux des pixels autour de l'événement pour l'écart entre le pavé d'une image proche du maximum d'amplification, et un pavé correspondant à une image loin de l'amplification maximale, en prenant soin que le *seeing* soit sensiblement le même. Nous voyons au centre un objet qui se détache significativement du bruit. De haut en bas, image 19 - image 5 avec un seeing de 1,5", image 22 - image 8 avec un seeing de 1,2", image 14 - image 33 avec un seeing de 1,3".

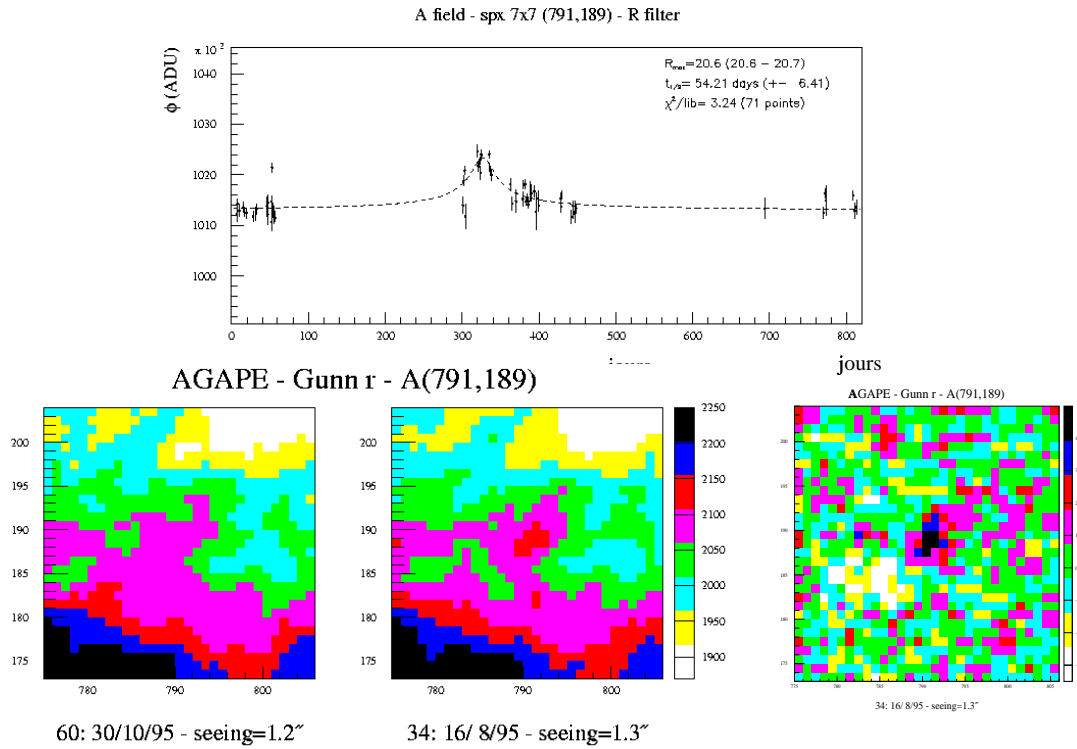


FIG. 6.13 – Pour le candidat du champ A retenu, la courbe de lumière sous laquelle on peut voir, de gauche à droite, le pavé des flux des pixels autour de l'événement pour une image loin de l'amplification maximale, et une image proche du maximum d'amplification, avec le pavé différence, en prenant soin que le *seeing* soit sensiblement le même (image 34 - 60, avec un *seeing* de 1,3 arcsec). Nous voyons au centre un objet qui se détache significativement du bruit.

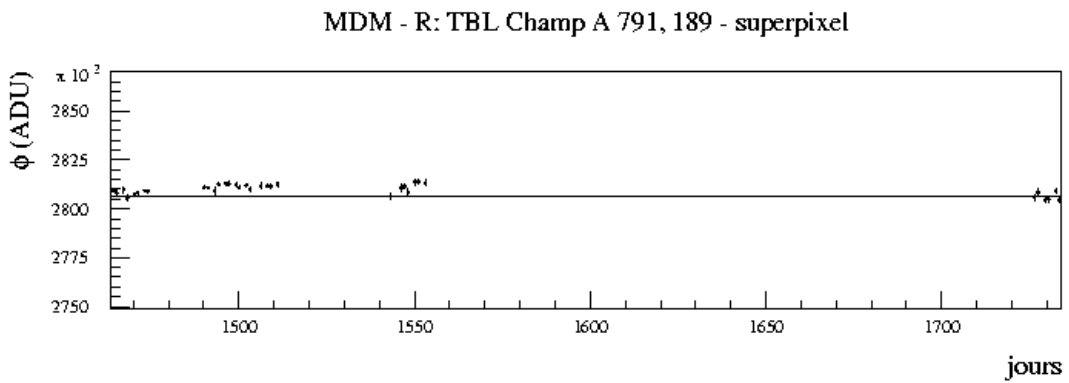


FIG. 6.14 – Courbe de lumière du candidat RA(791, 189) sur les données du télescope MDM. Cette courbe est statistiquement stable, avec une amplitude maximale égale au cinquième de l'amplitude maximale sur la courbe de lumière des données TBL.

Candidats après étape de sélection VI et test $t_{1/2} \leq 45$ jours			
Champ	Nombre de candidats	Coordonnées	Test MDM
A	1	(690, 115)	rejet
B (Z)	1 (évt Z1)	Z1	accepté
E	3	(254, 336), (401, 562), (362, 587)	encore inapplicable
F	2	(404, 183), (563, 92)	rejet

TAB. 6.6 – Les candidats TBL après application du critère $t_{1/2} \leq 45$ jours motivé par la comparaison de la distribution des paramètres des candidats, cf. figure 6.15, avec les distributions issus de la simulation Monte-Carlo. Je rappelle que le test MDM rejette les candidats des champs A et F, mais ne permet pas encore de tester ceux des champs B et E, sauf pour l'événement Z qui a eu un traitement spécifique.

ces distributions avec celles issues de la simulation Monte-Carlo que j'ai reproduites figure 6.16, nous voyons d'abord que, comme attendu, les événements sont très majoritaires dans la période autour du jour 380, cela étant dû au plus grand nombre d'images prises dans cette période, et au bon échantillonnage. En ce qui concerne les magnitudes au maximum, nous voyons l'effet de la coupure à la magnitude 21, mais pour les distributions des temps au maximum d'amplification et de la magnitude au maximum, leur comportement est assez peu différent de celui prévu par les simulations Monte-Carlo (figure 6.16. Par ailleurs, nous voyons qu'il serait intéressant de ne conserver que les candidats pour lesquels $t_{1/2} \leq \sim 40$ jours, car 80% des événements, dans les simulations, satisfont à ce critère, et beaucoup de candidats se verraient ainsi rejetés (la distribution des $t_{1/2}$ pour les candidats a un pic vers 60 jours, cf. figure 6.16, là où dans la simulation Monte-Carlo on s'attend à peu d'événements). Ainsi, la perte d'efficacité qu'apporte cette nouvelle coupure est largement compensée par le fait que nous réduisons efficacement le fond des candidats^j. Une autre façon de justifier cette coupure est de considérer ces mêmes distributions pour les candidats retenus après le test MDM, cf. figure 6.17 où nous voyons effectivement que les événements longs viennent du fond d'étoiles variables pulsantes^k.

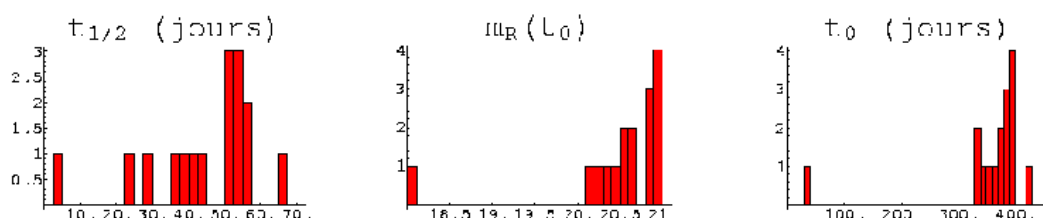
Si nous appliquons cette sélection $t_{1/2} \leq 45$ jours sur les candidats *avant le test MDM*, nous trouvons alors qu'il reste 7 candidats, cf. tableau 6.6 (cf. figures 6.4 et 6.5 pour les valeurs des paramètres d'ajustement de chacun des candidats).

Maintenant, appliquons le test MDM sur ces candidats : 4 seulement restent après ce test (3 sur le champ E et l'événement Z1), cf. tableau 6.6, mais il faut bien retenir que les trois candidats du champ E n'ont pu encore être vraiment testés sur MDM, le traitement des données n'étant pas terminé.

^jLe fond des candidats est constitué de tous les événements qui ne sont pas des effets de microlentille mais qui résistent aux tests de sélection.

^kEn effet, si le test MDM rejette un candidat, c'est qu'il est reconnu comme variable pulsante. Ainsi, un des intérêts du test MDM est de pouvoir nous donner la possibilité de caractériser les paramètres des événements du fond d'étoiles variables pulsantes.

Distribution des paramètres d'ajustement avant test MDM



Distribution des paramètres d'ajustement avant test MDM

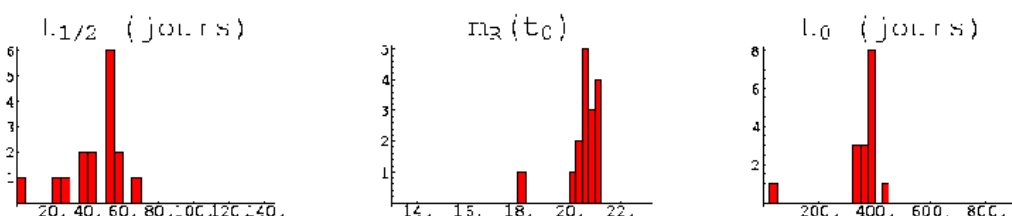


FIG. 6.15 – Distribution des paramètres d'ajustement pour les candidats AGAPE après analyse des données TBL et avant application du test MDM. Les deux lignes sont les mêmes distributions, mais la seconde ligne permet une comparaison directe avec celles issues de la simulation Monte-Carlo, cf. figure 6.16.

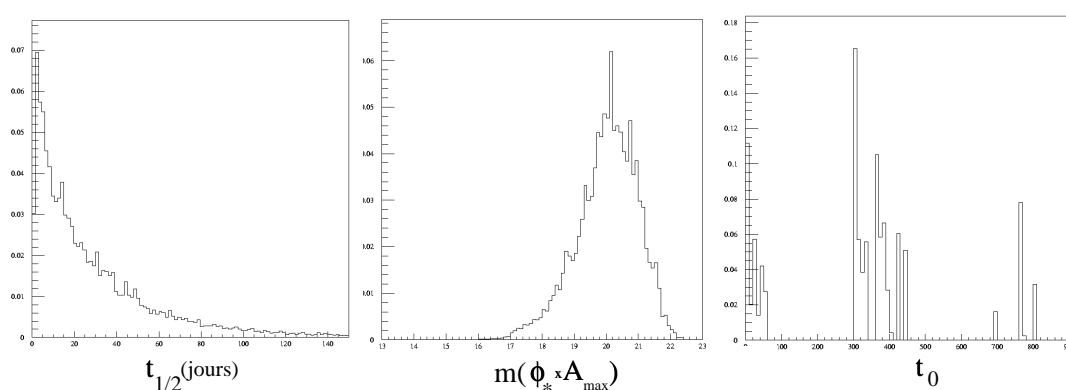


FIG. 6.16 – Distributions des paramètres issus de la simulation Monte-Carlo. Elles sont à comparer avec la figure 6.15 où sont données les distributions des paramètres issus de la sélection suite à l'analyse des données.

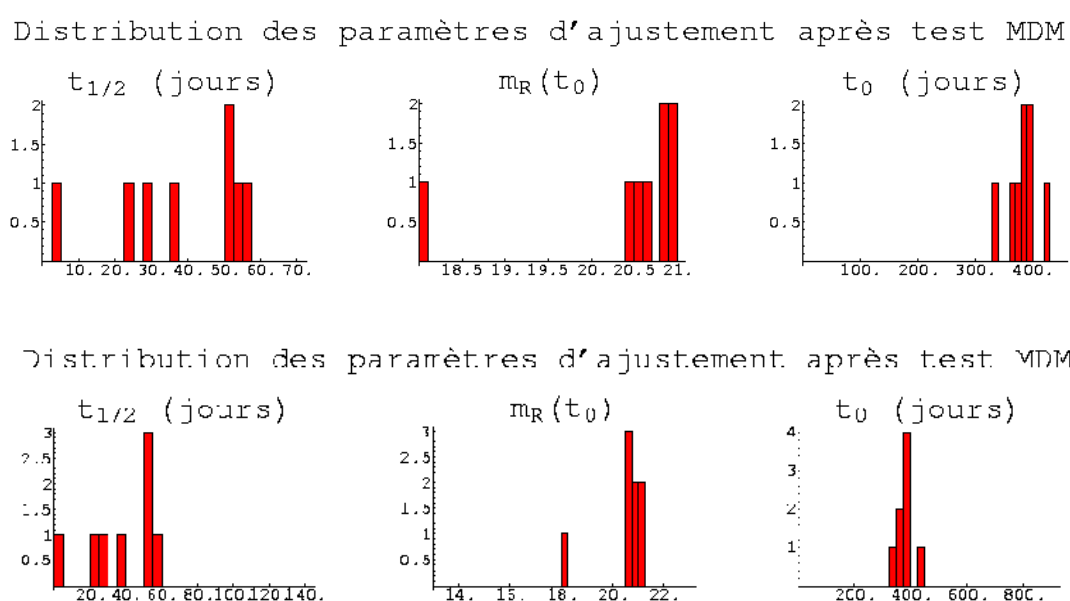


FIG. 6.17 – Distribution des paramètres d'ajustement pour les candidats AGAPE après analyse des données TBL et application du test MDM noté VII. Les deux lignes sont les mêmes distributions, mais la seconde ligne permet une comparaison directe avec celles issues de la simulation Monte-Carlo, cf. figure 6.16. La ligne du haut peut être comparée avec la ligne du haut de la figure 6.16 : le test MDM coupe les événements longs.

Tests successifs	Nombre de candidats retenus
Application critères <i>I</i> à <i>VII</i>	8
Coordonnées présentes sur MDM Coordonnées absentes MDM	Z1 et A(791,189) E(254, 336), E(401, 562), E(362, 587), E(844, 423), E(866, 422), E(888, 73)
Nouveau critère $t_{1/2} \leq 45$ jours	4
Coordonnées présentes MDM	Z1
Coordonnées absentes MDM	E(254, 336), E(401, 562), E(362, 587)
Champs A à D uniquement	1
Coordonnées	Z1

FIG. 6.18 – Bilan de la sélection. Les coordonnées absentes MDM ne sont bien-entendu pas rejetées par le test MDM ! Le fait de ne considérer que les champs A à D revient à ne garder que les événements qui ont un bon échantillonnage.

6.3.1 Conclusion sur le nouveau critère de sélection

Si nous retenons ce critère de sélection sur le $t_{1/2} < 45$ jours, que nous appliquons le test MDM, et que nous n'accordons confiance qu'aux candidats des champs A à D (pour la raison donnée précédemment, le meilleur échantillonnage) alors nous ne gardons que le candidat Z1.

6.4 Interprétation physique

AGAPE observe le bulbe de M31, et est sensible aux éventuels MACHOs du halo de notre propre galaxie, de celui de M31. Par ailleurs, AGAPE est sensible aux événements de microlentille des étoiles du bulbe sur d'autres étoiles du bulbe, ainsi, même s'il n'y a pas de MACHOs dans le halo, nous savons que nous verrons des effets de microlentille. De plus, il reste toujours un fond de variables pulsantes de longue période (donc difficiles à rejeter en vérifiant les répétitions d'amplifications). AGAPE a retenu 8 candidats (cf. tableaux 6.4 et 6.5), mais les 6 du champ E n'ont pu être testés sur les données MDM, ce qui nous laisse 2 candidats plus convaincants, dont 1 seul, le Z1, est assez court pour satisfaire $t_{1/2} < 45$ jours, et ceci est à comparer avec les 3 à 5 événements prévus par la simulation Monte-Carlo. Je fais le bilan de la sélection dans le tableau 6.18.

AGAPE est une avancée importante dans une direction nouvelle, celle de l'observation de galaxies trop lointaines pour que leurs composantes stellaires soient résolues, et ce grâce à l'utilisation d'une méthode originale, la méthode des pixels, développée en parallèle. AGAPE était en quelque-sortes un test, sur une petite surface de ciel, de faisabilité. Nous l'avons déjà vu avec le télescope MDM, et j'exposerai plus loin la question d'un autre télescope, l'INT, AGAPE poursuit son développement sur des télescopes qui permettent d'observer un plus grand champ, et dans des conditions meilleures que celles du TBL. Même si AGAPE TBL est une campagne d'observation « pionnière », nous avons, comme je l'ai montré dans ce chapitre, trouvé des événements très intéressants, et je vais maintenant utiliser les caractéristiques des candidats retenus pour tirer des informations quant à la distribution de matière noire sous forme de MACHOs dans notre halo et celui de M31.

Limite MACHOs de faible masse

Nous sommes capables de détecter les MACHOs de faible masse décrits dans [Peale]. De plus, il signale que $t_e \approx 10$ jours et moins, ce qui nous donne des courbes de lumière avec des bosses avec, cf (4.60), $t_{1/2} \approx 4, 2$ jours pour des sources de magnitude $m_\star = 25$, cf. (4.56), ce qui correspond aux étoiles peu lumineuses (grande magnitude) de la distribution des magnitudes d'étoile source détectables dans AGAPE, cf. simulation Monte-Carlo avec la figure 5.12. Étant donné que nous n'avons détecté aucun événements avec $t_{1/2} < 30$ jours, nous pouvons confirmer que ce type de MACHO est rare dans le halo de M31¹ ou celui de notre galaxie. Cela est en accord avec les résultats d'EROS et de MACHO (cf. figure 2.5). Ces objets seraient donc rares dans le halo, mais, si on en croit les résultats des collaborations DENIS et 2MASS, cf. [Basri], communs dans la galaxie hors halo.

Considérons maintenant les 8 candidats retenus sur l'ensemble des données TBL après test MDM (cf. tableau 6.4 et 6.5). Parmi ces candidats, celui du champ A et le Z1 se distinguent à cause de leur appartenance à des champs bien échantillonnés au niveau des courbes de lumière. Nous avons déjà analysé en profondeur l'événement Z1, ce qui nous a donné les résultats des tableaux 6.2 et 6.3. Concentrons notre attention sur le candidat du champ A(791, 189) (cf. tableau 6.7), et tentons de donner des limites sur la masse de la lentille.

Pour ce faire, remarquons tout d'abord que l'objet qui se trouve amplifié n'est pas détectable ni avant ni après l'amplification, ce qui, en reprenant le résultat de la page 3.22, indique que la source a une magnitude supérieure à $m_R > 22, 7$. A partir de là, sachant que la magnitude au maximum est $m_R(t_0) = 20, 6$, nous en déduisons que l'amplification minimale est $A(t_0) \geq 7 \equiv A_l$, ce qui nous donne $t_E > \frac{A_l t_{1/2}}{2\sqrt{3}} \approx 110$ jours. Alors, en supposant que l'objet se trouve dans le halo de M31 (cas le plus probable, cf. figure 5.16) à une distance de $D_{ol} = 700$ kpc et que la vitesse typique de la lentille est de $v_l = 220 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ nous obtenons, grâce à (2.8) et (2.9), que $R_E > 14$ unités astronomiques et ainsi $M_l > 1 \times M_\odot$, avec une masse encore plus grande pour le cas d'une lentille du bulbe. Je pense que nous pouvons donc écarter l'hypothèse d'un MACHO : il s'agit probablement d'un effet de microlentille d'une étoile du bulbe sur une autre.

Si nous appliquons le même raisonnement aux autres candidats AGAPE, 6 candidats sur le champ E (avec en plus Z1, mais il a déjà été étudié), nous pouvons descendre à des masses de l'ordre de $0, 2 \times M_\odot$ au plus bas. Nous sommes donc très loin des masses qui interviennent dans le cas de naines brunes, et cette limite sur la masse est entièrement compatible avec les limites de la collaboration EROS (cf. figure 2.5). L'événement Z1 aurait été le cas le plus favorable pour une petite masse, mais si on croit à l'hypothèse raisonnable selon laquelle l'étoile HST est bien l'étoile source, alors la masse de la lentille est, nous l'avons déjà vu, de l'ordre de $0, 6 \times M_\odot$, cf. tableau 6.3.

Profondeur optique

J'ai déjà expliqué que la méthode des pixels ne permettait pas d'accéder directement (par simple ajustement) aux paramètres physiques fondamentaux (cf. section 4.7), qui donnent la profondeur optique (cf. page 36). Néanmoins, [Gondolo] donne une méthode pour estimer la profondeur op-

¹Au moins sous forme discrète. Si ces objets accrètent ensemble, alors les conclusions ne peuvent être aussi fortes.

tique à partir des $t_{1/2}$ (prochainement...).

Conclusion physique

AGAPE a été en mesure de détecter 8 événements compatibles avec un effet de microlentille gravitationnelle et qu'on ne peut rejeter avec les critères *I* à *VII* (cf. tableau 6.18). Des considérations simples ont permis de montrer que si tous ces candidats sont des effets de microlentille gravitationnelle, alors les lentilles qui sont intervenues dans ces amplifications ont probablement toutes des masses supérieures à $\sim 0,1 \times M_{\odot}$. Parmi ces huit candidats, seuls 2, Z1 et A(789, 191), ont pu être véritablement testés sur les données MDM, et A(789, 191) conduit à une masse de lentille de $\sim 1 \times M_{\odot}$, ce qui fait penser que c'est probablement un événement de microlentille d'une étoile du bulbe sur une autre, phénomène que l'on s'attend à être très présent dans les données. L'événement Z1 conduit à une masse de l'ordre de $0,6 M_{\odot}$ ce qui conduit à la même interprétation. Les 6 autres candidats, tous du champ E, n'ont pu être testés sur les données MDM et de plus ont un moins bon échantillonnage sur les données TBL ce qui les rend moins convaincants. De plus, le candidat A(789, 191) ne passe pas le critère supplémentaire de sélection $t_{1/2} \leq 45$ jours. Il ne nous reste que le Z1 (cf. tableau 6.18) qui satisfait à tous les critères.

Je pense donc qu'AGAPE n'a détecté aucun effet de microlentille dû à un MACHO du halo de notre galaxie ou de M31, et en tous cas nos résultats sont compatibles avec ceux d'EROS : nous n'avons pas de signal, et les faibles masses ($< 0,1 \times M_{\odot}$) sont très improbables. Il est nécessaire de poursuivre l'application de nos outils de sélection sur des données en provenance de télescopes qui nous permettent de couvrir une plus grande portion de M31, et qui soient de meilleure qualité (échantillonnage)^m, ce qui nous permettra aussi d'apporter des conclusions plus quantitatives grâce à une plus grande statistique et au fait de ne plus être restreint au bulbe.

6.4.1 Recherche d'autres objets

Nous savons qu'une grande majorité des étoiles sont binaires. Si un MACHO passe devant un tel système de sources, nous désignons l'événement par « source binaire ». Selon la géométrie de l'événement, nous pouvons nous attendre à deux bosses dues au passage du MACHO devant chacune des sources. Il existe une classification des formes de ce type d'événement, cf. [Di Stefano & Perna]. La méthode de sélection adoptée dans l'analyse actuelle des données AGAPE rejette les courbes de lumière avec plusieurs amplifications, ce qui implique que nous éliminons les événements du type source binaire. Il faudrait donc procéder à une analyse qui ne fait pas ce type de coupure, et nous pourrions commencer par ne conserver que les courbes de lumière ayant une ou deux bosses détectées, ce qui est possible en travaillant sur les fonctions de vraisemblance des bosses L_1 et L_2 , cf. tableau 5.1.

Il est aussi envisageable de rechercher des événements de lentille binaire, quand un système lié de deux MACHOs passe devant une étoile. Dans certains cas, nous pouvons alors observer des amplifications quasi-infinies, qui se caractérisent par des « caustiques », qui sont très facilement

^mEt sur lesquelles nous pouvons poursuivre les courbes de lumière que nous avons déjà obtenues sur le TBL, afin d'avoir un grand bras de levier temporel.

reconnaissables. De la même façon que pour les sources binaires, cela nécessite de ne pas rejeter les courbes de lumière avec deux bosses.

Nous avons aussi détecté des amplifications caractéristiques d'une nova : 12 de ces objets ont été détectées par AGAPE. Nous avons aussi des courbes de lumière d'étoiles variables, et leur analyse est en cours en vue d'une future publication.

6.5 L'avenir d'AGAPE

L'acquisition des données au Pic du Midi est maintenant terminée, mais, encouragés par le succès de l'analyse par la méthode des pixels, nous avons décidé de poursuivre notre recherche sur d'autres télescopes de meilleure qualité, leur accès étant rendu possible par la démonstration que nous avons faite de l'intérêt et de l'efficacité de notre approche.

6.5.1 La méthode des pixels fonctionne

Les résultats présentés ici montrent que la méthode des pixels fonctionne, et qu'elle est en mesure de détecter de très faibles amplifications lumineuses. Nous avons développé un ensemble d'outils qui nous permettent de rechercher des événements de microlentille gravitationnelle de type source ponctuelle, et qui peuvent être modifiés pour rechercher des événements différents du type de ceux mentionnés précédemment. La stabilisation de *seeing* est un élément clef de la recherche de courbes de lumière candidates, et nous avons vu qu'elle permettait de réduire considérablement la dispersion sur les courbes de lumière. Nous avons aussi pu voir, en comparant l'analyse des champs A à D avec les champs E à F que l'échantillonnage était très important, et qu'il était nécessaire d'avoir des données où les trous d'observation n'étaient pas trop importants.

6.5.2 Poursuite d'AGAPE sur d'autres télescopes

Maintenant que nous avons montré que la méthode des pixels fonctionnait bien, nous pouvons appliquer notre expertise sur d'autres données de meilleure qualité. En 1998, nous avons commencé, au travers de A. Gould, une collaboration avec l'équipe de A. Crotts afin d'exploiter les données acquises sur le télescope MDM (Michigan-Dartmouth-MIT) à Kitt Peak, Arizona. Ce télescope de 1,3m est doté d'une caméra 2000×2000 , avec des pixels de $0,3''$, et nous prenons deux champs sur M31, de part et d'autre du bulbe. Le champ couvert par MDM est comparé à celui du Pic du Midi sur la figure 6.19. Nous avons déjà 35 images, en filtre I et R, qui nous ont permis notamment de vérifier le comportement des courbes de lumière des candidats issus des années 1994-1996. Nous continuons tous les ans à prendre des données sur ce télescope. Par ailleurs, nous avons commencé une collaboration POINT-AGAPE, cf. [Kerins et al.], avec le Royaume Uni qui exploite les données acquises sur le télescope INT (Isaac Newton Telescope). Ce télescope dispose d'un réseau de 2×2 caméras CCD de 2000×4000 pixels, chacun couvrant $0,3''$ du ciel, et nous prenons deux champs sur M31, de part et d'autre du bulbe. La couverture du champ INT est comparé à celui du Pic du Midi et de l'INT sur la figure 6.19. Nous avons déjà environ 60 images, et nous avons tout juste commencé le traitement des données sur une sous-partie de 1000×1000 pixels, et les résultats sont

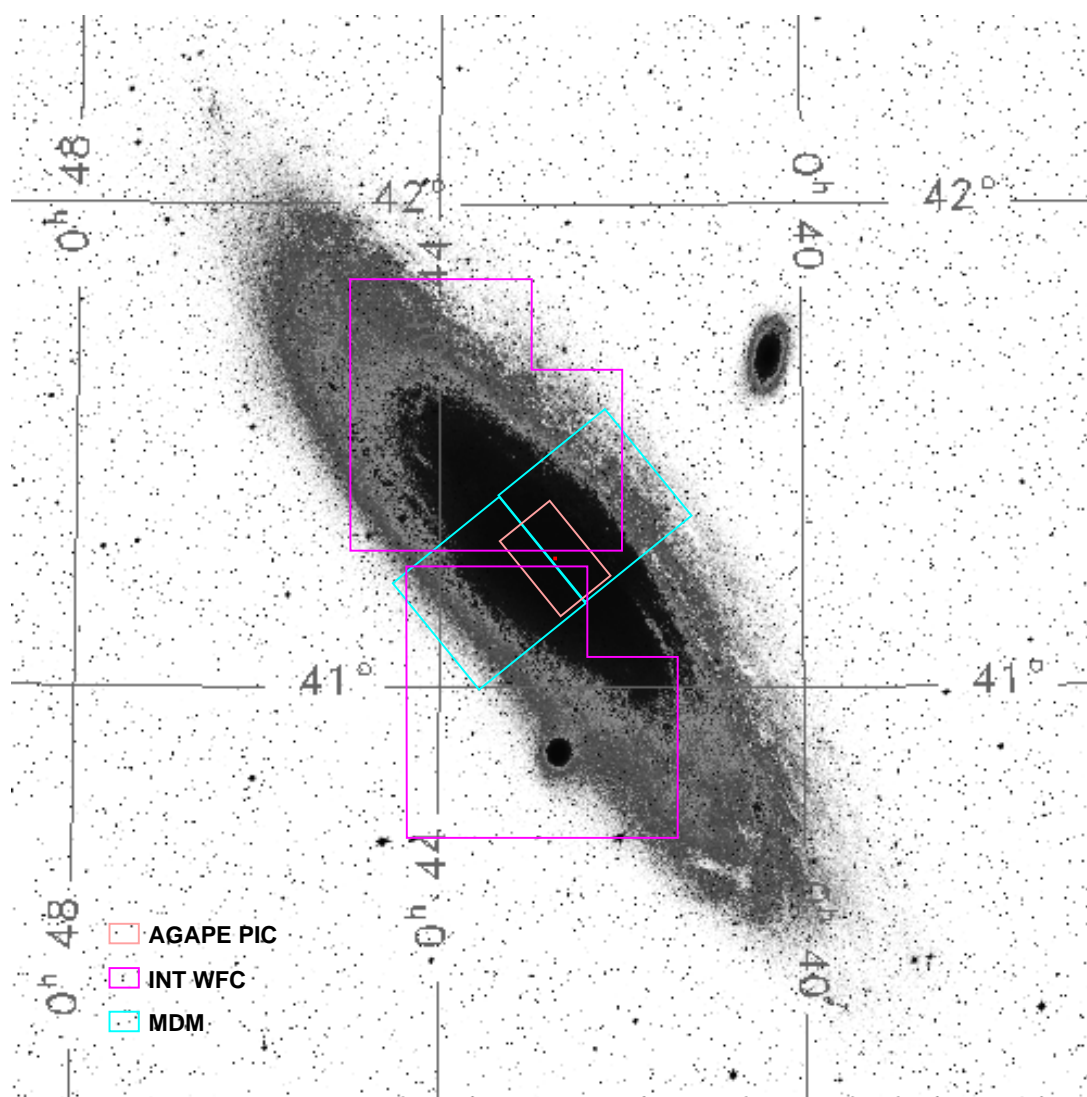


FIG. 6.19 – Champs couverts par les télescopes TBL (Pic du Midi), MDM (Kitt Peak, Arizona) et INT (Îles Canaries).

très encourageants, car, après adaptation, tous les programmes d'analyse semblent bien fonctionner sur ces données. Dans [Kerins et al.] sont donnés les prédictions quant-au nombre d'événements attendus : ~ 140 événements de microlentille sur une saison de ~ 60 images, et ce pour un halo constitué à 100% de MACHOs.

Je rappelle que l'intérêt de ce type de grand champ sur M31 est la détection d'un gradient du nombre d'événements le long du petit axe de la galaxie, et ce à cause de l'inclinaison de la galaxie. Avec AGAPE TBL, nous ne pouvions faire des observations que sur le bulbe, et les données MDM, et encore plus INT, nous permettent de réaliser une véritable « cartographie microlentille » de la galaxie M31. Avec les effets attendus de gradient du nombre d'événements, nous sommes théoriquement capables de lever la dégénérescence induite par l'absence d'information quant-au flux de la source au repos (cf. section 4.7), et de distinguer clairement la contribution de variables pulsantes de celle des véritables effets de microlentille gravitationnelle.

Champ A	
Description des étapes	Résultat
<i>I. Recherche de bosses statistiquement significatives</i>	
Détection des bosses sur les CL & une seule bosse significative sur la courbe de lumière	554 groupes de superpixels
<i>II. Localisation des pixels les plus intéressants</i>	
Différenciation des groupes de pixels sélectionnés & recherche du centre de chaque groupe	554 superpixels
<i>III. Ajustement de Paczyński et test de compatibilité</i>	
Bon ajustement de Paczyński DG	-355 (~ -64%)
Bon comportement des résidus réduits	-172 (~ -86%)
Événements contenus	-5 (~ -19%)
<i>IV. Informations issues du Monte-Carlo</i>	
Durée pas trop longue de l'événement	-1 (~ -4%)
Limites sur la magnitude apparente au maximum	-15 (~ -71%)
<i>V. Qualité d'échantillonnage</i>	
Information sur la montée et la descente	-3 (-50%)
Reste	1 (791, 189)
<i>VI. Optimisation du centrage</i>	
Tests de l'étape III.	-0
<i>Bilan de la sélection sur les données Pic du Midi</i>	
Nombre de candidats	3
Coordonnées	(791, 189) ; (690, 115) ; (585, 535)
<i>VII. Suivi sur données MDM</i>	
Pas de variation décelée	-2
Candidat retenu	1 (791, 189)

TAB. 6.7 – Application de la sélection sur les données du champ A.

Champ B	
Description des étapes	Résultat
<i>I. Recherche de bosses statistiquement significatives</i>	
Détection des bosses sur les CL & une seule bosse significative sur la courbe de lumière	446 groupes de superpixels
<i>II. Localisation des pixels les plus intéressants</i>	
Différenciation des groupes de pixels sélectionnés & recherche du centre de chaque groupe	446 superpixels
<i>III. Ajustement de Paczyński et test de compatibilité</i>	
Bon ajustement de Paczyński DG	-334 (~ -75%)
Bon comportement des résidus réduits	-79 (~ -71%)
Événements contenus	-6 (~ -18%)
<i>IV. Informations issues du Monte-Carlo</i>	
Durée pas trop longue de l'événement	-2 (~ -7%)
Limites sur la magnitude apparente au maximum	-18 (-72%)
<i>V. Qualité d'échantillonnage</i>	
Information sur la montée et la descente	-6 (-86%)
Reste	1 (353, 573)
<i>VI. Optimisation du centrage</i>	
Tests de l'étape III.	-1 (-100%)
<i>Bilan de la sélection sur les données Pic du Midi</i>	
Nombre de candidats	0

TAB. 6.8 – Application de la sélection sur les données du champ B.

Champ C	
Description des étapes	Résultat
<i>I. Recherche de bosses statistiquement significatives</i>	
Détection des bosses sur les CL & une seule bosse significative sur la courbe de lumière	622 groupes de superpixels
<i>II. Localisation des pixels les plus intéressants</i>	
Différenciation des groupes de pixels sélectionnés & recherche du centre de chaque groupe	622 superpixels
<i>III. Ajustement de Paczyński et test de compatibilité</i>	
Bon ajustement de Paczyński DG	-457 (~ -73%)
Bon comportement des résidus réduits	-140 (~ -85%)
Événements contenus	-1 (-4%)
<i>IV. Informations issues du Monte-Carlo</i>	
Durée pas trop longue de l'événement	-1 (~ -4%)
Limites sur la magnitude apparente au maximum	-16 (~ -70%)
<i>V. Qualité d'échantillonnage</i>	
Information sur la montée et la descente	-6 (~ -86%)
Reste	1 (414, 218)
<i>VI. Optimisation du centrage</i>	
Tests de l'étape III.	-1 (-100%)
<i>Bilan de la sélection sur les données Pic du Midi</i>	
Nombre de candidats	0

TAB. 6.9 – Application de la sélection sur les données du champ C.

Champ D	
Description des étapes	Résultat
<i>I. Recherche de bosses statistiquement significatives</i>	
Détection des bosses sur les CL & une seule bosse significative sur la courbe de lumière	543 groupes de superpixels
<i>II. Localisation des pixels les plus intéressants</i>	
Différenciation des groupes de pixels sélectionnés & recherche du centre de chaque groupe	543 superpixels
<i>III. Ajustement de Paczyński et test de compatibilité</i>	
Bon ajustement de Paczyński DG	-416 (~ -77%)
Bon comportement des résidus réduits	-99 (~ -78%)
Événements contenus	-7 (-25%)
<i>IV. Informations issues du Monte-Carlo</i>	
Durée pas trop longue de l'événement	-6 (~ -29%)
Limites sur la magnitude apparente au maximum	-10 (~ -67%)
<i>V. Qualité d'échantillonnage</i>	
Information sur la montée et la descente	-2 (-40%)
Reste	3
<i>VI. Optimisation du centrage</i>	
Tests de l'étape III.	-0
<i>Bilan de la sélection sur les données Pic du Midi</i>	
Nombre de candidats	3
Coordonnées	(1012, 108) ; (967, 58) ; (954, 134)
<i>VI. Suivi sur données MDM</i>	
Pas de variation décelée	-3
Candidat retenu	0

TAB. 6.10 – Application de la sélection sur les données du champ D.

Champ E	
Description des étapes	Résultat
<i>I. Recherche de bosses statistiquement significatives</i>	
Détection des bosses sur les CL & une seule bosse significative sur la courbe de lumière	853 groupes de superpixels
<i>II. Localisation des pixels les plus intéressants</i>	
Différenciation des groupes de pixels sélectionnés & recherche du centre de chaque groupe	853 superpixels
<i>III. Ajustement de Paczyński et test de compatibilité</i>	
Bon ajustement de Paczyński DG	-614 (~ -72%)
Bon comportement des résidus réduits	-140 (~ -59%)
Événements contenus	-2 (~ -2%)
<i>IV. Informations issues du Monte-Carlo</i>	
Durée pas trop longue de l'événement	-3 (~ -3%)
Limites sur la magnitude apparente au maximum	-74 (~ -79%)
<i>V. Qualité d'échantillonnage</i>	
Information sur la montée et la descente	-14 (-70%)
Reste	6
<i>VI. Optimisation du centrage</i>	
Tests de l'étape III.	-0
<i>Bilan de la sélection sur les données Pic du Midi</i>	
Nombre de candidats	6
Coordonnées	(401, 562); (362, 587); (888, 73) (866, 422); (844, 423); (254, 336)
<i>VII. Suivi sur données MDM</i>	
Impossible aujourd'hui car le traitement des données n'est pas terminé.	

TAB. 6.11 – Application de la sélection sur les données du champ E.

Champ F	
Description des étapes	Résultat
<i>I. Recherche de bosses statistiquement significatives</i>	
Détection des bosses sur les CL & une seule bosse significative sur la courbe de lumière	294 groupes de superpixels
<i>II. Localisation des pixels les plus intéressants</i>	
Différenciation des groupes de pixels sélectionnés & recherche du centre de chaque groupe	294 superpixels
<i>III. Ajustement de Paczyński et test de compatibilité</i>	
Bon ajustement de Paczyński DG	-236 (~ -80%)
Bon comportement des résidus réduits	-33 (~ -57%)
Événements contenus	-3 (-12%)
<i>IV. Informations issues du Monte-Carlo</i>	
Durée pas trop longue de l'événement	-0
Limites sur la magnitude apparente au maximum	-8 (~ -36%)
<i>V. Qualité d'échantillonnage</i>	
Information sur la montée et la descente	-11 (-79%)
Reste	3
Coordonnées	(564, 93); (404, 183); (267, 322)
<i>VI. Optimisation du centrage</i>	
Tests de l'étape III.	-0
<i>Bilan de la sélection sur les données Pic du Midi</i>	
Nombre de candidats	3
Coordonnées	(564, 92); (404, 183); (267, 322)
<i>VII. Suivi sur données MDM</i>	
Pas de variation décelée	-3
Candidat retenu	0

TAB. 6.12 – Application de la sélection sur les données du champ F.

Annexe A

Une brève histoire du sombre

« De la sorte, la philosophie fournissant les idées et l'expérience les faits, nous pourrions enfin parvenir à cette physique supérieure que j'attends d'une époque plus lointaine. »

F. W. J. Schelling, cf. [Elie]

La matière noire est une idée qui existe depuis bien longtemps dans l'imaginaire de l'Humanité. En guise de démonstration^a, je souhaite vous présenter ici un bref panorama de la pensée sous l'éclairage du sombre. Quand on regarde des traités d'astronomie qui traitent de la matière noire, même au niveau de la vulgarisation, on est frappé de voir que son histoire commence bien tard, au XX^e siècle. Au contraire, tout autre thème astronomique, par exemple l'étude des planètes comme Mars, se voit reconnaître une histoire qui prend racine dans l'antiquité. Il m'a semblé utile de montrer qu'au-delà de la situation actuelle, l'idée d'une matière étrange qui pénètre les fibres de l'Univers prend elle aussi sa source dans l'astronomie ancienne. Ce survol partisan de l'histoire de la pensée se veut en même temps un aperçu de la « philosophie » qui motive en partie cette thèse. La présentation ne prétend à aucune exhaustivité ; la trajectoire que j'emprunte dans cette exposition n'est qu'une des multiples envisageables, et j'invite chacun à trouver la sienne dans le flot des possibles.

Le but poursuivi est de montrer, au travers de quelques exemples tirés des différents domaines d'activité de l'esprit humain, combien « la part de l'ombre » joue un rôle important dans la naissance et la maturation des grandes idées. J'espère que j'arriverai à vous convaincre que l'hypothèse de la matière noire telle qu'on l'entend aujourd'hui, et que je définirai dans les autres parties de ce premier chapitre, acquiert une profondeur supplémentaire par les liens qu'elle tisse avec l'histoire de l'Humanité dans ce qu'elle a de plus noble. Cette démarche personnelle s'inspire de R. Feynman qui expliquait, dans une note de bas de page d'un de ses fameux cours de physique, justement dans une partie traitant de l'astronomie, que la connaissance scientifique était un nouvel argument de contemplation pour la poésie, et non une négation de cette dernière :

« Quelle est la structure, ou la signification, ou le *pourquoi* ? Cela ne fait point de mal au mystère d'en connaître un petit peu sur lui. Car la vérité est bien plus merveilleuse que ce que les artistes ont pu s'imaginer dans le passé ! Pourquoi les poètes du présent

^aIl conviendra de faire la distinction entre « démonstration » et « preuve »...

n'en parlent-ils pas ? Quels hommes sont ces poètes qui peuvent parler de Jupiter lorsqu'il prenait la forme d'un homme, mais qui se taisent si c'est une immense sphère de méthane et d'ammoniaque en rotation ? » [Feynman, page 37]

Cela me rappelle les principes de la « Naturphilosophie » fondée par Schelling, et dont se réclame une grande partie des grands scientifiques du présent et du passé, comme A. Whitehead qui écrit, cf. [Whitehead] :

« Pour nous, la lueur rouge du coucher du Soleil fait tout autant partie de la nature que les molécules et les ondes électriques par lesquelles les hommes de science expliquent le phénomène ».

La dernière phrase de Feynman traite de la planète Jupiter, qui, nous aurons l'occasion de le détailler, est, de par sa composition « de méthane et d'ammoniaque » mais aussi et surtout d'hydrogène et d'hélium, un bon exemple de ce à quoi ressemble une naine brune - ce membre de la famille des MACHOs que j'ai traqué dans les données d'AGAPE.

A.1 Les débuts de l'invisible : une vocation d'explication.

« Il faut de plus observer d'une manière complète les sensations et les notions réelles, soit de l'esprit, soit de n'importe quel critère, de même encore les affections dominantes, afin de pouvoir, à leur aide, donner des indications sur ce qui est en suspens et sur l'invisible. »

[Epicure, par. 38]

L'Astronomie est née en Grèce avec le « miracle scientifique » ; Uranie est née de l'Astrologie. Cette pratique, venue de Chaldée, a des liens très étroits avec la magie, avec les forces mystérieuses de la nature. Le destin de l'homme est écrit dans le ciel ; les mouvements réguliers des astres sur la voûte céleste trahissent l'oeuvre des forces qui dirigent tous les hommes. Je trouve que cette idée d'une équivalence, ou plutôt d'une transmission des mouvements des corps célestes vers les corps mortels est à mettre en parallèle avec la révolution newtonienne qui, comme l'explique Alexandre Koyré, cf. [Koyré], a consisté à prouver formellement que les forces qui gouvernent le monde sublunaire et supralunaire d'Aristote sont les mêmes. Avant lui, Galilée, par l'observation des défauts de surface de la Lune qui se révélait ne pas être la sphère parfaite dont Aristote avait affirmé la réalité dans son traité *Le Ciel*, avait dévoilé que le monde supralunaire était aussi corrompu que le sublunaire ; mais c'est à Newton que revient le mérite d'avoir explicité les lois régissant les deux à la fois. Certes, les astrologues sumériens, dont on a montré, grâce aux tablettes découvertes, que leur art remontait jusqu'à 2800 ans av. J.-C., avaient un calendrier et gardaient des catalogues de position des différents astres, utiles notamment pour organiser la vie sociale (moissons, semailles), ou pour tenter de prédire des grands événements astronomiques comme les éclipses. Mais cette cueillette de données va de pair avec des prophéties inspirées par le culte que ces anciennes civilisations vouent aux astres. Il appartient aux grecs d'avoir su défaire l'astrologie de cette gangue pour en extraire ce qui allait devenir l'Astronomie.

Pour résumer, je ferai une description en trois phases : l'homme a commencé par croire en une sorte d'unité de tout l'Univers, puis s'est mis à séparer le monde en deux, le monde des dieux, immortels,

et celui des hommes, mortels, pour enfin réaliser que l'unité première était réelle, mais qu'elle ne prenait pas la forme imaginée par les anciennes civilisations, que ce soit en Asie ou dans le berceau de la civilisation occidentale, la Mésopotamie et les régions limitrophes. Dans ce triptyque, nous trouvons un leitmotiv : il existe autre-chose que ce qui est visible.

Dans la première phase, l'homme croit à des forces qui le dépassent, au sens premier, à savoir des forces qui l'unissent avec l'immense. Toutes les religions, ou croyances, d'alors stipulent qu'il y a plus dans l'Univers que ce que l'oeil seul peut voir. Même les premiers matérialistes, nous aurons l'occasion de le revoir, devisent sur l'invisible par le truchement des espaces intersticiels de la matière. Et ce qui est intéressant ici, c'est qu'il est donné une preuve à cette péri-existence : comment expliquer les coïncidences, les rêves prémonitoires, les visions psychédéliques si ce n'est en faisant l'hypothèse d'une existence autre que visible. Ainsi, cette hypothèse se trouve « justifiée » par l'expérience de tous les jours. On y croit car cela permet de mieux comprendre, ou accepter peut-être, la vie quotidienne.

A.1.1 Le primitif et la magie

Imaginons, en intermède, un *Homo Neanderthalensis* qui voit un de ses congénères se faire foudroyer sur place juste après avoir levé en l'air son bras pour donner un coup : comment ne pas envisager une explication par l'invisible ? A ce propos, le terme « animisme » désigne, dans son sens général, la croyance aux âmes et aux esprits. Dans son sens spécial, il se réfère à la théorie d'Edward Tylor, cf. [Tylor], selon laquelle la croyance aux esprits représente la première phase de la religion :

« C'est une *image humaine immatérielle, de par sa nature, une sorte de vapeur, de pellicule ou d'ombre* ; cause de la vie et de la pensée dans l'individu qu'elle anime ; possédant indépendamment la conscience personnelle et la volonté de son propriétaire corporel, ancien ou actuel ; capable d'abandonner le corps et de se déplacer très rapidement d'un endroit à un autre ; *le plus souvent insaisissable et invisible, et pourtant déployant une force physique*, et surtout apparaissant aux hommes à l'état de veille ou de sommeil comme un fantôme séparé du corps, qui lui ressemble ; continuant à exister et apparaissant aux hommes après la mort du corps ; capable de pénétrer dans le corps d'autres êtres humains, d'animaux et même d'objets, de les posséder et de les faire agir. »^b.

Cette théorie a rendu populaires les deux sens du terme animisme. Avec l'animisme, Tylor voulait montrer la rationalité des « religions primitives », une rationalité fondée sur des observations et des déductions logiques, même si celles-ci paraissent erronées au regard de la raison scientifique. La magie ne se trompe que lorsqu'elle prend les relations de similarité entre objets pour des relations de consubstantialité - « mystiques » - ; sinon, elle n'est pas en soi déraisonnable, car les lois ordinaires de la nature physique sont le plus souvent en adéquation avec les intentions des pratiques magiques (concernant, par exemple, la santé, la fécondité, les cultures, la pluie). Localement, l'échec de ces pratiques est expliqué (par l'ignorance d'éléments supplémentaires, par la transgression de prohibitions, etc.).

^bL'italique est un choix personnel.

Ainsi, la croyance en une action invisible est à la source de la pensée humaine, et elle a souvent pour origine, la volonté de rendre compréhensible les événements de la vie quotidienne. J'insiste sur ce point, car il s'agit là de bien faire la distinction entre une hypothèse à vocation explicative et une autre dont la seule justification est l'imagination débordante, ou la manipulation. Il est clair que beaucoup d'idées relatives à l'invisible ont des motivations proches, et même identiques à ce qui fonde aujourd'hui la méthode scientifique : expliquer ce qu'on perçoit.

A.1.2 La révolution scientifique des Milésiens

« L'imagination de ceux qui veulent comprendre n'est pas moindre que celle des rêveurs »

[Omnès 1994, page 78]

A propos des Milésiens dont font partie Thalès, Anaximandre et Anaximène, J. P. Vernant a expliqué^c, cf. [Vernant], combien leur conception marquait le passage du poétique au scientifique : ils ont fait fi des représentations anthropomorphiques que l'on trouve dans les mythes grecs tels la Théogonie d'Hésiode, et ont remplacé les dieux par les éléments. L'ordre n'est plus du ressort des dieux, mais est inhérent au Cosmos, qui, étymologiquement, signifie « ordre »^d. Certes, ce processus est en fait une « laïcisation » des mythes fondateurs, cf. [Universalis, 2-607b], mais il s'agit tout de même d'une transgression fondamentale qui permit le développement de la science.

Ce qui m'intéresse dans la pensée de l'impalpable, c'est sa compatibilité avec l'esprit scientifique. Il est vrai qu'on trouve des éléments invisibles dans l'alchimie, que L. Brunschvicg a fustigé pour son incapacité à se renouveler :

« Leurs manières de faire, même lorsqu'elles étaient directement et utilement appuyées à l'expérience, vont se figer dans la tradition d'un conservatoire. » [Brunschvicg, page 68].

Mais chez les Milésiens, et leurs successeurs, la proposition de causes invisibles pour expliquer l'ordre du monde ne procède pas, comme dans l'alchimie, d'une tradition qui se passe de génération en génération, mais constitue bien plutôt une césure d'avec cette monotonie imaginative. Il s'avère que l'invisible n'est pas l'apanage des traditions a-scientifiques, mais se trouve aussi dans une pensée ancrée dans cette science qu'inventent les Milésiens. L'invisible se veut scientifique, ou plus exactement, dépourvu de connotation divine. Nous entrons là dans le domaine du scientifique, nous nous débarrassons des dieux. Plus de deux siècles avant Aristote, la religion n'est déjà plus un passage obligé dans le processus de compréhension du monde. Il ne s'agit donc plus, pour rendre raison d'un phénomène, de nommer son père et sa mère, d'établir sa filiation, mais bien plutôt d'invoquer des grands principes transcendants.

Pour Schelling, le physicien se doit d'expliquer la nature à partir d'elle-même, par des principes qui lui soient immanents ; dans ses *Idées pour une philosophie de la nature*, il affirmera précisément que « nous détruisons toute idée de nature en y faisant pénétrer la finalité du dehors, à partir de

^cCertaines des citations sont extraites de l'excellent petit livre de [Le Strat], qui est un guide des oeuvres de référence.

^dEn grec, le « kosmos » désignait aussi le maquillage, la parure, la beauté plastique - ce qui a d'ailleurs donné le terme « cosmétique » - et cela signifie bien que l'Univers est implicitement considéré comme beau et ordonné.

l'entendement d'un Être transcendant ». Ceci rejoint l'attitude des Milésiens. L'invisible prend la forme d'une intuition, réponse de l'esprit à un défi que la nature nous a lancé. Ensuite, il convient de mettre en forme cette intuition et de prouver son bien-fondé.

Bien-sûr, les Milésiens et leurs successeurs n'étaient pas férus d'expérimentation comme on l'entend aujourd'hui. Ils préféraient, tout comme Galilée deux mille ans plus tard, faire confiance en leur capacité de réaliser « des expériences de pensée » chères à Einstein. Mais on sent bien qu'une nouvelle ère, scientifique cette fois, avait débuté.

A.1.3 L'attrait des causes cachées

Aujourd'hui encore, nous vivons parfois des situations qui poussent à la tentation du surnaturel. Un exemple de ce phénomène de croyance à l'invisible est la loi de Murphy^e, cf. [Matthews]. Avant l'explication rationnelle, il est évident que nous pensons à quelque force occulte qui agit dans l'ombre. Le philosophe du sens commun, Aristote, au sujet duquel on a montré que les enfants étaient tout naturellement portés à concevoir le monde tel qu'expliqué dans ses différents livres, refusait les causes ésotériques. Ainsi, pas de dieux ou d'esprits. Mais on trouve tout de même des explications par l'invisible : le « pneuma » voulait expliquer la vie, sa vitalité ; principe de stabilité interne de la vie, il est assimilable au souffle divin que l'on retrouve dans une des formes de la Genèse biblique, lorsque Dieu crée l'homme en insufflant la vie à une statuette de glaise (cf. Genèse 2-7). D'autre-part, des tourbillons d'air - pure spéculation - étaient censés rendre compte du phénomène balistique, cf. [Ben Dov, page 26] : initiés par la force initiale appliquée au projectile, ils entretenaient son mouvement malgré l'interruption du contact entre ce dernier et la source de force, contact nécessaire à la poursuite du mouvement dans la physique d'Aristote ; « Tout ce qui est mû est mû par quelque-chose » peut-on lire dans la *Physique*. Encore une fois, des tourbillons, que chacun pouvait observer dans les cours d'eau, donc en tout état de cause des « objets » réels, ou tout du moins perceptibles, étaient invoqués pour cause de la propagation, par exemple, d'une pierre quittant la fronde.

La démarche est à retenir : il est bien plus tolérable d'imaginer qu'un objet du quotidien soit la cause invisible de l'inexplicable, plutôt que ce soit un objet imaginaire. Nous pouvons d'ailleurs très bien concevoir le syllogisme qui fait la démonstration, dont je vous propose ici une version de mon cru, assez classique par sa décomposition en majeur, mineur et conclusion :

« - Tu admetts que les tourbillons agissent comme des propagateurs du mouvement dans l'eau, et qu'ils sont souvent engendrés par la présence d'objets qui interfèrent avec l'écoulement naturel de l'eau ?

- Oui.

-Tu reconnais aussi que l'air qui nous entoure manifeste en maintes occasions son caractère rugueux, et qu'il est semblable à de l'eau transparente et légère, image qui est corroborée par l'observation de l'eau qui s'envole lorsqu'on la chauffe ?

- En effet.

^eCette « loi » rend-compte du fait que souvent, quand un problème survient, c'est toujours la situation la pire qu'il faut envisager : c'est toujours la face beurrée de la tartine qui se retrouve par terre quand cette dernière tombe, ou c'est toujours la queue la moins rapide dans laquelle on se trouve au supermarché.

- Alors tu n'auras pas de peine à imaginer que certains tourbillons se forment lorsqu'on imprime un mouvement violent à quelque projectile aérien, et que ceux-ci, tout comme dans l'eau des rivières, accompagnent ledit projectile tout au long de sa course avant de s'essouffler quand ce dernier atteint son but. »

La solution scolastique consistait à supposer que des anges poussaient le projectile après interruption du contact avec la force originelle ; mais gardons-nous de sourire, car R. Omnès nous rappelle que :

« Si l'on veut en sourire, il faut que le sourire soit large, car on retrouvera des échappatoires de même sorte plus tard, avec l'éther, et peut-être aujourd'hui, avec le vide de la théorie quantique des champs. » [Omnès 1994, page 67]

A.1.4 Les éléments

J'ai évoqué les particules d'air, et cela me conduit au concept d'atome. L'atome, décrit par Leucippe et Démocrite au V^e siècle av. J.-C., est un des enfants des principes premiers d'Empédocle datant de la même époque. Ce dernier expliquait que le monde était dominé par quatre éléments fondamentaux, que l'on retrouve d'ailleurs chez les Chinois de l'antiquité^f. Ces quatre éléments permettaient de bâtir toute substance. De plus, Aristote enseignait que ces éléments avaient un berceau, le centre de l'Univers^g pour l'eau et la terre, et les cieux pour l'air et le feu, et que les éléments étaient tout naturellement attirés par leur berceau, ce qui expliquait le mouvement naturel du feu vers le haut, et de l'eau vers le bas. Nous voyons encore ici l'idée d'un invisible, d'une sorte d'attracteur naturel situé l'un au centre de l'Univers, l'autre aux confins.

Mais revenons à Empédocle qui est à l'origine de l'idée des quatre éléments fondamentaux. Celui-ci s'est inspiré des idées de Thalès de Milet au VI^e siècle av. J.-C., qui pensait que l'eau était à l'origine de tout - remarquez qu'il est admirable que nous sachions maintenant que c'est effectivement très probablement l'eau, avec les océans, qui a permis l'apparition de la vie, d'où la notion de « soupe primordiale » cf. [Dawkins, page.14]. Mais Thalès allait bien plus loin, puisque tout était constitué d'eau.

Il avait un élève, Anaximandre, qui ne se satisfaisait pas de cet élément trop palpable, et fit l'hypothèse d'un autre élément, carrément indétectable celui-là, « l'apeiron » que l'on peut traduire par l'infini, l'illimité et l'indéfini. On ne peut pas trouver plus invisible ! Ce n'est ni Terre, ni Mer, ni Feu, mais encore une autre chose, portant un autre nom. Chose riche ou grosse de contraires, qui vont se séparer et s'affronter : le côté de tout ce qui est chaud-léger-lumineux ; le côté de tout ce qui est froid-dense-obscur. De là découlent les autres choses. Un texte conservé par Simplicius^h dit :

« Ce dont provient pour toutes choses leur naissance, leur mort aussi survenant les y ramène, par nécessité. Car elles se rendent mutuellement justice et se paient compensation pour les dommages, selon l'ordre du Temps. »

^fDans le *Hong fan*, le plus ancien traité de philosophie chinoise, que l'on date raisonnablement au V^e siècle av. J.-C., ce qui le rend contemporain d'Empédocle, cinq éléments sont décrits : la terre, le feu, l'eau, le métal et le bois.

^gCe centre de l'Univers coïncide avec celui de la Terre dans le modèle géocentrique d'Aristote.

^hCommentateur d'Aristote du VI^e siècle, il contribua à la conservation de ses oeuvres.

Selon un schème emprunté aux institutions judiciaires qui règlent dans les cités le jeu des forces des familles, tribus ou partis affrontés, Anaximandre projette au ciel, et agrandit à la dimension cosmique, le jeu des forces, réglé par un principe d'ordre portant les noms associés du Temps et de la Justice, Chronos et Diké. Ce qui est remarquable chez Anaximandre, c'est qu'il relègue les entités physiques, après avoir évacué les entités mythiques, au profit d'un principe plus reculé (sinon métaphysique), lequel porte le nom de « celui qu'on ne saurait ni limiter ni définir » ; un tréfonds « tout enveloppant », à célébrer avec les attributs du divin.

À la même époque, Anaximène « matérialisa » les tendances de son maître en attribuant l'origine de l'Univers à un fluide invisible, substance éternellement active dont l'air était le symbole. S'il se densifie, le froid en surgit (par exemple l'eau, la terre, la pierre), s'il se raréfie, c'est le chaud (par exemple le feu). Les variations qualitatives sont expliquées par des variations quantitatives. Tout résultait de la condensation ou de la raréfaction de ce fluide aérien, infini dans son essence primordiale, fini temporairement dans les phénomènes de sa manifestationⁱ. Notons que même pour les promoteurs de cette « tétrasomie » - terme qu'employaient les alchimistes pour décrire la notion des quatre éléments (les quatre métaux au sens alchimique) - il existe encore autre-chose de plus fondamental ; lisons Platon qui enseigne, dans le *Timée*, que la « matière première » ou « nature universelle »

« bien qu'intégrant tous les corps, elle ne se départ jamais de sa propre nature, et jamais de quelque- façon, ou à quelqu'instant, ne prend la forme d'un des corps qui l'intègre ; elle est le réceptacle naturel de toutes les impressions, qui la modèlent et l'agitent, et change d'apparence de temps à autre à cause d'elles. »^j

et n'est par elle-même ni Terre, ni Air, ni Feu, ni Eau, ni quelque corps qui soit né de ces éléments. Elle reçoit les formes des quatre éléments, avec lesquels Dieu compose le monde, en opérant avec le Feu, sans lequel rien de visible ne peut exister ; avec la Terre, source de toute puissance solide et tangible ; avec l'Air et l'Eau, qui relient les deux principes précédents. Il suffit de préciser ici que cette idée de Platon d'un élément encore plus fondamental rejoint celle des substances jointives, qui permettent l'union d'autres substances.

A ce propos, il est étonnant de remarquer que la théorie du « phlogistique » a régné sur la chimie pendant tout le XVII^e siècle. A propos de cette substance, dont le nom vient du mot grec « phlogiston » signifiant « inflammable », le grand chimiste Stahl disait qu'elle se libérait avec la flamme^k. On le comprend, la phlogistique se cachait, invisible, au coeur de la matière pour expliquer ce phénomène déconcertant de la combustion : elle était l'adjuvant nécessaire à la réaction ignée, le joint entre la chaleur et la flamme. « La phlogistique, agent universel de la combustibilité et des principales propriétés chimiques et même physiques des corps, rendait compte de l'ensemble des connaissances chimiques. », cf. [Universalis]. On peut voir dans le film *Smoke*, de Wayne Wang (1995), une astuce destinée à permettre de peser la fumée^l ; c'est en quelque-sortie la même méthode

ⁱPour Anaximène, les dieux n'avaient rien à voir avec cet « archè ».

^jTraduction personnelle basée sur la traduction anglaise de B. Jowett, cf. <http://classics.mit.edu/Plato/timaeus.html>. Il faut ici comprendre le mot « impression » par le sens qu'on lui donne dans l'expression « imprimer un mouvement ». On trouve cette phrase dans la dernière réponse de Timée à Socrate, réponse 17, au milieu du paragraphe 23 de cette réponse.

^kC'est dans *Pensées fortuites et réflexions utiles sur la querelle du prétendu soufre* que G. E. Stahl (1660-1734) développe sa théorie du phlogistique. Il fut le premier à réellement extraire la chimie de sa gangue alchimique.

^lIl est raconté qu'un personnage étonna un jour la cour d'Angleterre en prétendant pouvoir peser la fumée : devant

qui sera employée pour montrer que les métaux étaient plus lourds après calcination qu'avant, rendant caduque la notion de phlogistique.

Mais voici encore plus troublant : chez les pythagoriciens, ces idées prirent une forme plus précise encore, comme chez Philolaos de Crotone qui, vers la fin du V^e siècle av. J.-C. attribua une forme géométrique aux éléments, le cube pour la Terre, le tétraèdre pour le feu, l'octaèdre pour le l'Air et l'icosaèdre pour l'Eau. Le cinquième élément, qui comprend les astres et leur sert de lien, correspond au dodécaèdre. Cette « matière » qui cimente les corps célestes est à l'origine du mot « quintessence », qui, littéralement, signifie la cinquième essence pour les alchimistes. La tétrasomie accouche de la quintessence, qui elle-même rend possible la disposition relative des astres. D'ailleurs, motivés par la notion de « matière ciment », les cosmologistes emploient aujourd'hui ce terme de quintessence pour nommer un des candidats à la matière noire dont il sera question dans la section 1.3.

Ce même Philolaos avait entrepris une description du système solaire dans lequel la Terre était en rotation autour d'un feu central, « Hestia », et par symétrie centrale avec ce brasier on trouvait une « anti-terre », ou « antichton »^m en grec, dont l'existence était justifiée par des considérations sur les nombres et leur signification dans l'Univers. Ni Hestia, ni la Némésis, pour reprendre le nom qu'Isaac Asimov, dans une nouvelle éponyme, donne à un tel objet similaire à la Terre et dissimulé, ne sont visibles : le premier car la partie habitée de la terre lui tourne le dos, et la seconde par conséquence géométrique logique. Encore une fois, nous pouvons admirer comment les masses cachées soutiennent la description intelligible du monde.

Tout cela doit bien-entendu être pris au sens allégorique. Loin de moi l'envie de prétendre que les anciens avaient déjà envisagé ce qui aujourd'hui constitue notre vision d'une matière sombre omniprésente. Simplement, il est important de voir dans quelle tradition se situe cette approche qui tente d'expliquer certains problèmes cosmologiques par l'invisible. A la différence des anciens, nous nous efforçons de confronter l'invisible à la réalité, en ce sens que la matière invisible postulée se veut falsifiable, selon la prescription du philosophe des sciences K. Popper :

« le critère de la scientificité d'une théorie réside dans la possibilité de l'invalider, de la réfuter ou encore de la tester » [Popper 1985, page 65].

Néanmoins, il est manifeste que cette pratique de l'impalpable fait écho avec des concepts nés avec les débuts de la civilisation qui nous ont accompagnés tout au long du développement des religions et de la science.

A.1.5 L'atomisme : l'invisible est discrétisé.

Nous avons quitté Leucippe en chemin, lui qui nous enseignait au V^e siècle av. J.-C. que tout est fait de particules invisibles qui, assemblées, expliquent toute substance et toute forme. L'hypothèse atomique a fait un long chemin, et nous savons aujourd'hui que ces atomes sont réels ; ou du moins

l'incrédulité générale, il alluma un cigare, après avoir pris soin de le peser, le fuma, et mesura la différence de poids entre le cigare avant combustion et les cendres.

^mOn voit, dans « antichton », la racine « chton », la terre, qui a donné le terme « chtonien » qui désigne l'appartenance à la terre.

leur existence a des conséquences qui sont maintenant vérifiées. Écoutons à ce propos un autre philosophe, Épicure, qui fut introduit à la doctrine atomiste par un de ses maîtres) :

« En outre, les corps indivisibles et compactes, dont les composés sont formés et en lesquels ils se résolvent, sont d'une variété de formes indéfinie. Il ne pourrait pas, en effet, résulter tant de variétés des mêmes formes en nombre limité. Chaque forme est représentée par un nombre infini d'atomes ; quant à la diversité des formes, leur nombre n'est pas absolument infini mais seulement indéfini, à moins qu'on ne s'avise de regarder aussi les grandeurs des atomes comme pouvant s'étendre à l'infini. » [Epicure, par. 42-43]

Mais que dire de la réalité des atomes ? En effet, tout ce qui concerne l'invisible est en prise directe avec le débat sur la réalité physique. Il est temps pour nous de donner ici quelques repères, en gardant à l'esprit que nous avons l'obsession de la notion de matière invisible, et que celle-ci doit donc être notre guide, ou plutôt notre lanterne...

A.2 La question de la connaissance du réel

« Que les corps existent, la sensation l'atteste en toute occasion, et c'est nécessairement en conformité avec elle qu'on fait, par le raisonnement, des conjectures sur l'invisible. » [Epicure, par. 39-40]

Commençons, avec J. Hamburger, cf. [Hamburger], par rappeler le mythe qui est comme le socle philosophique de ce débat sur la connaissance du réel : au tout début du livre VII de *La République*, dans son dialogue fictif entre Socrate et Glaucos, Platon emprunte aux Orphiques sa fameuse allégorie de la caverne, qui représente pour lui l'image de l'illusion possible des hommes sur la réalité ; des prisonniers sont enchaînés en un lieu où, du monde, ils ne voient que les ombres projetées par un feu allumé derrière eux :

« -Tu m'a dépeint là un étrange tableau, et ce sont d'étranges prisonniers.
-Tout comme nous, répondis-je. Et ne voient-ils pas que leur propre ombre, ou celle des uns et des autres, que le feu projette sur le mur opposé de la caverne ?
-C'est vrai, dit-il ; comment pourraient-ils ne voir autre-chose que les ombres s'ils ne peuvent pas tourner la tête ?
-Et des objets qui sont transportés de façon semblable ils ne verraient que l'ombre ?
-Oui, dit-il.
-Et s'ils étaient en mesure de converser les uns avec les autres, ne penses-tu pas qu'ils croiraient nommer les objets réels, en nommant les ombres qu'ils verraient ? »ⁿ

Là encore, nous voyons ces ombres de l'invisible... ces mouvements diffus sur les parois rocheuses. Prisonniers des illusions ? Devoir de supposer l'invisible comme origine des formes perçues ? Impossibilité d'échapper à ce monde cavernicole dont la forme rappelle la vision d'un monde entouré d'une voûte céleste ? J. Hamburger nous apprend que :

ⁿTraduction personnelle basée sur la traduction anglaise de B. Jowett, cf. <http://classics.mit.edu/Plato/republic.html>.

« Près de vingt-cinq siècles se sont écoulés depuis Platon, durant lesquels la philosophie n'a cessé de soupeser la part respective de l'observateur et de l'objet observé dans ce que nous appelons la réalité, ou, si l'on veut garder la terminologie platonicienne, le poids respectif des idées et du réel. Dans cet éternel débat philosophique on trouve, aux deux bouts de la table, les extrémistes : d'un côté les solipsistes, qui déclarèrent que la réalité n'est qu'illusion, que rien n'existe sinon la pensée, que tout est subjectif ; de l'autre, des empiristes qui rient de ces philosophies stériles et jugent non seulement que le monde existe, extérieur à nous, mais qu'il convient de porter sur lui le regard le plus objectif qui soit, en tordant le cou à toute subjectivité. Entre ces deux extrêmes, la grande cohorte des philosophes de tous les temps, si nombreux et si divers qu'il serait injuste de citer l'un plutôt que l'autre. Presque tous s'entendent sur une réalité-mélange, faite d'objectif et de subjectif, née d'un dialogue entre l'homme et le monde, descriptive non du monde en soi, mais du monde tel qu'il est vu par l'homme. »

Comme autre illustration de ce principe, R. Feynman avait un jour raconté l'histoire d'un monde, semblable à celui dans lequel évoluent les grenouilles, dans lequel seuls les objets en mouvement acquièrent une existence perceptible. Si nous étions dans un tel monde, quels genres de théories développerions-nous ? Pour comprendre le visible, il s'agirait d'avoir l'imagination de l'imperceptible. Cela serait la condition *sine qua non* d'une approche scientifique qui collerait à la réalité. Certes, il est tout à fait possible d'imaginer des théories qui ne feraient aucune allusion à l'invisible.[Jarroson, pages 61-62] nous donne l'exemple du mouvement des planètes, qui, présenté sous forme de listes de données à un ingénieur fictif (n'ayant en tête que l'idée d'une terre immobile au centre des mouvements planétaires), serait tout naturellement étudié au travers de la décomposition en mouvements circulaires, motivé en cela par les périodicités observées au sein des données :

« Une fois qu'un calcul a fourni la décomposition du mouvement périodique en mouvements circulaires, l'ingénieur considérera que le système est entièrement connu. Ce qui, d'un certain point de vue, est vrai. Tout dépend de ce que l'on entend faire de la connaissance ainsi établie. »

A.2.1 Les différentes postures philosophiques

Je vais suivre ici R. Omnès, cf. [Omnès 1995], qui propose de décomposer les approches philosophiques de ce problème de la connaissance de la réalité en trois groupes distincts, dont les liens seront explicités en cours de description. Nous allons tout d'abord considérer l'attitude réaliste, puis néo-positiviste et enfin pragmatique.

L'attitude réaliste, prônée par A. Comte et J. S. Mill, affirme l'existence d'un Univers ordonné régit par des lois fixes, ou dont la variabilité obéit elle-même à des lois (cf. les « méta-règles » de B. Russell). Il existe une réalité que nous approchons avec l'outil scientifique. Les réalistes postulent la correspondance exacte entre la description scientifique et le réel. Ils refusent de reconnaître le rôle perturbateur des sens, ou du moins ces perturbations n'empêchent pas d'accéder à la réalité. C'est la conception d'Albert Einstein qui explique que :

« Sans la croyance qu'il est possible de saisir la réalité avec nos constructions théo-

riques, sans la croyance en l'harmonie interne de notre monde, il ne pourrait pas y avoir de science. »

Cette idée est partagée par beaucoup d'autres fondateurs de la physique contemporaine. Une des variantes de cette approche est la « réalité voilée » pour reprendre les termes de B. D'Espagnat, cf. [Espagnat, page 269], qui nous dit :

« si le réel en soi refuse de dire ce qu'il est - ou comment il est - du moins consent-il à nous faire savoir, dans une certaine mesure, ce qu'il n'est pas »,

et ce voile nous rapproche encore une fois de cet invisible que l'on drape de blanc pour mieux l'appréhender. Mais cette enveloppe ne saura dévoiler que certains traits grossiers qu'il conviendra de détailler par la suite. On perçoit là une fervente croyance en la progression itérative de la science. L'invisible, oui, mais circonscrit, pris dans les rets des théories inquisitrices : Popper nous dit en effet qu'il conçoit

« les théories scientifiques comme autant d'inventions humaines - comme des filets créés par nous et destinés à capturer le monde. [...] en créant des filets qui sont de mieux en mieux adaptés à la tâche de capturer nos poissons, à savoir le monde réel. » [Popper 1984, page 35]

L'attitude pragmatique, célébrée par l'École de Copenhague qui pris forme avec l'interprétation de la mécanique quantique dans les années 1920-1930, consiste à se contenter de la capacité descriptive de la science^o. Nous retiendrons seulement le nom de Hume comme philosophe fondateur. La formule consacrée est : « La science est l'ensemble des recettes qui réussissent toujours », ce qui est une sorte d'esquive astucieuse. On pourrait aussi dire que « la question n'a pas de sens » car « la science se contente d'être efficace ». Les pragmatiques n'ont que faire de l'invisible, de l'impalpable, car ce dernier n'a aucun effet sur l'efficacité scientifique. N'est digne d'être considéré que ce qui interfère avec l'efficacité de la science. Je dirais donc que l'invisible, pour les pragmatiques, n'est qu'un état transitoire : ou bien on peut s'affranchir d'en faire l'hypothèse, ou bien on s'empresse de le chasser pour le rendre visible ou prouver son inexistence. Les pragmatiques sont pour ainsi dire des agnostiques qui se refusent à parler de l'indicible. J'accorde ici au mot agnosticisme le sens de doctrines qui, sans récuser un ordre de réalité inaccessible aux sens et à la raison, estiment qu'aucun moyen de le connaître ne nous est offert (ce sens était celui de Littré), soit les doctrines qui tiennent que l'inconnaissable, échappant à tout jugement, échappe au jugement d'existence : il n'y a pas lieu de réserver l'existence de ce qui ne peut être objet de science. Pour les pragmatiques, l'invisible ne vaut que s'il est possible de réduire cette invisibilité et d'en extraire du tangible produisant de l'efficace. Considérer les mouvements planétaires comme composition de mouvements circulaires ne leur paraît pas totalement inappropriée, tout dépend des effets qu'aura cette connaissance sur l'efficacité scientifique. Un des promoteurs de cette vision est W. Heisenberg, membre de cette école de Copenhague, qui nous définit très clairement les limites de l'entendement humain :

^oPar ailleurs, l'École de Copenhague, animée principalement par Niels Bohr et Werner Heisenberg, affirme que la capacité descriptive de la mécanique quantique, elle-même basée sur des postulats probabilistes, implique que la réalité est elle-même fondamentalement probabiliste : si cela décrit ceci, alors ceci est comme cela. C'est une attitude qui dérive de la philosophie idéaliste.

« S'il est possible de parler de l'image de la nature selon les sciences exactes de notre temps, il faut entendre par là, plutôt que l'image de la nature, l'image de nos rapports avec la nature. » [Heisenberg, page 32]

D'où mon appellation d'agnostique. Insistance sur le lien, sur ce qui réalise l'intelligence, au sens étymologique, de l'homme dans l'Univers qui n'est qu'une boîte noire dont les secrets ne se dévoilent que par action et réaction sur ses mécanismes. Pour terminer ce survol du pragmatisme, je laisserai la parole à A. Osiander, le frauduleux préfacier de l'oeuvre révolutionnaire de Copernic, *Des révolutions des orbés célestes* :

« C'est le propre de l'astronome de colliger, par une observation diligente et habile, l'histoire des mouvements célestes. Puis d'en [rechercher] les causes, ou bien - puisque d'aucune manière il ne peut en assigner de vraies - d'imaginer et d'inventer des hypothèses quelconques, à l'aide desquelles ces mouvements (aussi bien dans l'avenir que dans le passé) pourraient être exactement calculés conformément aux principes de la géométrie. Or, ces deux tâches, l'auteur les a remplies de façon excellente. Car en effet il n'est pas nécessaire que ces hypothèses soient vraies ou même vraisemblables ; une seule chose suffit : qu'elles offrent des calculs conformes à l'observation. » [Copernic, page 28]

Le néo-positivisme est une version autiste du pragmatisme. Ni refus ni affirmation d'une accessibilité du réel, mais monomanie de la rigueur. R. Omnès nous dit

« qu'en analysant le processus d'acquisition des connaissances et en insistant sur des conditions de rigueur, ces auteurs arrivent à une position de stricte réserve quant à la nature de la réalité. Tout savoir se formule soit en propositions qui se réfèrent à l'expérience ("Nous nous faisons des tableaux de la réalité", Wittgenstein), soit en propositions tautologiques. Ces propositions ne sauraient échapper au langage. » [Omnès 1995]

Ainsi, vu l'impossibilité de mettre en déroute les excellents logiciens qui représentent le néo-positivisme, le physicien devra s'échapper du cadre rigoureux qu'ils définissent s'il veut développer un discours sur le réel. Autrement, c'est en manipulateur froid de faits et de formules qu'il doit se comporter. La science n'est alors que pratique robotisée où seule est tolérée une créativité bien canalisée. L'invisible n'est pas envisageable, car soupçonné d'illogisme ; son seul espoir est de se dissimuler dans l'inconnue d'une équation...

A.3 Les mathématiques de l'invisible

Dans les mathématiques, nous pouvons aussi déceler le rôle de l'invisible. Dans la plupart des textes babyloniens, il n'existe pas de symbole du zéro ; par conséquent, leur notation n'est pas univoque. Cette ambivalence de la notation traduit une incertitude quant au sens de ce symbole.

A.3.1 Le zéro : utile mais irréel

Les tablettes datant de l'époque séleucide^p permettent de supposer que les babyloniens ont fait usage du zéro avant le III^e siècle av. J.-C. dans différents calculs relatifs à l'agriculture. Néanmoins, « ce signe ne fût jamais conçu, dans l'esprit des savants babyloniens, dans le sens de “nombre zéro”. », cf. [Ifrah, tome1, page 366] ; la notation du zéro dans l'écriture cunéiforme

« eut certes la signification du “vide” (ou plutôt de la place vide à l'intérieur d'une représentation chiffrée), mais il ne paraît pas avoir été pensé dans le sens de “rien” (celui de “10 – 10” par exemple) ».

Les scribes de l'époque, quand le décompte des grains arrivait à zéro, préféraient écrire : « Le grain est épuisé » ! En Inde, où il est attesté que le zéro jouait un rôle dans les notations dès le V^e siècle av. J.-C.

L'origine du terme « zéro » se trouve dans l'hindou « sunya », qui signifie « le vide », en passant par le « sifr » arabe, le latin « cephirum » et l'italien « zevero ». Ce que je trouve amusant, c'est le lien entre « sifr » en arabe et « cipher » en anglais. Ce dernier terme désigne la notion de caché, dissimulé, crypté. Le zéro est une porte qui ouvre sur un monde invisible, on pourrait dire imaginaire.

Le zéro n'a été compris que très tardivement : les grecs et les latins, bien que faisant large usage des mots désignant la notion de « vide » tels que « oudeis, oudemia, ouden » pour les trois genres grecs et « nil, nihil » pour le latin, n'avaient pas l'idée du vide numérique, du zéro. Certes, ils le représentaient dans les ouvrages astronomiques par la première lettre du mot « ouden », qui ressemble au « o » français : c'est la notation encore retenue aujourd'hui, le cercle^q. Mais cette notation n'avait pas de « sens », elle était purement instrumentale. En effet, le zéro servait seulement à marquer l'absence d'une quantité dans la notation positionnelle des nombres (décomposition sur une base). On rejoint ici les idées de l'attitude pragmatique que j'ai décrite plus haut : le zéro est utile mais ne décrit rien de tangible, c'est d'ailleurs ce que l'on retrouve dans les mots qui en sont à l'origine.

A.3.2 L'angoisse du négatif

Une autre illustration de ce fait se trouve dans la littérature chinoise des deux derniers siècles av. J.-C., par exemple *Neuf Chapitres sur l'art du calcul*, où des problèmes de mathématique liés à l'agriculture impliquaient la connaissance des nombres négatifs, connaissance qui relève plutôt de l'efficacité calculatoire et donc d'un état de transition plutôt que d'aboutissement : le négatif est utile pour atteindre un but, pas en soi.

Dans la civilisation gréco-latine qui vit le développement de l'astronomie,

« Il fallut donc [...] attendre la fin du Moyen Âge pour que le mot “rien” devint synonyme de zéro, de négligeable et d'insignifiant. » (cf. [Ifrah, tome 2])

^pDynastie hellénistique qui régna sur le Moyen-Orient de 305 à 64 av. J.-C.

^qL'origine de la notation du zéro est aussi à trouver dans la civilisation indienne où le zéro était associé à différents concepts célestes, et notamment à la voûte céleste symbolisée par un cercle.

Même à une époque plus proche de la nôtre, si nous pensons par exemple à J. Wallis, l'instigateur d'une approche géométrique des nombres imaginaires dont je parlerai plus loin, les nombres négatifs restaient voilés de mystère : en raisonnant sur les quotients de deux nombres, Wallis écrit

$$a < 0 \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \frac{b}{0} = \infty \\ \frac{b}{0} < \frac{b}{a} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{b}{a} > \infty \quad (\text{A.1})$$

c'est à dire que $\frac{b}{0}$, où b est positif, donne un infini positif, et, $\frac{b}{a}$ où a est négatif donne un résultat négatif, certes, mais comme $a < 0$ nous obtenons $\frac{b}{0} < \frac{b}{a}$ et donc le quotient $\frac{b}{a}$ donne un résultat plus grand que l'infini positif ! Gauss lui-même se sentit obligé d'expliquer pourquoi

« minus times minus is plus
the reason for this we need not discuss »

dans les mots du poète Auden, cf. [Nahin, pages 13-14].

Ce monde invisible, on en pressentait l'existence, mais on n'osait lui accorder un sens. Il est amusant de constater que les mathématiciens du XVI^e siècle, bien qu'angoissés par les nombres négatifs et le zéro, prirent d'assaut un problème encore plus terrifiant, celui des nombres imaginaires.

Une algèbre impénétrable

La façon traditionnelle de présenter les nombres complexes consiste à invoquer la nécessité d'une solution pour les équations du second degré du type $x^2 + 1 = 0$. Mais ceci est faux, car lorsque les équations du second degré firent leur apparition implicite dans le monde grec, par exemple, dans des problèmes géométriques liés à la parabole ou au cercle, il était naturel qu'il n'y ait parfois aucune solution. Quand on cherche l'intersection d'une droite avec un cercle, il suffit de faire un dessin pour se rendre compte que certaines configurations géométriques n'ont pas de solution. Aucun besoin ne s'est fait ressentir de recourir à des « solutions imaginaires » ; l'invisible ne méritait pas qu'on s'y intéresse. La notion d'inexistence est ici remarquable : on ne voit pas, tout simplement, comment la ligne pourrait couper le cercle ; les yeux sont formels, pas de solution envisageable.

Je souhaite relier ce fait à celui dont il a été question plus haut, à savoir que l'hypothèse de l'invisible se doit d'être nécessaire. Il ne s'agit pas d'invoquer l'invisible pour rien ; il faut une motivation rationnelle. Même quand les équations algébriques du second degré firent leur apparition effective au II^e et III^e siècle avec Diophante et les mathématiciens arabes, il n'y avait aucune raison à admettre l'existence de solutions complexes à certaines équations. La seule chose qui était digne d'intérêt, c'était de savoir s'il existait une solution réelle. Quand on pense que jusqu'à Cardan, au XVI^e siècle, la méthode de résolution des équations du second degré impliquait de compléter un carré, on comprend que l'absurdité d'une surface négative ait tenu à l'écart l'idée de solutions complexes. Ce besoin ne se fera sentir que bien plus tard, au XVI^e siècle, lorsque del Ferro-Tartaglia-Cardan présentèrent leur solution pour les équations du troisième degré du type, cf. [Stillwell, page 189] :

$$x^3 = p \cdot x + q \quad (\text{A.2})$$

dont une solution est

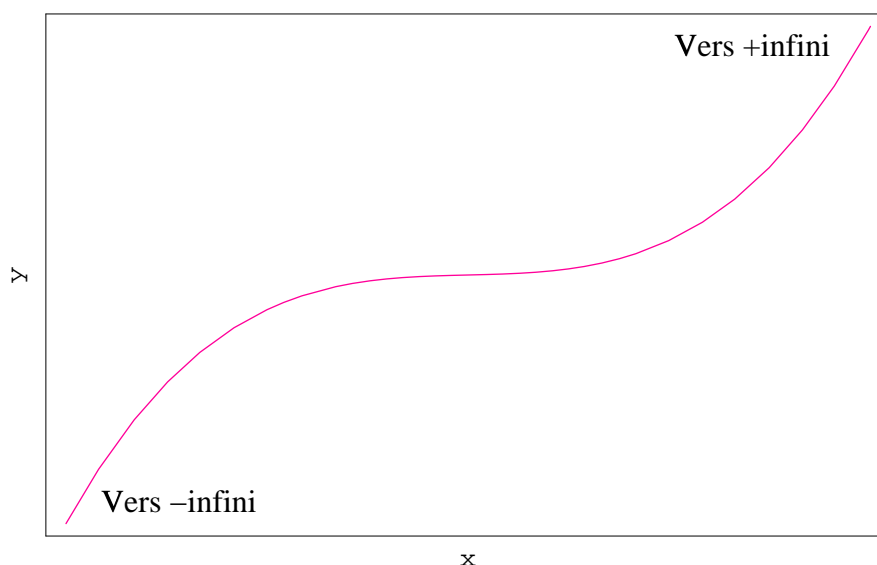


FIG. A.1 – Schéma du comportement générique de la fonction $y = x^3 + p \cdot x + q$, où l'on retiendra seulement le fait que l'équation $y = 0$ a toujours une solution géométrique, à cause du comportement asymptotique de cette fonction, qui passe continûment de $-\infty$ à $+\infty$.

$$x = \left(\frac{q}{2} + \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{3}\right)^3} \right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{q}{2} - \sqrt{\left(\frac{q}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{3}\right)^3} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (\text{A.3})$$

où nous voyons qu'il est possible d'avoir une valeur négative sous la racine pour certaines valeurs des paramètres p et q , mais, contrairement aux équations du second degré, celles du troisième ont obligatoirement une solution géométrique, puisque la courbe traverse l'axe des abscisses vu qu'elle passe continûment des valeurs négatives aux valeurs positives (il suffit de considérer son comportement pour les grands x négatifs et positifs), cf. figure A.1. Ainsi, il devrait y avoir un sens à une racine d'un nombre négatif ! En plus, ceux-ci devraient se combiner - comme les deux racines de valeur négative le sont dans (A.3) - de façon à donner un résultat réel. Cardan lui-même, dans son fameux ouvrage *Ars Magna*, n'apporta aucune réponse à ce paradoxe et on peut même y lire que les nombres complexes sont « aussi subtiles qu'inutiles » ! Ailleurs, on peut lire une autre description : les « nombres impossibles ».

L'invisible avait frappé à la porte de la nécessité, mais pas grand monde n'osa répondre. Bombelli, en 1572, fut le premier à s'attaquer résolument au problème, en faisant l'hypothèse remarquable que les nombres complexes pouvaient s'écrire sous la forme $a + b \cdot \sqrt{-1}$. L'invisible allait être maté.

Quand je pense à ce que devaient ressentir les mathématiciens qui, avant Bombelli, se sont rendus-compte que quelque-chose ne tournait pas rond, je suis certain que c'était comparable à ce bruit inexplicable qui fait battre le coeur dans les vieilles maisons. Dans cette histoire, on se rend compte que l'angoisse de l'invisible ne persiste que tant qu'on ne l'a pas attaqué de front ; l'invisible perd sa fonction surnaturelle quand on le considère avec raison. Mais ce que je retiens aussi, c'est que la

nécessité fonde la raison.

Je tiens à ajouter que le sens de ces nombres imaginaires échappa encore longtemps aux mathématiciens. Une fois qu'ils furent exprimés, il fallait leur donner un sens, afin de terminer le cycle de transformation de l'invisible en visible. Ce n'est qu'en 1673 que J. Wallis fit la première tentative probante : les nombres imaginaires allaient prendre une forme géométrique. La géométrie, archétype du tangible en mathématique depuis les grecs, outil de mesure des champs de culture, allait matérialiser l'imaginaire. Pour moi, c'est le signe de l'appropriation de l'invisible par le paragon du visible, et le symbole de la démarche scientifique : la nécessité pousse à supposer l'invisible, qui, circonscrit, acquiert un sens par son intégration dans l'habituel. Wallis n'eut pas de chance, et son approche se révéla infructueuse. Il était encore gêné par les nombres négatifs, qui, à la même époque, avaient poussé Léonard Euler à écrire dans son *Algèbre* une « preuve » de $\sqrt{-3} \cdot \sqrt{-2} = \sqrt{6}$! Le monde du négatif semblait aussi impénétrable que celui de l'imaginaire. Plus tard, quand R. Cotes représentera un nombre complexe par un point dans un plan, suivi en cela par L. Euler, on évitera encore de faire apparaître cet usage dans les démonstrations ; l'invisible, devenu palpable, n'est pas encore fréquentable...

A.4 La part de l'ombre

Ce passage par les mathématiques, où l'invisible, d'abord ignoré, devint à ce point inquiétant qu'il fallut l'exorciser avant de le formaliser, conduit tout naturellement à l'ombre, car cette dernière symbolise une présence insaisissable et anonyme qui obsède. Certains tableaux de G. Chirico, comme *Mystère et mélancolie d'une rue*, cf. figure A.2, illustrent cette angoisse de l'invisible par les ombres qui laissent deviner la présence angoissante d'un personnage qui se tient hors du champ. Mythologiquement, l'archétype de l'ombre est souvent représenté sous l'image d'un mur qui bloque toute avance d'un héros ou l'emprisonne dans un dédale menaçant.

Pour les surréalistes, dont se réclame Chirico, le rationnel épuise l'art, et A. Breton, dans son *Manifeste du surréalisme* en 1924, révoque le rationalisme et accueille l'inconscient freudien comme seule source valable de créativité : l'art se tapit dans l'ombre. Cette dernière relève alors plus de Janus que de l'infranchissable : elle est un passage obligé vers des cieux plus cléments. Pour C.G. Jung, la thérapie commence par faire accepter la confrontation avec son ombre, avec la face cachée. Elle constitue la totalité indifférenciée de ce qui, à l'intérieur du psychisme, résiste à l'attention consciente. Jung nous dit que « par assimilation de l'ombre, l'homme acquiert en quelque-sortes un corps ».

J'ai eu l'occasion de voir en photo une sculpture d'un artiste suédois peu connu, Axel Ebbe, dont l'oeuvre *Délivré de la sombre ignorance* ou *L'homme qui s'échappe de la pierre*, cf. figure A.3^f représente une paroi rocheuse qui accouche d'un homme dont le point droit est dressé et le regard fixé sur l'horizon, dans une posture dynamique qui ne peut laisser indifférent. Elle exprime véritablement ce sentiment d'un invisible, d'un informe, en gésine de connaissance : nous touchons là le fondement de mon appréciation du rôle fondamental du sombre dans le développement de l'esprit scientifique.

^fPour d'autres images, et une adresse à visiter à Trelleborg, en Suède, où Axel Ebbe a un musée qui lui est dédié, voir <http://www.trelleborg.se/trbg/kommunen/kultur/konsth/axelebbe.htm>.

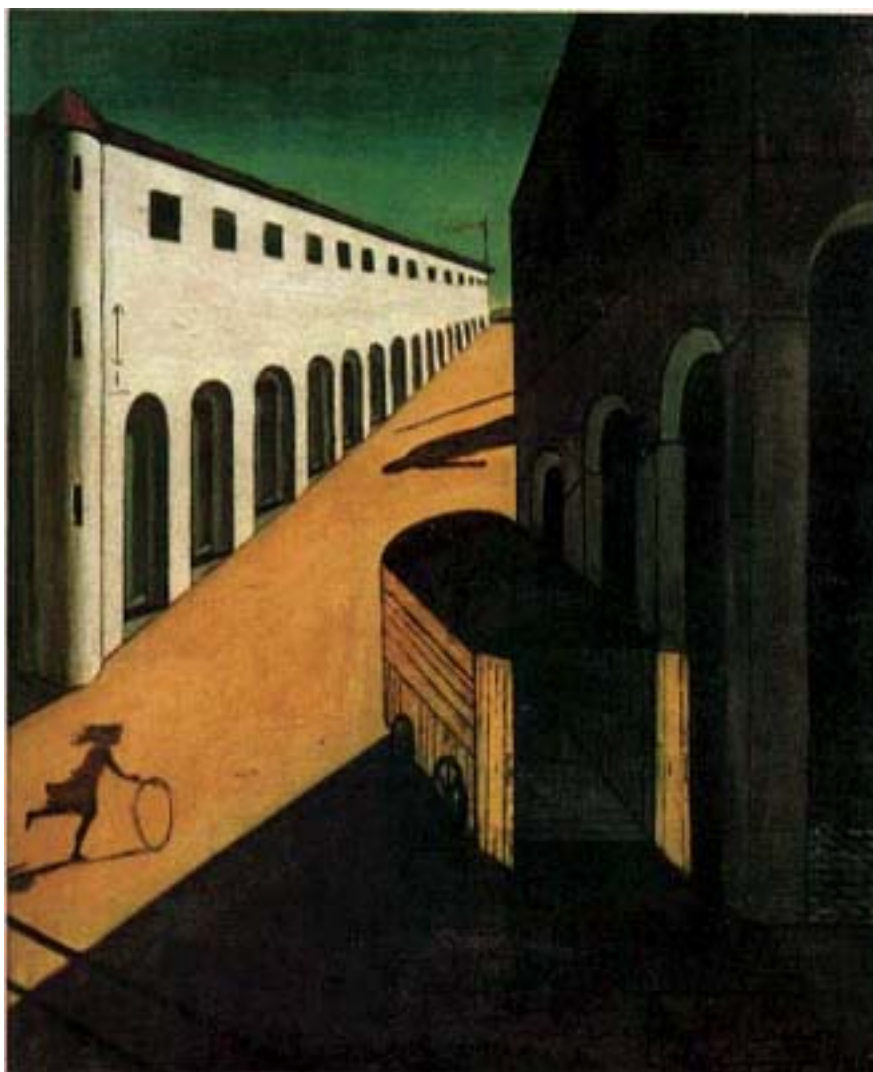


FIG. A.2 – *Mystère et mélancolie d'une rue* par GIORGIO CHIRICO, 1914 (image tirée du site [HTTP://WWW.GEOCITIES.COM/HOLLYWOOD/PICTURE/9193/](http://www.geocities.com/HOLLYWOOD/PICTURE/9193/)).



FIG. A.3 – *Délivré de la sombre ignorance* par AXEL EBBE (obtenue après traitement d'image d'une photo présente sur le site <http://www.trelleborg.se/trbg/kommunen/kultur/konsth/axelebbe.htm>).

J'aime à penser l'ombre comme une sorte de dilution de la lumière dans le sombre, et la dimension proprement démiurgique de cette opposition entre lumière et ténèbres se retrouve à la racine de toutes les grandes cosmogonies. Du sein d'un abîme préalable (*chaos, tehom, tohu-bohu*), sans fond, sans forme, va brusquement émerger l'ordre, le *cosmos*, c'est-à-dire la séparation-archétype originelle. Deux principes opposés sont ainsi différenciés : la lumière et les ténèbres.

Ce qui me fascine, c'est qu'il est rare dans la science d'aujourd'hui de voir exprimer de façon explicite une quête du sombre. J'ai cette image en tête d'un faisceau lumineux que l'on braque dans les ténèbres à la recherche de quelque preuve de cet invisible hypothétique, et dans AGAPE, c'est effectivement la lumière qui va ausculter le Cosmos pour en révéler les formes invisibles. La gravitation agit comme une sonde pour tout ce qui est dissimulé. La lumière décrit la gravitation et devient liminaire du sombre ; elle garde trace de son passage près de l'invisible et nous en livre l'image.

A.4.1 L'invisible permet le contraste

On peut lire dans les traités de couleur que c'est le contraste qui permet à l'oeil de saisir la forme. Il suffit de penser à ces animaux adeptes du camouflage qui capturent les couleurs qui les environnent afin d'échapper au regard du prédateur. Le contraste rime avec la mort pour ces animaux. L'exemple de ces poissons pierre est saisissant : on les voit se détacher des fonds marins comme des lambeaux de pierre et de corail arrachés par un courant inexistant. Cette connivence entre le contraste et la forme traduit, à mon sens, la nécessité de l'invisible pour exprimer le visible. Quelle belle métaphore de ce jeu entre la lumière et les ténèbres que la fameuse encre invisible qui, stimulée par une source de chaleur, se révèle au regard émerveillé de l'aventurier. Là, le contraste se réalise par une sorte de réaction chimique entre l'invisible et le chaud. Alors se dessine une carte d'accès pour le trésor tant convoité... Cette alchimie de la conversation entre la lumière et les ténèbres procède, à mon sens, de la révélation du sens par confrontation de la sonde rationnelle, ici la chaleur, avec l'hypothèse de l'impalpable. On reconnaît là ce qui fait la différence entre supposition inutile d'un invisible inaccessible, l'attitude pré-scientifique, et intuition efficace d'un invisible qui se destine à une révélation ultérieure par le jeu de l'expérimentation excavatrice de sens, l'attitude scientifique. J'aime reconnaître ça et là, dans l'art, ces métaphores de l'activité scientifique.

A.5 L'invisible prend de l'espace

Un autre réceptacle de l'invisible se trouve dans l'évolution des idées concernant la notion « d'espace ». M. Jammer, cf. [Jammer], dans une des rares histoires de la « pensée spacieuse », pourrait-on dire, dévoile le passage d'une conception de l'espace comme ensemble des dispositions relatives des objets, à celle qui considère un volume embrassant l'ensemble de ces objets, mais qui ne se réduit pas à cet ensemble. Je résumerai cette évolution par le déplacement du centre de gravité conceptuel du contenu vers le contenant. Il semble que cette deuxième notion d'espace, bien que présente chez les anciens comme Aristote, n'ait pris son véritable essor qu'après la renaissance. Cet envol est donc contemporain des idées relatives à la morphologie : pour les morphologistes, comme pour Aristote, la forme n'est pas un épiphénomène inconsistant, mais constitue l'essence même du réel. Il me semble intéressant de noter ici que cette transition entre les deux notions d'espace peut

s'apprécier du point de vue de la prise en compte de l'invisible ; les objets perceptibles ne sont plus seuls dignes de considération, digne d'existence, mais leur environnement, vide, entre en jeu. C'est réellement la mise en forme de l'invisible. Jammer nous rappelle que les pythagoriciens, apologistes de la toute puissance du nombre et des rapports quantitatifs, accordaient une importance toute particulière à l'espace entre les nombres. Aristote, dans sa *Physique*, explique que :

« les Pythagoriciens, aussi, affirmaient l'existence du néant [...] De plus, c'est le vide qui permet la *distinction* des objets naturels, agissant comme ce qui permet de séparer les termes d'une série. Ceci est principalement vrai dans les nombres, car c'est ce vide qui délimite leur nature. » (livre IV-6-10)^s

Les espacements entre les nombres étaient nécessaires pour garantir l'aspect discret de chaque nombre dans la géométrie pythagoricienne. Le seul rôle de l'espace réside dans sa capacité distinctive, dans le contraste qu'il offre aux nombres. Ce type d'espace est appelé « pneuma apeiron », où l'*apeiron* est un terme que nous avons déjà rencontré à l'occasion d'une discussion sur « les éléments » page 227 ; où l'on retrouve Anaximandre... D'où, aussi, cette obsession pour les suites numériques, ce jeu des interstices, cet étalage des écartements harmonieux, dont un exemple bien connu est celui des paradoxes de Zénon d'Élée, qui vivait au V^e siècle av. J.-C., avec *Achille et la tortue*^t ou *La flèche immobile*^u. C'est le début d'une conception abstraite de l'espace, qui à mon sens consiste donc en l'appropriation d'un sens par l'invisible.

Chez les atomistes, tel Démocrite, nous pouvons aussi trouver la notion de « diastema » qui décrit l'espacement entre les atomes. Pour lui, l'Univers est rempli d'atomes, et le vide existe car chaque atome est séparé des autres par le « diastema », un infinitésimal de vide. L'espace est l'ensemble de ces interstices. Cette interprétation se trouve renforcée par l'emploi que les grecs faisaient du terme « kenon », qui décrit l'état de ce qui est vidé, pour parler de l'espace. au sens de l'endroit inoccupé.

Il est remarquable de constater que les fondateurs du matérialisme grec, Épicure en tête, furent les premiers à accepter l'idée de l'existence réelle de quelque-chose dépourvu de corps qui n'existerait donc que par rapport à l'absence de corps.

Nous retrouvons ce souci de la forme et de ses transformations dans l'oeuvre principale de sir d'Arcy Wentworth Thompson^v, *On growth and form*. Là, il est question de la lutte entre l'espace intérieur et extérieur, cristallisé par l'enveloppe de la forme en gestation. Là encore, d'une certaine façon, l'invisible joue un rôle fondamental par sa capacité à rendre possible le visible. D'abord inexistant, l'invisible est doté de propriétés révélatrices des objets dont la réalité est évidente, et ce dans le but d'expliquer cette évidence ! Cela me fait penser à ce concept fondamental de la physique qui veut que les quantités ne soient pas définissables en elles-mêmes, mais toujours pas référence : on parle de la réalité absolue de la différence de potentiel, *a contrario* du potentiel, qui, seul, ne

^sTraduction personnelle à partir de [Aristote].

^tAchille et une tortue font la course, mais le premier laisse de l'avance à la seconde. Alors, à chaque instant, Achille comble son retard en courant, mais en même temps, la tortue avance et rend la tâche d'Achille semblable à celle de Sisyphe.

^uA chaque instant, la flèche est immobile, et une succession d'immobilités ne peut raisonnablement composer un mouvement, ce qui prouve que la flèche est immobile.

^vInstigateur d'une *théorie de la transformation*, il voulut développer une approche mathématique et physique des mécanismes de croissance qui étaient traditionnellement considérés comme un fait à propos desquels il ne convenait pas de se poser de question. Il est un des promoteurs d'une compréhension *holiste* des mécanismes biologiques.

peut soutenir sa propre existence.

A.6 L'éther se cache et se défile

Une autre figure de l'invisible qui traverse l'histoire des sciences est « l'éther ». Il me semble pouvoir établir une grande ressemblance entre les justifications de l'éther et celles de la matière noire. En effet, l'hypothèse de l'éther naquit pour répondre au problème du mouvement absolu. Suite à la « révolution copernicienne » et au principe de relativité newtonien, il était raisonnable de se demander si finalement la Terre tournait véritablement autour du Soleil. Alors, Newton convint qu'il existait un référentiel au repos absolu, par rapport auquel il était possible de définir un mouvement absolu. Dans ce cadre, il paraissait envisageable de démontrer que la Terre était en mouvement «réel» par rapport au Soleil. C'est donc pour répondre à un problème observationnel que l'éther acquit ses lettres de noblesse : il était impératif de trouver un soutènement inébranlable à la réalité du mouvement terrestre tel qu'il avait été explicité par Copernic, puis par Kepler et enfin Newton. Parallèlement, l'éther est, dans l'*Opus postumum* de Kant,

« une chose hypothétique, vers laquelle cependant la raison doit recourir pour parvenir à un fondement suprême des phénomènes du monde des corps ».

Ce fluide originel a son correspondant dans l'éther de Schelling, « matière primordiale laquelle, comme réfractée par un prisme infini, s'étend en d'innombrables matières comme en rayons isolés ».

Historiquement, jusqu'au XVI^e siècle, il est difficile de décider entre un éther, milieu subtil qui se propage et, au contraire, un éther, simple support immobile d'actions spécifiques qui lui restent largement étrangères. C'est à propos de la transmission de telles actions - actions lumineuses et, plus tard, gravitationnelles - que se posera à nouveau ce dilemme avec une acuité considérable. Faraday démontre l'inutilité de ce concept, et lui substitue celui de champ.

Il ne restait plus à l'éther que son cadre rigide de référentiel. Lord Kelvin fut un de ses grands défenseurs, mais il admit plus tard qu'il avait perdu cinquante ans de sa vie à définir les propriétés d'une substance qui n'était qu'un songe. A ce titre, on se souviendra de la célèbre expérience, en 1851, du pendule de Foucault, destinée à mettre en évidence le caractère absolu de la rotation de la Terre sur elle-même^w ; ou encore du seau d'eau^x de Newton. Plus tard E. Mach argumenta que ces expériences pouvaient être expliquées par la rotation, autour de la Terre, de tout le reste de l'Univers. Ces raisonnements influencèrent grandement Einstein dans l'élaboration de la Théorie de la Relativité Restreinte et Générale ; Y. Ben-Dov écrit :

« Pour Einstein comme pour Leibniz, il est absurde de se demander qui, du Soleil ou de la Terre, est *réellement* en mouvement : les deux points de vue sont également admissibles. » (cf. [Ben Dov, page 37]).

^wLe pendule, suspendu à la coupole du Panthéon, était doté d'une pointe qui frôlait le sol, sur lequel était disposé du sable dans lequel la pointe inscrivait des oscillations dont le plan changeait avec le temps, trahissant la rotation de la Terre sur elle-même.

^xA titre de rappel, il s'agit d'imaginer un seau rempli à moitié d'eau, dont on peut démontrer qu'il est en rotation sur lui-même par la forme concave adoptée par l'eau qu'il contient.

Le champ de Faraday n'est en aucun cas un simple changement de terminologie vis-à-vis de l'éther ; il est un concept à part entière, qui n'a aucune des vocations attribuées à l'éther, que ce soit comme milieu aux propriétés mécaniques bien définies, ou à celui de référentiel absolu. Le champ est une mise en image des équations de l'électromagnétisme, et rien d'autre.

L'éther, invisible, se révéla utile, car il a permis des réflexions fructueuses sur la nature et sur les propriétés de la lumière. Encore une fois, nous avons là une matière invisible somme toute fort raisonnable que certains, comme Kelvin, se sont efforcés de mettre en évidence.

A.7 Le fantastique dissimule du sombre

« Dans le mot métaphysique, je ne vois rien de ténébreux. C'est cette même tranquille et absurde beauté de la matière qui me paraît métaphysique, et les objets qui, grâce à la clarté de la couleur et grâce à l'exactitude des volumes, se trouvent placés aux antipodes de toute confusion et de toute obscurité me paraissent plus métaphysiques que d'autres objets »

G. de Chirico, cité dans [Universalis, 17-778a].

Je me souviens d'une conférence sur la matière noire, en 1998 à l'Institut d'Astrophysique de Paris, où, lors du rituel des questions faisant suite à un exposé, un des auditeurs se leva et exprima son inquiétude à ne pas avoir entendu parler des sphères de Dyson. Ces dernières sont des objets tout droit sortis de la science-fiction. Freeman Dyson, grand physicien du XX^e siècle, avait un jour évoqué qu'il était envisageable que des civilisations bien plus développées que la nôtre aient acquis la maîtrise du milieu stellaire, et bâtissent des coques opaques entourant les étoiles afin de prélever avec une efficacité absolue toute leur énergie. Ces objets opacifiés devenaient alors des candidats à la matière baryonique de forme stellaire, comme les MACHOs. Nous voyons encore un exemple, quoiqu'extrême, de l'inter-fécondation entre science et croyances.

Ces sphères me rappellent cette saga cinématographique, *La guerre des étoiles*, de G. Lucas, dans laquelle on peut admirer une planète artificielle, *L'étoile noire*, cf. figure A.4, qui règne en maître absolu sur son environnement grâce à une arme terrible, un rayon laser, dont la puissance est à la mesure de la taille de son hôte³. Le sombre, l'invisible et le manquant sont tous trois des concepts qui frappent l'imaginaire de tous les hommes. Sur ce point, j'ajouterai qu'il est nettement plus stimulant d'imaginer que la matière noire prend la forme d'objets de forme planétaire, comme les naines brunes, plutôt que l'habit abstrait de particules, car, il me semble, les premiers ont l'avantage de présenter du palpable, du macroscopique, et cela réalise un contraste saisissant avec le fait qu'ils sont dissimulés. On pense immédiatement à une partie de cache-cache : si on trouve la cachette, on aime mieux y trouver du palpable que de l'inconsistant. En cela les naines brunes ont un avantage sur leurs concurrents issus de la physique des particules, qui eux n'ont de palpable que le nom qu'on leur donne.

Nous avons vu que l'idée de la matière sombre était souvent avancée pour donner un sens causal à des phénomènes naturels observés. Un mécanisme est sous-jacent à ce qui est perçu, et c'est là que loge l'invisible. En psychologie, il existe des études qui sont menées pour tenter de formaliser

³Le pouvoir destructeur d'un objet planétoïde est aussi celui des astéroïdes, un emblème de notre crainte de l'espace.

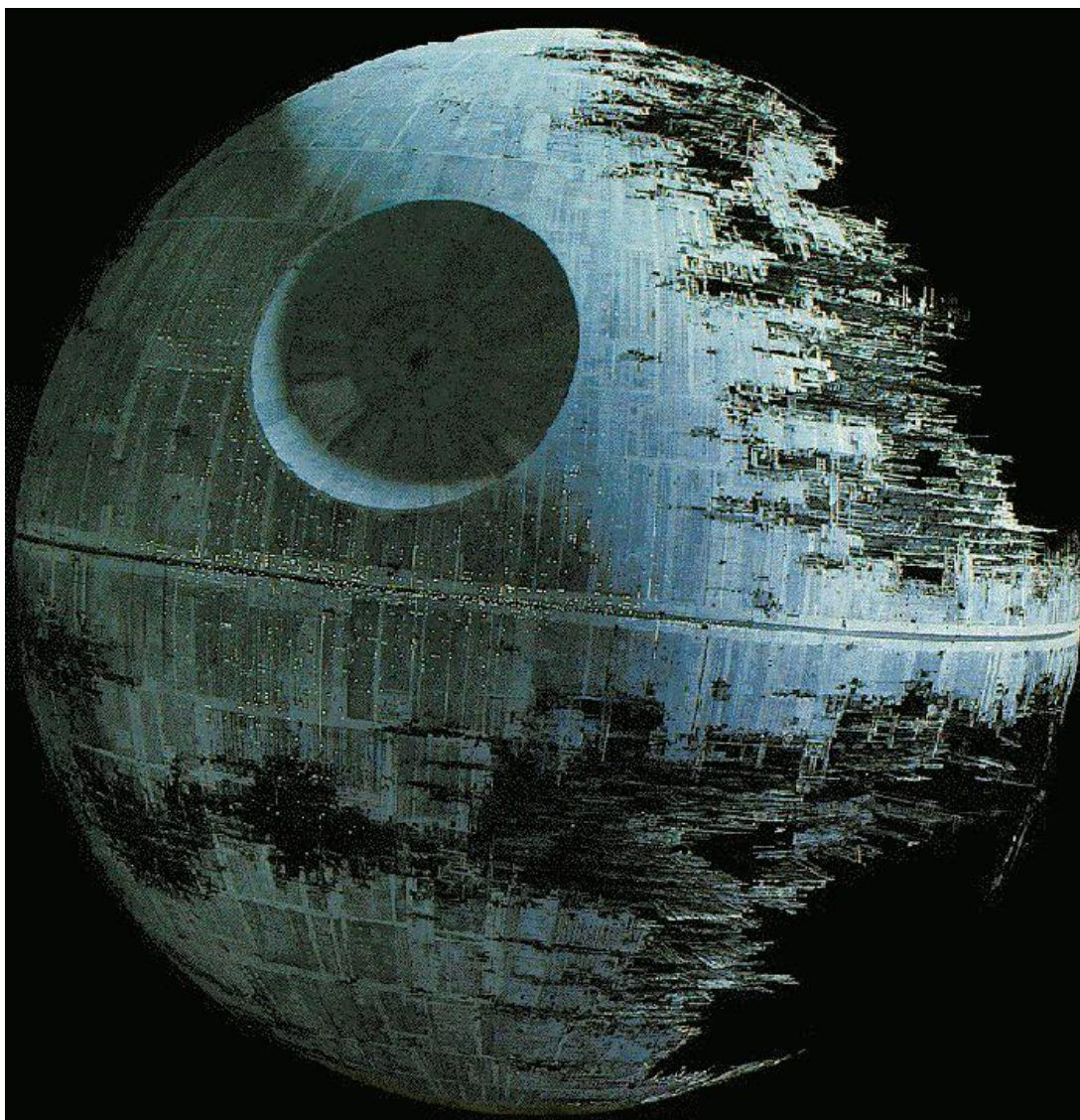


FIG. A.4 – *L'étoile de la mort* ou *Death Star* telle qu'elle est représentée dans le film de G. Lucas *Le retour du Jedi*. Cet objet, ou son dérivé, la « sphère de Dyson », est-il l'explication à la matière noire ? En tout cas, cette représentation d'un soleil noir a un fort écho dans l'imaginaire de notre civilisation (image tirée du site <http://www.geocities.com/Hollywood/Picture/9193>).

les processus de la pensée. Nous croyons que ces mécanismes existent, et, bien qu'invisibles, nous les appelons « le génie ». De là, un lien très clair s'établit avec cet être dont l'image d'Épinal le condamne à l'enfermement dans quelque lampe... A ce propos, Mark Kac disait de Feynman :

« The workings of their minds is for all intents and purposes incomprehensible. Even after we understand what they have done, the process by which they have done it is completely dark. » [Gleick, page 315]

Ailleurs, dans la littérature de Science Fiction, cf. [Bloch, page 153], il est question d'un meurtrier semblable à Jack l'Éventreur, qui fascine par sa présence insoupçonnée parmi les citadins de la ville qu'il terrorise. Ce qu'il faut retenir ici, c'est que la ville ne peut être comprise que si on arrive à prendre conscience de cette présence invisible - invisible car tellement semblable aux autres présences qui elles sont « dispensables ». Je propose cette formule provocatrice, qui transmet bien l'idée récurrente dans ce type de littérature :

« La matière noire est parmi nous, mais nous ne savons pas la voir ».

Je vais terminer par un des tableaux que Chirico a peint vers la fin de sa vie, en 1971, qui synthétise de façon désopilante ce thème de la matière noire^z : *Intérieur métaphysique et soleil couchant*, cf. figure A.5, ou encore un autre, *Levé de soleil sur le carré* cf. figure A.6. On peut y admirer une plastique déconcertante associée à une symbolique avec laquelle j'ai quelques affinités. Et d'ailleurs, peut-être est-ce en réponse à un de ses compagnons, Joseph Cusinamo, qui demandait :

« Et qu'aimerais-je, sinon l'énigme ? »

que Chirico dit :

« Il y a bien plus d'énigmes dans l'ombre d'un homme qui marche au soleil que dans toutes les religions passées, présentes et futures. »

J'espère que ce parcours quelque-peu erratique a atteint son but : ouvrir des perspectives qui permettront à chacun de chercher le sombre autour de lui. Il est temps maintenant de quitter les chemins de traverse pour aborder ce que j'avais annoncé comme étant la synthèse des connaissances utiles à la maîtrise des idées scientifiques qui sous-tendent la recherche de matière noire aujourd'hui.

^zPour un très beau parcours des peintures de Chirico, je vous renvoie au site <http://www.geocities.com/Athens/6123>.



FIG. A.5 – *Intérieur métaphysique et soleil couchant* par GIORGIO CHIRICO, 1971 (image tirée du site <http://www.geocities.com/Athens/6123>).

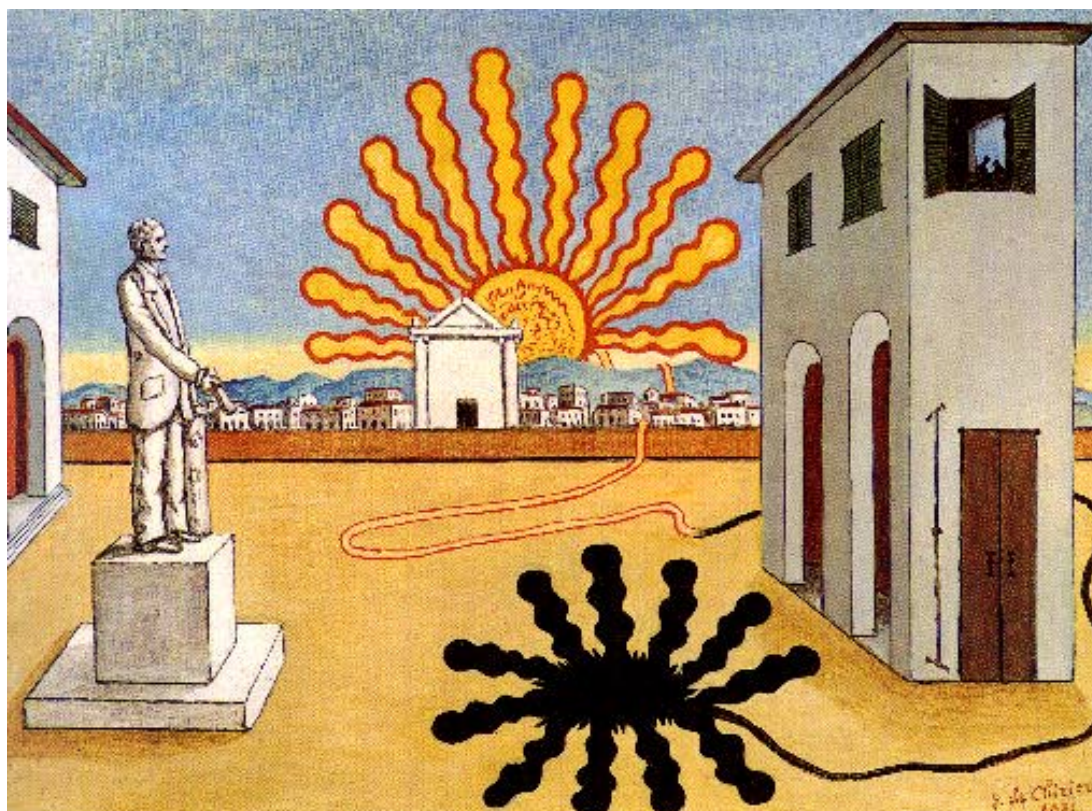


FIG. A.6 – *Levée de soleil sur le carré* par GIORGIO CHIRICO, 1971 (image tirée du site <http://www.geocities.com/Athens/6123>).

Annexe B

Sur les propriétés de l'amplification

Dans cette annexe, je désire mettre en évidence certaines propriétés très intéressantes de la fonction d'amplification décrite par la relation (2.6). Ce travail fût motivé par ([Gondolo]), dont je reprends certaines des notations.

B.1 L'amplification est quasi auto-inverse.

Nous pouvons écrire l'amplification comme

$$A(t) = \frac{2 + u^2(t)}{u(t)\sqrt{4 + u^2(t)}} \quad (\text{B.1})$$

avec :

$$u(t) = \sqrt{\left(\frac{t - t_0}{t_e}\right)^2 + u_{min}^2} \quad (\text{B.2})$$

ce qui nous donne :

$$\phi_{pixel}(t) = \phi_{fond} + (A(t) - 1) \cdot \phi_{\star} \cdot f_s(t) \quad (\text{B.3})$$

dont nous tirons :

$$\Delta F(t) = \phi_{pixel}(t) - \phi_{pixel}(\pm\infty) = \phi_{\star} \times (A(t) - 1) \quad (\text{B.4})$$

avec :

$$\Delta F_{max} = \phi_{pixel}(t_0) - \phi_{pixel}(\pm\infty) = \phi_{\star} \times (A(t_0) - 1). \quad (\text{B.5})$$

En posant :

$$f(x) = \frac{x+2}{\sqrt{x \cdot (x+4)}} - 1 \quad (\text{B.6})$$

nous avons :

$$A(t) = f(u^2(t)) + 1$$

ainsi que :

$$\Delta F(t) = \phi_{\star} \times f(u^2(t)) \quad (\text{B.7})$$

qui est la grandeur physique qui nous importe dans notre étude des courbes de lumière, ce qui permet de réécrire la relation (B.5) sous la forme :

$$\Delta F_{\max} = \Delta F(t_0) = \phi_{\star} \times f(u_{\min}^2) \quad (\text{B.8})$$

ce qui montre que pour un événement microlentille mettant en jeu deux masses ponctuelles, l'écart maximum de flux reçu ne dépend que de u_{\min} . Il est souvent nécessaire d'inverser la relation (B.7) et par conséquent la relation (B.6), notamment pour trouver l'instant où l'amplification atteint la moitié de son maximum. Voyons comment il est possible de simplifier cette opération et de trouver un ensemble de notations qui nous sera utile par la suite.

Pour simplifier les équations, nous prendrons $t_0 = 0$, ce qui ne change pas la généralité des calculs, car il s'agit juste d'une translation temporelle qu'il est aisé de réintroduire dans les équations à posteriori. Quand nous résolvons l'équation :

$$\Delta F(t_{1/2}) = \frac{\Delta F_{\max}}{2}$$

dans laquelle nous pouvons simplifier chaque membre par ϕ_{\star} nous obtenons deux solutions réelles égales en valeur absolue et opposées en signe, dont nous ne garderons que celle qui décrit toujours un temps positif :

$$t_{1/2} = t_e \cdot \frac{\sqrt{2 \cdot k \cdot \sqrt{k^2 - 1} - (k^2 - 1) \cdot (2 + u_{\min}^2)}}{\sqrt{k^2 - 1}} \quad (\text{B.9})$$

avec, en nous servant de la relation (B.8) :

$$k = \frac{\Delta F_{\max}}{2 \cdot \phi_{\star}} = \frac{f(u_{\min}^2)}{2} \quad (\text{B.10})$$

où il nous faut juste retenir que $t_{1/2}$ peut s'écrire sous la forme :

$$t_{1/2} = t_e \cdot w(u_{\min}) \quad (\text{B.11})$$

où w est une fonction qu'il nous serait possible de formuler à partir des relations (B.9) et (B.10). Mais avant de procéder de la sorte, il nous est possible de faire une étude plus astucieuse. En effet,

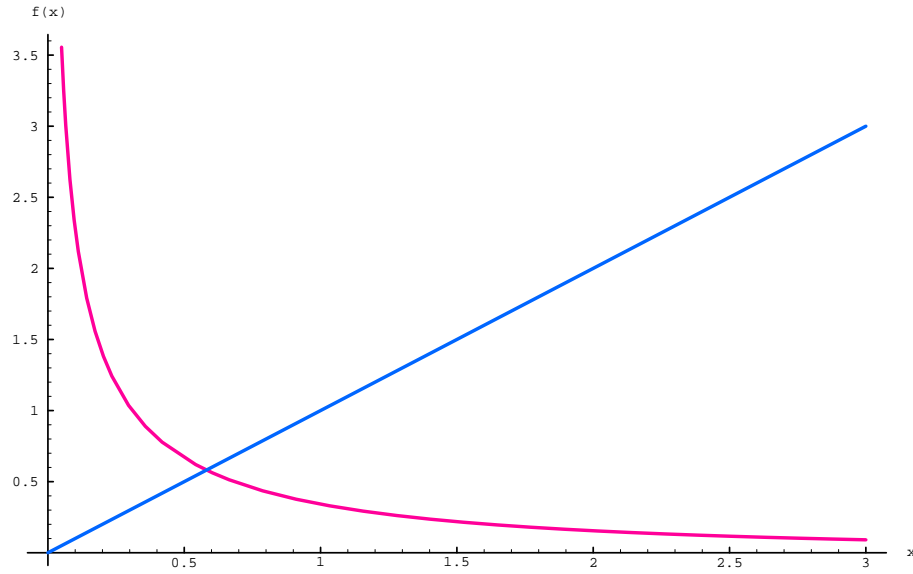


FIG. B.1 – La fonction f est tracée en rouge avec la fonction identité $y = x$ en bleu : nous pouvons voir que nous avons presque $f \circ f = Id$.

le graphe de la fonction f (cf. figure B.1) nous montre que cette dernière a une forme de symétrie qui évoque celle de la fonction inverse $1/x$. Si nous faisons une petite étude graphique, en prenant comme abscisse de départ $x_0 = 1$, nous trouvons $f(1) \approx 0,35$ et $f(0,35) \approx 0,9$. En réalité, nous avons $f(f(1)) \approx 0,92$. Guidés par cette idée que la fonction f est quasiment sa propre inverse, nous pouvons tenter de mieux cerner le problème en développant sous forme polynomiale l'équation $f(x) = y$, qui nous donne :

$$\frac{x+2}{\sqrt{x \cdot (x+4)}} - 1 = y \Rightarrow \left(\frac{x+2}{\sqrt{x \cdot (x+4)}} \right)^2 = (y+1)^2 \Rightarrow \frac{4 - 8xy - 2x^2y - 4xy^2 - x^2y^2}{x(4+x)} = 0$$

d'où :

$$P(x, y) = 4 - 8x \cdot y - 2x^2 \cdot y - 4x \cdot y^2 - x^2 \cdot y^2 = 0$$

est le polynôme dont la résolution en prenant x ou y comme inconnu nous donne f^{-1} et f respectivement. Nous remarquons que les termes en x et en y jouent dans P quasiment le même rôle, i.e. nous pourrions les intervertir sans rien changer au polynôme P ou presque, ce qui traduit de façon algébrique la propriété observée graphiquement. Afin de finaliser cette symétrie entre les deux variables, il apparaît une transformation assez aisée à mettre en évidence, à savoir :

$$y \equiv \frac{u}{2} \Rightarrow P\left(x, \frac{u}{2}\right) = Q(x, u) = 4 - 4x \cdot u - x^2 \cdot y - x \cdot y^2 - \frac{x^2 \cdot y^2}{4} = Q(u, x) \quad (\text{B.12})$$

ce qui nous conduit à considérer l'équation $f(x) = y/2$ pour laquelle la relation (B.12) nous dit que : $f(y) = x/2$. Ainsi, nous avons trouvé une fonction g qui satisfait $g^{-1} = g$, à savoir :

$$g(x) \equiv 2 \cdot f(x) = 2 \cdot \left(\frac{x+2}{\sqrt{x \cdot (x+4)}} - 1 \right) \Rightarrow g^{-1}(x) = g(x) \quad (\text{B.13})$$

et qui est une propriété remarquable de la loi d'amplification.

Nous allons maintenant tirer profit de cette découverte pour écrire, à l'aide des équations (B.8) et (B.13) :

$$\Delta F(t_{1/2}) = \frac{\Delta F_{max}}{2} \Rightarrow g(u^2(t_{1/2})) = \Delta F_{max}$$

d'où :

$$u^2(t_{1/2}) = g^{-1}(\Delta F_{max}) = 2 \cdot f(\Delta F_{max}) = 2 \cdot f(f(u_{min}^2)) \quad (B.14)$$

et ce résultat combiné avec la relation (B.2) nous donne :

$$t_{1/2} = t_e \cdot \sqrt{u^2(t_{1/2}) - u_{min}^2} \equiv t_e \cdot w(u_{min}) \quad (B.15)$$

ce qui explicite de façon simple la fonction w de la relation (B.11) :

$$w(x) = \sqrt{2 \cdot f \circ f(x) - u_{min}^2} \quad (B.16)$$

Ce travail nous a donc permis de simplifier grandement les écritures tout en apportant une plus grande intimité avec la fonction d'amplification.

B.2 Ajustement sur l'amplification et sur le flux

Dans l'article de [Woźniak Paczyński] se propose d'étudier les différences entre les courbes d'amplification avant et après ajustement est exposé un travail basé sur un ajustement sur l'amplification, et je souhaite donner quelques remarques concernant la différence qui existe dans un ajustement de l'amplification et un ajustement du flux.

Considérons l'équation (4.50), et supposons qu'un certain ajustement sur une courbe théorique construite avec l'ensemble des paramètres physiques $E = \{\phi_\star, t_e, u_{min}\}$ pendant la période d'observation O donne un ensemble des paramètres \widehat{E} tel que $E \neq \widehat{E}$, fondement de l'hypothèse de dégénérescence, et

$$\forall t \in O, \exists \epsilon \in \mathbb{R} / |\phi_p(t) - \widehat{\phi}_p(t)| \leq \epsilon \quad (B.17)$$

où ϵ est assez petit pour traduire l'idée physique que l'ajustement est bon malgré la différence entre les paramètres ajustés \widehat{E} et les paramètres réels E . Le symbole du « chapeau » désignera les valeurs tirées de l'ajustement. Ici n'apparaissent ni ϕ_{fond} , car nous considérerons, comme suggéré dans ([Woźniak Paczyński]), que nous disposons d'un important bras de levier observationnel nous permettant d'accéder de façon précise à ce paramètre, ni t_0 qui est supposé bien connu, ce qui ne fait que simplifier l'exposé.

La relation (4.50) nous donne :

$$A(t) = \frac{\phi_p(t) - \phi_{fond}}{\phi_\star} + 1 \quad (B.18)$$

ce qui nous conduit à :

$$A(t) - \widehat{A}(t) = \frac{\phi_p(t) - \phi_{fond}}{\phi_\star} - \frac{\widehat{\phi}_p(t) - \phi_{fond}}{\widehat{\phi}_\star}$$

d'où :

$$A(t) - \widehat{A}(t) = \frac{(\phi_p(t) - \widehat{\phi}_p(t)) + (\phi_p(t) - \phi_{fond}) \times (\widehat{\phi}_\star - \phi_\star)}{\widehat{\phi}_\star \times \phi_\star} \quad (\text{B.19})$$

où nous voyons que le terme d'écart entre les flux réel et ajusté apparaît au numérateur. Grâce à l'hypothèse donnée dans la relation (B.17) qui exprime le faible écart entre le flux réel et ajusté, la relation (B.19) nous conduit à une inégalité de la forme :

$$A(t) - \widehat{A}(t) \geq \frac{(\phi_p(t) - \phi_{fond}) \times (\widehat{\phi}_\star - \phi_\star)}{\widehat{\phi}_\star \times \phi_\star} \quad (\text{B.20})$$

où le membre de gauche n'est pas nul car nous avons supposé que $E \neq \widehat{E}$, ce qui démontre que la relation (B.17) n'implique pas un écart d'amplification faible. Remarquons tout de suite que nous pouvons ré-écrire cette dernière relation sous la forme

$$A(t) - \widehat{A}(t) \geq \frac{(A(t) - 1) \times (\widehat{\phi}_\star - \phi_\star)}{\widehat{\phi}_\star} \quad (\text{B.21})$$

grâce à la relation (4.50).

Nous pouvons inverser le raisonnement et ainsi en conclure que *faire un ajustement sur l'amplification n'est pas équivalent à faire un ajustement sur les flux*, si nous entendons par « ajustement » le fait de faire correspondre au mieux la courbe ajustée à la courbe expérimentale. Nous verrons ce résultat sous une autre forme dans l'exposé de la simulation numérique qui suit. Mais avant cela, retenons que la relation (B.20) nous prédit que l'écart entre les amplifications sera important quand l'écart entre le flux réel et le fond sera grand, i.e. au coeur de l'amplification.

B.3 Amplification équivaut à une étoile fictive

Il est intéressant de présenter ici le modèle qui sous-tend la détection des effets de microlentille par la méthode des pixels. Lorsqu'une étoile parmi ses cent compagnes de pixel est amplifiée, elle devient en quelque-sort une étoile résolue, à savoir que sa luminosité apparente simule l'existence d'une étoile non amplifiée qui se trouverait à une distance bien moindre. Étant donné que la luminosité apparente décroît comme le carré de la distance à laquelle l'objet lumineux observé se trouve, nous en déduisons que cette étoile fictive se trouve à une distance d donnée par :

$$d = \frac{D}{\sqrt{(A(t) - 1) \cdot \phi_{\text{étoile}} \cdot f(\text{seeing})}} \quad (\text{B.22})$$

où D est la distance de la galaxie contenant l'étoile source. Ainsi, une étoile source est, par son amplification, comme rapprochée de l'observateur.

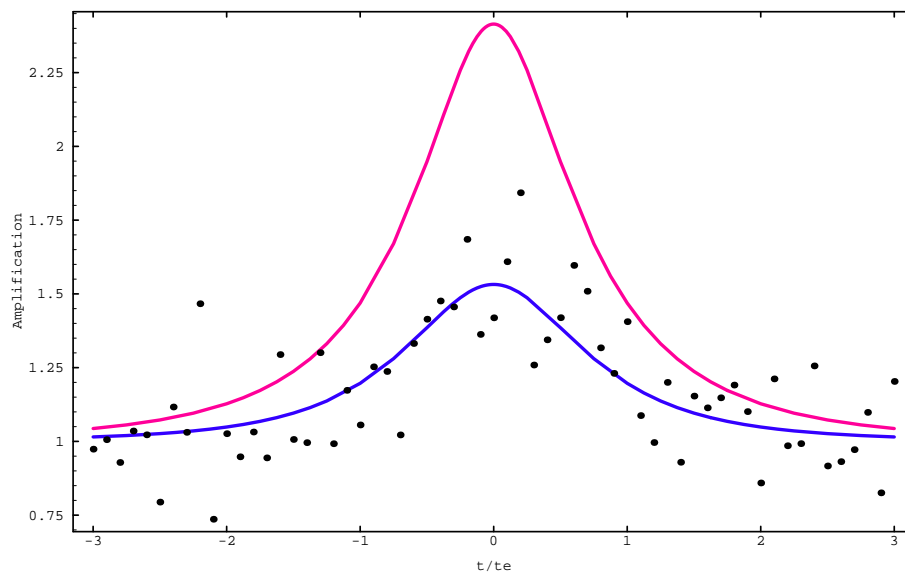


FIG. B.2 – Courbe originale de l’amplification en bleu, avec en noir les points échantillonnés du flux transformés en amplification en utilisant l’équation (B.18), et ajustement en rouge (valeurs d’origine 1 avec $\phi_{\star} = 80$, cf. tableau 4.2). Pour la transformation en amplification, les valeurs des paramètres sont ceux d’origine, i.e. ceux qui ont généré la courbe en bleu de la figure 4.28. La différence entre les deux courbes est remarquable, malgré la faible différence visible sur la courbe des flux de la figure 4.28, et s’explique par l’équation (B.20).

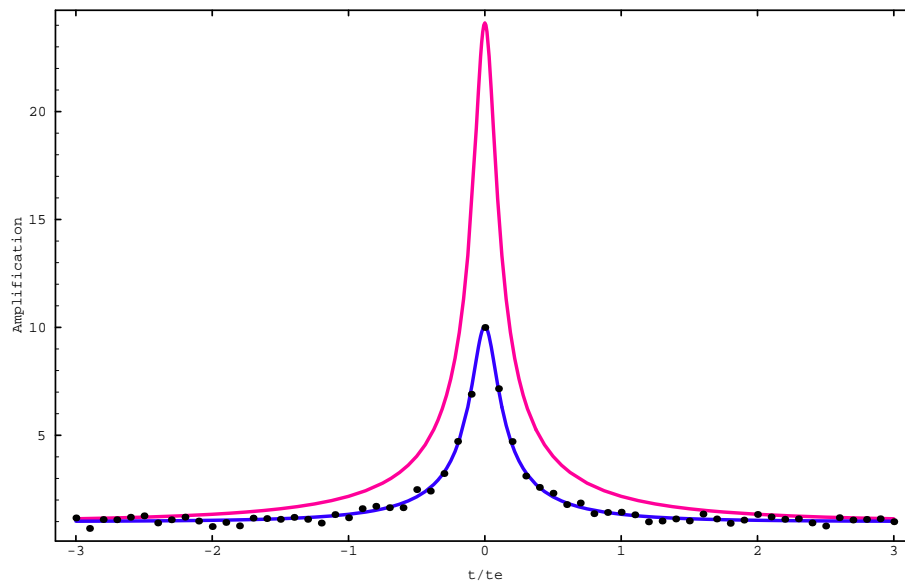


FIG. B.3 – Courbe originale de l’amplification en bleu, avec en noir les points échantillonnés du flux transformés en amplification en utilisant l’équation (B.18), et ajustement en rouge (valeurs d’origine 2 avec $\phi_{\star} = 80$, cf. tableau 4.2). Pour la transformation en amplification, les valeurs des paramètres sont ceux d’origine, i.e. ceux qui ont généré la courbe en bleu de la figure 4.30. La différence entre les deux courbes est remarquable, malgré la faible différence visible sur la courbe des flux de la figure 4.28, et s’explique par l’équation (B.20).

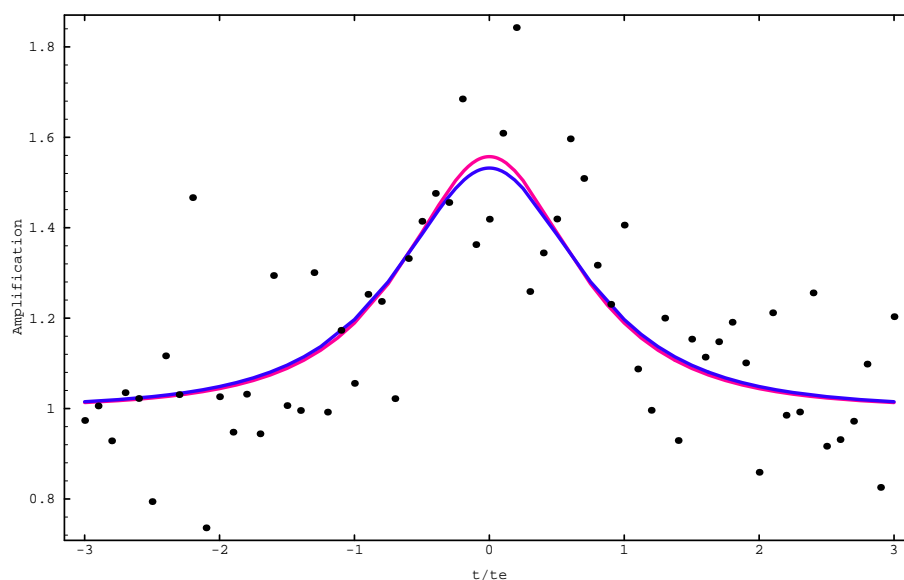


FIG. B.4 – Nous voyons ici les courbes d’amplification avec en bleu la courbe d’origine, et en rouge la courbe ajustée mais cette fois-ci en forçant le flux de l’étoile au repos, ϕ_{\star} à sa véritable valeur d’origine (valeurs d’origine 1 avec $\phi_{\star} = 200$, cf. tableau 4.2). Nous voyons qu’à la différence de la figure B.2, l’écart des amplifications est maintenant faible, comme prévu par l’équation (B.20).

Annexe C

L'absorption et la stabilisation de seeing

Je vais montrer les liens qui existent entre la stabilisation de *seeing* et l'alignement photométrique : si ce dernier n'est pas bien fait, alors la première n'est plus qu'une correction d'alignement photométrique, et perd sa capacité à stabiliser le *seeing*. Pour montrer cela, je vais partir de l'hypothèse que l'alignement photométrique n'a pas été bien effectué, et je vais montrer que les équations de stabilisation de *seeing* apparaissent tout naturellement pour corriger le tir. ϕ_c désigne le flux sur l'image courante aligné photométriquement (peut-être mal alignée, mais l'opération d'alignement a été effectuée) sur ϕ_r qui est le flux sur l'image de référence, et ϕ_c^o est le flux brut (le flux dans l'image d'origine) sur l'image courante (non alignée photométriquement). Je rappelle que le symbole $\widetilde{\phi}$ désigne le médian.

C.1 Heuristique

Nous avons la relation suivante, cf. équations 4.13 et 4.15,

$$\phi_c - \widetilde{\phi}_r = (1 + \alpha_s) \cdot (\phi_r - \widetilde{\phi}_r) + \beta_s, \quad (\text{C.1})$$

que l'on peut réécrire

$$\phi_r = \frac{1}{1 + \alpha_s} \phi_c - \frac{\widetilde{\phi}_r + \beta_s}{1 + \alpha_s} + \widetilde{\phi}_r$$

ce qui est très exactement la forme de la relation de recalage photométrique, cf. équation (3.35).

C.2 La transformation de base

Dans la réalité, nous avons effectué une transformation du flux brut ϕ_c^o reçu dans l'image courante pour obtenir le flux sur lequel nous travaillons (pour faire l'analyse) :

$$\phi_c = a \cdot \phi_c^o + b - \text{médian}(a \cdot \phi_c^o + b) + \widetilde{\phi}_r \quad (\text{C.2})$$

où a et b sont les coefficients d'alignement photométriques mesurés (et peut-être faux), ce qui s'écrit, par linéarité du médian,

$$\phi_c = a \cdot \phi_c^o - a \cdot \widetilde{\phi}_{cc}^{oo} + \widetilde{\phi}_r. \quad (C.3)$$

Supposons maintenant que ces coefficients a et b sont mauvais, et que les véritables coefficients sont A et B . Dans ce cas, nous avons $\phi_r = A \cdot \phi_c^o + B \Leftrightarrow \phi_c^o = \frac{\phi_r - B}{A}$ ce qui, substitué dans (C.3), nous donne, encore par linéarité du médian,

$$\phi_c = \frac{a}{A} (\phi_r - \widetilde{\phi}_r) + \widetilde{\phi}_r. \quad (C.4)$$

Cette dernière relation nous donne

$$\phi_c - \widetilde{\phi}_r = \frac{a}{A} (\phi_r - \widetilde{\phi}_r) \quad (C.5)$$

où nous retrouvons l'écriture (C.1) avec $1 + \alpha_s = \frac{a}{A}$ et $\beta_s = 0$, ce qui nous conduit au fait que le véritable coefficient de l'alignement photométrique est

$$A = \frac{a}{1 + \alpha_s}. \quad (C.6)$$

Si nous avons une erreur d'alignement photométrique, nous aurons donc un comportement très semblable au cigare de dépendance observé dans le cas des images avec des *seeings* différents.

C.3 Correction de l'erreur sur l'alignement photométrique

Maintenant, nous voyons qu'il nous faut remplacer a par $\frac{a}{1 + \alpha_s}$ pour bien faire les choses, ce qui nous conduit, avec l'équation (C.4) à

$$\phi_c^{vrai} = \frac{a}{(1 + \alpha_s) \cdot A} (\phi_r - \widetilde{\phi}_r) + \widetilde{\phi}_r = \frac{\phi_c}{1 + \alpha_s} + \left(\widetilde{\phi}_r - \frac{\widetilde{\phi}_r}{1 + \alpha_s} \right)$$

d'où

$$\phi_c^{vrai} = \frac{\phi_c + \alpha_s \cdot \widetilde{\phi}}{1 + \alpha_s} \quad (C.7)$$

ce qui est exactement l'équation de stabilisation de *seeing*, avec $\beta_s = 0$ (ce qui est proche de la réalité).

J'ai donc montré ici qu'une erreur sur l'alignement photométrique conduisait à une correction en tous points semblable à celle que nous effectuons pour stabiliser le *seeing*. Cela nous montre que la stabilisation de *seeing* ne peut réellement agir sur le *seeing* que dans le cas où l'alignement photométrique a bien été pris en compte auparavant. Dans le cas contraire, l'effet dû à l'erreur d'alignement photométrique est dominant, perturbation globale sur l'image, et nous ne sommes pas capables de faire apparaître l'effet dû au *seeing*, qui est en fait une perturbation locale du deuxième ordre. Ainsi, dans le cas où notre processus d'alignement photométrique est fragilisé par l'absence de gradient de luminosité, comme cela est le cas dans les images de l'INT, nous courons le risque d'avoir une dégénérescence entre les effets dus au *seeing* et ceux dus à l'absorption.

Annexe D

Effets photométriques du *seeing*

Nous avons vu que le *seeing* était l'élargissement observé d'une source lumineuse ponctuelle sur la surface collectrice du détecteur utilisé, la CCD pour AGAPE. La méthode des pixels se propose de suivre l'intensité lumineuse recueillie dans chacun des pixels de la CCD (cf. chapitre 3). Afin de bien comprendre l'influence néfaste du *seeing*, et plus exactement des variations du *seeing*, dans l'analyse des données, représentons-nous le ciel en une dimension x , au lieu de deux, et sur le ciel unidimensionnel, plaçons une étoile dont le signal ϕ_r sera représenté par un δ (la fonction delta de Dirac ou plus exactement la *distribution de Dirac*) au point x_0 :

$$\phi_r(x) = \delta(x - x_0) \quad (\text{D.1})$$

L'atmosphère va alors transformer le δ en une fonction ϕ_o non plus ponctuelle mais continue dans l'espace :

$$\phi_o(x) = F(x - x_0) \quad (\text{D.2})$$

où F est une fonction continue qui dépend des conditions atmosphériques, qui reflète ses propriétés et qui entache toute observation (et que nous retrouverons plus tard, dans un cadre conceptuellement similaire, sous le nom de *fonction d'appareil*). Ce n'est, vue notre discussion sur les effets de turbulence atmosphériques, pas une fonction delta (auquel cas nous retrouverions l'équation (D.1) originelle, l'atmosphère n'étant alors qu'un filtre transparent), mais une fonction qui a une certaine forme et une certaine étendue ou largeur.

D.1 Fonction d'appareil et PSF

Suite à notre précédente discussion sur le *seeing*, nous pouvons définir le *seeing* comme la largeur à mi-hauteur de la fonction F , qui n'est autre que la PSF ou *Point Spread Function*, dont la traduction en français « fonction d'étalement du point » évoque clairement la nature de cette fonction. En général, la PSF est modélisée par une gaussienne, dont l'écart type σ est directement relié au *seeing* :

$$F_{gauss}(x - x_0) = \frac{\phi_e}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp -\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2} \quad (\text{D.3})$$

avec, par définition du *seeing* comme la largeur à mi-hauteur ou FWHM (*Full Width Half Maximum*) de la PSF,

$$\sigma = \frac{\text{seeing}}{2\sqrt{\ln(4)}} = \frac{FWHM}{2\sqrt{\ln(4)}} \quad (\text{D.4})$$

où nous avons inclus le flux de l'étoile ϕ_e afin que l'intégrale de F_{gauss} soit égale au flux initial de l'étoile : la PSF étale le signal originel mais conserve l'énergie.

Maintenant, si l'intensité lumineuse émise par l'étoile est distribuée continuellement sur une étendue spatiale suivant la loi ϕ_r , qui n'est donc plus discontinue comme dans l'équation (D.1), alors l'intensité $\phi_r(x_0)$ émise depuis le point x_0 contribuera bien-entendu à l'intensité mesurée $\phi_o(x_0)$, mais l'intensité $\phi_r(x_0 + \epsilon)$ y contribuera aussi, si ϵ n'est pas trop grand, l'idée étant que la fonction F peut, à cette condition, s'étendre du point $x_0 + \epsilon$ jusqu'au point x_0 . Le résultat de la mesure $\phi_o(x_0)$ est donc la somme de toutes les contributions des points voisins de x_0 , pondérés par la fonction F , et pas simplement la contribution de l'intensité émise en x_0 . Cela s'écrit comme le produit de convolution de ϕ_r par F :

$$\phi_o(x_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi_r(x) F(x - x_0) dx = [\phi_r \star F](x_0)$$

Il est maintenant aisé de comprendre que la fonction F dans l'équation (D.2) est bien la PSF si nous nous souvenons que la distribution de Dirac est l'opérateur identité pour la convolution, à savoir :

$$[\delta \star F](x) = F(x)$$

ce qui, physiquement, signifie qu'en passant le signal ponctuel d'une étoile par le filtre de l'atmosphère (je convolve mon signal ponctuel par le filtre atmosphérique), j'obtiens un signal *qui est mon filtre atmosphérique*. Ainsi, quand je regarde le résultat du filtre sur une étoile, je vois le filtre, sa fonction représentative, centrée sur l'étoile, le delta.

La fonction d'appareil décrit en fait le même phénomène d'élargissement du signal que celui causé par l'atmosphère, mais est propre à l'appareillage. C'est cette fonction qui est la cause de l'étalement d'une source ponctuelle même en l'absence d'atmosphère, étalement qu'exprime l'équation (4.5). Nous pouvons appliquer ici le même raisonnement que celui qui a été fait dans le cas du filtre atmosphérique, et nous avons là aussi la notion de PSF qui apparaît. En pratique, nous pouvons parler d'une fonction d'appareil généralisée qui est, en quelque-sort, le produit de convolution des PSF atmosphériques et d'appareil, où il faut retenir que la PSF atmosphérique est dominante sur la PSF d'appareil : les variations de *seeing*, notamment, induisent des variations de PSF atmosphérique qui sont dominants par leurs effets sur les sources ponctuelles dans les images.

Pour simplifier, nous utiliserons maintenant la notion de PSF dans le sens de PSF globale, prenant en compte tous les effets d'étalement dus à l'appareillage et à l'atmosphère. Ainsi, le *seeing* sera la FWHM de la PSF, ce qui, observationnellement, correspond à la FWHM d'une étoile de mon champ^a. Physiquement, le *seeing* représente le degré d'étalement induit par les différentes causes (atmosphère, appareillage, etc.) et, dans l'hypothèse d'une PSF de type gaussien comme dans (D.3), le *seeing* est directement relié à la largeur de ma PSF de la façon donnée dans (D.4). Pour reprendre la conclusion du paragraphe précédent, en observant le résultat d'une PSF gaussienne sur une étoile, je retrouve la gaussienne centrée sur l'étoile représentée par le delta.

^aNous avons déjà dit qu'une PSF était, par construction, le signal reçu d'une étoile ponctuelle.

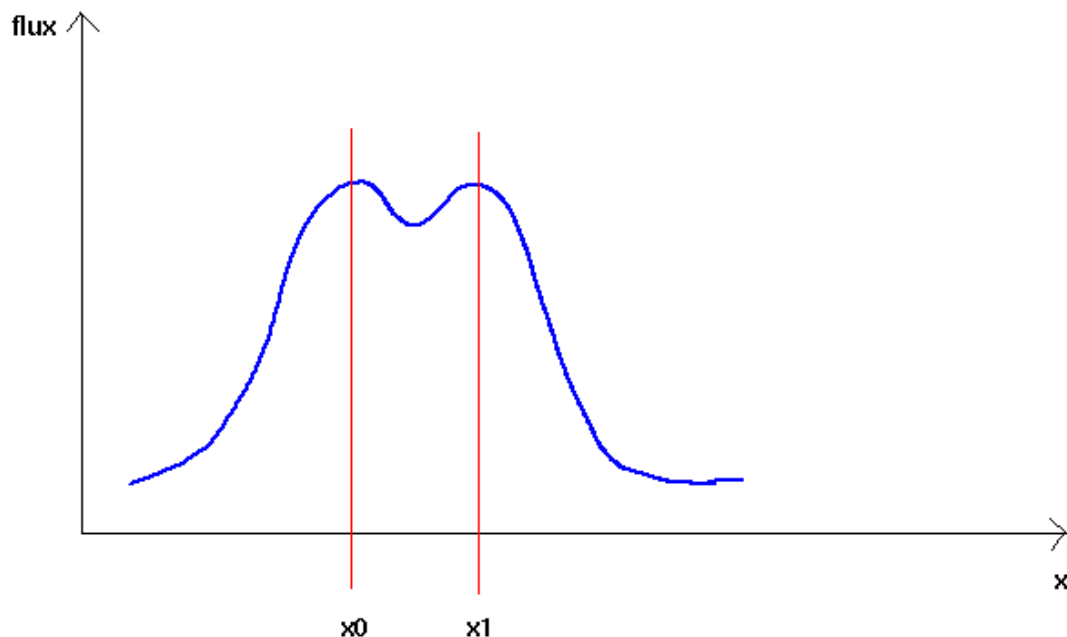


FIG. D.1 – Ceci est un schéma représentant deux signaux gaussiens, posés sur un fond plat, visualisés selon une seule dimension. Le flux total s’ajoute, et nous effectuons en chaque point la somme des deux gaussiennes. Quand la distance entre les deux traits verticaux rouges, désignant le centre de chacun des signaux, est inférieure au *seeing*, qui est la largeur à mi-hauteur du signal gaussien, alors on ne peut plus séparer les deux signaux, il n’y a plus qu’un seul pic visible.

D.2 La résolution

Avant de donner une réponse, introduisons la notion de *résolution*. Celle-ci exprime la capacité de différencier deux sources lumineuses ; c’est la FWHM de la PSF globale, le *seeing*. En effet, si par exemple cette largeur est égale à Λ , et si les deux sources lumineuses sont situées, sur un axe x les reliant, en $x = l$ et $x = l + \Lambda$, elles pourront tout juste être différenciées : sur une image de ces deux sources, nous verrons la somme des deux PSF - le mélange pondéré des contributions des points voisins - et en $x = l + \frac{\Lambda}{2}$ chacune des deux PSF contribue pour moitié à leur hauteur respective - par définition de $\Lambda = FWHM$ - et nous avons :

$$\text{Somme}\left(l + \frac{\Lambda}{2}\right) \simeq \min(\text{Source}(l), \text{Source}(l + \Lambda)) \quad (\text{D.5})$$

où $\text{Somme}(x)$ désigne la somme des deux PSF en x , $\min(a, b)$ donne le plus petit des deux arguments a et b , et $\text{Source}(x)$ désigne la valeur des sources en x^b . Cette dernière expression nous montre que les deux sources ne peuvent plus être différenciées.

Imaginons maintenant que le ciel, unidimensionnel, est un *Shah de Dirac*, que nous désignerons par

^bNous avons $\text{Source}(x) = \delta(x - l) + \delta(x - (l + \Lambda))$.

le symbole \perp , et qui est une succession de pics de Dirac sur l'axe représentant le ciel^c. $[\perp \star PSF]$ est une succession de PSF répartis sur l'axe du ciel, et nous remarquons alors que si les pics sont très peu espacés, et n'ont que des faibles différences de hauteur, la somme des PSF résultantes sera une sorte de plateau : des basses fréquences de très grosse amplitude, et des hautes fréquences de faible amplitude. Cela constitue le *fond de ciel*^d. Si certaines étoiles sont beaucoup plus lumineuses, leur PSF résultante sera dominante dans le milieu environnant : elles apparaîtront comme posées sur le fond de ciel. Cela explique l'appellation d'*étoile résolue* pour ces dernières, et d'*étoile non résolue* pour les premières. Nous pouvons maintenant aborder la réponse à la question de savoir comment modéliser la PSF des étoiles sur l'image astronomique.

Une approche consiste à considérer que le fond est un signal constant, et les étoiles sont des pics de Dirac *posés sur ce fond*. Dans ce cas, en ayant soin de remarquer que :

$$[const \star F](x) = const \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} F(y) dy \quad (D.6)$$

et que pour un filtre F gaussien, l'intégrale converge vers 1 dans (D.6), nous avons, après filtrage atmosphérique, un fond sur lequel se trouvent autant de PSF qu'il y avait d'étoiles^e. Nous pouvons alors en conclure que l'image est la superposition d'un plan, le fond, avec des PSF qui ont toutes la même FWHM. La technique consistera dans ce cas à faire l'ajustement, sur une étoile résolue de l'image, d'une PSF que nous avons choisie comme étant une gaussienne 2D, plus un plan. Ce plan, dans le cas d'AGAPE, ne sera pas horizontal car nous avons affaire à un fort gradient dû à la proximité du centre de M31 sur nos images.

D.3 Importance de l'évaluation du fond

Dans cet ajustement, il faut alors faire attention au plan qui modélise le fond, car si ce dernier est mal évalué, de façon significative, aux abords des étoiles résolues, nous n'aurons pas un ajustement correct des PSF. L'idée est que dans un cas, j'ai accès à toute la PSF pour faire mon ajustement (avec les queues qui seront noyées dans le bruit du fond) et dans l'autre cas, je n'ai accès qu'à la partie émergente de la PSF. Pour le voir, imaginons que nous avons une PSF gaussienne g , représentant un objet stellaire de flux intégré ϕ_\star , et supposons que cette PSF est plongée dans un fond lumineux ϕ_{fond} que nous avons mal évalué par hypothèse (cf. figure D.2). Si nous sommes persuadés d'avoir un fond bien évalué, alors nous croyons voir dans la partie visible de la gaussienne $\phi_v = \phi_\star - \phi_{fond}$ la totalité du signal, mais en réalité une grande partie est cachée sous le fond mal évalué. Construisons maintenant un signal de PSF gaussienne de flux intégré égal à ϕ_v , et considérons deux cas :

- le *seeing* est mesuré par un processus concerné par notre problème ;
- le *seeing* est connu par un processus indépendant de notre problème.

^cShah est le nom de la lettre cyrillique III dont la graphie rappelle la succession de pics. Cette distribution est aussi appelée *peigne de Dirac*.

^dJe reprendrai la notion de « fond de ciel » page 268, où nous verrons pourquoi ce dernier n'influe pas sur le fond.

^eL'idée de l'équation (D.6) est que l'étalement horizontal d'une fonction homogène horizontalement ne modifie pas cette fonction. Toutes les fréquences spatiales étant déjà présentes, mon filtre, qui ne fait que dépeupler de façon homogène les fréquences spatiales d'origine pour en peupler d'autres, sera ici inopérant.

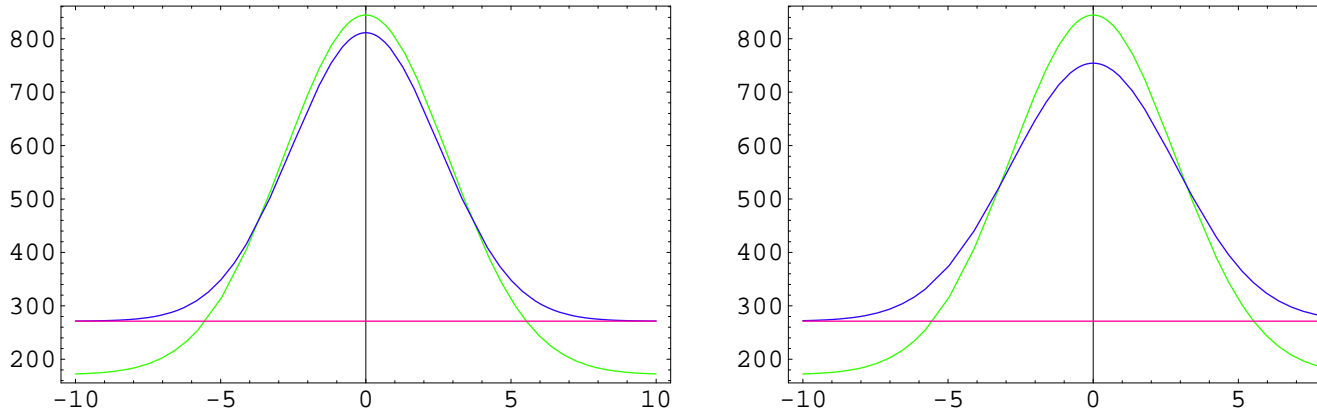


FIG. D.2 – Nous voyons un signal stellaire de PSF gaussienne de flux intégré ϕ_\star en vert, avec un fond mal évalué en rouge, qui résulte en une partie émergente de la gaussienne représentant un flux $\phi_v = \phi_\star - \phi_{fond}$ qui est pris comme flux intégré de la gaussienne en bleu. Maintenant que nous avons déterminé l'intégrale de la gaussienne en bleu, il nous reste, pour la définir complètement, à définir sa FWHM : à gauche nous avons en bleu une gaussienne de *seeing* donné par la FWHM de la partie de la courbe verte qui dépasse du fond, et à droite une gaussienne en bleu de même *seeing* que celui de la gaussienne originelle en vert. Pour les valeurs numériques, j'ai pris un fond réel de magnitude 20 et un fond évalué de magnitude 19,5 (cf. figure 3.5) avec un objet stellaire de magnitude 19 (cf. discussion sur le choix de la magnitude 19 dans la section 4.4.1). Cela montre toute l'importance d'avoir une bonne évaluation du fond ainsi que du *seeing*.

Dans le premier cas, cela signifie que nous allons prendre comme *seeing* la FWHM de la partie émergente de la gaussienne, et dans le second cas, nous avons accès au *seeing* donné par la FWHM de la gaussienne en son entier. Pour ces deux cas, j'ai construit un modèle à une dimension qui permet de se représenter ce qui se produit, et le résultat est montré dans la figure D.2. Nous voyons que dans les deux cas, nous avons des différences notables entre la réalité et ce que nous déduisons de nos mesures : dans le premier cas, j'ai un signal bleu qui colle bien à la partie émergente, mais j'ai été obligé de sous-évaluer le *seeing* (la FWHM de la partie émergente de la gaussienne verte est plus petite que sa véritable FWHM) ; dans le second cas, je vais avoir un mauvais ajustement, car la forme en bleu colle très mal à la partie émergente. L'effet décrit dans partie gauche de la figure D.2 revient en fait à observer le résultat d'un ajustement de gaussienne sur la partie émergente, l'ajustement étant tenu de reproduire à la fois le flux intégré et la FWHM, paramètres physiques bien visibles : c'est exactement l'effet que l'on a souvent observé lors des ajustements de gaussienne sur des étoiles de nos images, où quand on soustrait le résultat de l'ajustement à l'image d'origine, nous avons un pic positif central et une vallée négative circulaire. Cela montre encore une fois l'importance de bien ajuster le fond, de bien le maîtriser ; par ailleurs, nous voyons encore une fois que l'évaluation du *seeing* par des méthodes d'ajustement de gaussienne doit se faire prudemment.

D.4 Incertitude sur le *seeing*

La mesure du *seeing* par le calcul de la FWHM, comme décrit dans la section 4.1, souffre d'erreurs que je vais maintenant décrire en partant des causes.

D.4.1 Incertitude sur la hauteur du signal

Voyons tout d'abord la difficulté de définir la hauteur du signal à cause du bruit statistique qui déforme le pic de la PSF, difficulté qui va avoir une influence néfaste sur un ajustement de forme gaussienne permettant de calculer la FWHM. Un petit calcul nous montre qu'en considérant une PSF du type de (D.3), l'équation (D.4) modifiée pour prendre en compte une incertitude $\pm\epsilon$, exprimé en pourcentage, sur la demi-hauteur devient :

$$seeing = 2 \cdot \sigma \cdot \sqrt{\ln(4) \pm 4\epsilon} \approx 2 \cdot \sigma \cdot \sqrt{\ln(4)} \pm \sigma \cdot \frac{4 \cdot \epsilon}{\sqrt{\ln(4)}} \quad (D.7)$$

Avec un bruit statistique poissonnien qui engendre un bruit typique pour AGAPE de l'ordre de 5%, incertitude que l'on reporte sur la hauteur du maximum de la gaussienne normalisée, la demi-hauteur ayant alors une incertitude de 2,5% ce qui donne $\epsilon = 0,025$, nous obtenons une erreur relative de

$$\frac{\sigma \cdot \frac{4 \cdot \epsilon}{\sqrt{\ln(4)}}}{2 \cdot \sigma \cdot \sqrt{\ln(4)}} \approx 3,6\% \quad (D.8)$$

sur le *seeing*. En première approximation, l'erreur sur le *seeing* est de l'ordre de l'erreur sur le flux^f.

D.4.2 Améliorations du calcul de l'incertitude

Reprenons maintenant l'estimation de l'erreur sur l'évaluation du *seeing* : est-il justifié, dans le raisonnement qui fait usage de l'équation (D.7) pour estimer l'incertitude sur le *seeing* due à l'incertitude sur la hauteur du signal, de prendre comme incertitude relative sur la hauteur de la PSF l'incertitude relative fournie par l'utilisation de l'écart type de la distribution de Poisson^g, à savoir la racine du nombre de photons observé (qui, dans notre cas d'espace discrétisé par la maille des pixels, sera le nombre de photons reçu dans le pixel central de la PSF de l'étoile) ? La question est pertinente si l'on remarque que dans le modèle d'une PSF posée sur un fond, nous pourrions croire que l'erreur sur le maximum de la PSF est donnée par l'erreur sur la hauteur induite par l'ajustement de PSF (en utilisant la gaussienne 2D plus un plan). Dans le cas d'une PSF vraiment de forme gaussienne, l'erreur est quasi nulle. En réalité, l'erreur sur la hauteur provient de l'erreur de type Poisson sur le nombre de photons collectés dans le pixel central de la PSF. Mais cette erreur est à mettre en rapport avec non pas le contenu total en photons du dit pixel central, mais avec la

^fNous verrons dans un calcul ultérieur obtenu après une meilleure modélisation du signal qu'en réalité l'incertitude est bien plus grande.

^gLe thème statistique de la distribution de Poisson est abordé avec plus de précision dans la section 4.3 concernant la « stabilisation de *seeing* ».

différence entre le flux total reçu et le fond. Un petit calcul permettra de mieux sensibiliser au problème : prenons un pixel qui reçoit le flux du centre de la PSF d'une étoile, soit au total - fond plus signaux supplémentaires - $S_t = 6 \times 10^4 \gamma$, seuil de saturation du CCD^h, où le symbole γ désigne un photon, qui est la valeur typique dans AGAPE ; le rapport signal sur bruit, dans le cas d'un processus aléatoire de Poisson, et en prenant un bruit de trois fois l'écart type déduit de la loi de Poisson, est donné par :

$$\frac{S_t}{N_t} = \frac{S_t}{3 \cdot \sqrt{S_t}} = \frac{\sqrt{S_t}}{3} = \frac{\sqrt{6}}{3} \cdot 10^2 \gamma \Rightarrow \epsilon = \frac{N_t}{S_t} \sim 1, 2\% \quad (\text{D.9})$$

où la ϵ est la fluctuation relative, et si nous considérons que ce signal est composé de la superposition d'un fond de $10^4 \gamma$, ce qui est typique pour AGAPE, et d'un signal de type PSF avec, donc, $S_{PSF} = 5 \times 10^4 \gamma$, nous obtenons :

$$\frac{S_{PSF}}{N_{PSF}} = \frac{S_{PSF}}{N_t} = \frac{S_{PSF}}{3 \cdot \sqrt{S_t}} \simeq 68 \Rightarrow \text{fluctuation} \sim 1, 5\% \quad (\text{D.10})$$

et cela n'est pas bien différent du cas décrit par la relation (D.9), et conduit à une erreur sur le *seeing* assez faible, comme le montre l'équation (D.7). En tous cas, le calcul exposé dans (D.10) démontre que l'erreur n'est faible que si l'étoile a une luminosité forte, conduisant à la saturation du pixel central durant le temps de pose. Ainsi, l'évaluation du *seeing* par ajustement de PSF ne souffre que de l'inadéquation de la forme théorique de la PSF avec la réalité, et des difficultés à déterminer le fond sur lequel se dessine la PSF.

^hEn astronomie, il est utile de poser pendant le plus longtemps possible pour réduire le bruit relatif par unité de temps, et la durée limite est celle de la saturation d'une partie importante des pixels, et ce sont les pixels recevant le flux des étoiles résolues qui saturent le plus rapidement.

Annexe E

Approche analytique de la correction de *seeing*

Reprenons l'expression du flux reçu dans un pixel, (cf. p. 36) :

$$\phi_p(t) = \phi_f + (A(t) - 1) \cdot f_s(t) \cdot \phi_\star \quad (\text{E.1})$$

où ϕ_p , ϕ_f et ϕ_\star sont respectivement le flux total reçu dans un pixel en provenance d'une étoile, le flux dû au fond de ciel et le flux intrinsèque au repos de l'étoile qui subit l'effet de microlentille conduisant à l'amplification A . La fonction f_s est utilisée pour prendre en compte l'effet dû au *seeing*^a, qui est noté s . La taille constante ζ_p d'un pixel élémentaire, comparée à la taille spatiale variable ζ_\star du signal reçu en provenance de l'étoile amplifiée, la PSF (représentée figure E.1), qui est due à la fonction de transfert atmosphérique, satisfait pour l'ensemble des campagnes d'observation O :

$$\forall t \in O, \zeta_\star(t) > \zeta_p. \quad (\text{E.2})$$

ζ_\star représente l'échelle de distance sur laquelle le signal reçu de l'étoile contient une partie significative du flux total : sur la figure E.1, $\zeta_\star = 4$ car la gaussienne est pratiquement entièrement contenue dans un carré allant de 4×4 pixels. A cause de (E.2), si nous considérons le flux contenu dans un pixel, nous devons tenir compte d'une possible perte de signal, i.e. la partie qui tombe dans $\zeta_\star - \zeta_p$, cf. figure E.2 où entre les deux situations, décrites en bleu clair et jaune, les pixels initialement non touchés par la zone d'influence bleu clair de la PSF bleu foncé, le deviennent quand on passe à l'autre *seeing* : c'est une illustration du phénomène de débordement de flux des objets stellaires lorsque le *seeing* varie, et cela entraîne notamment des variations intempestives de flux dans les pixels proches des objets stellaires, par exemple ici avec ceux n'appartenant pas à l'intersection des deux zones influencées jaune et bleu clair. L'usage d'un superpixel permet de minimiser ces effets, puisque par exemple ici en prenant un superpixel 7×7 , ici en contour violet, nous n'avons pas de variation notable de flux à l'intérieur en passant d'un *seeing* à l'autre, toutes les variations sont

^aC'est la largeur à mi hauteur de la PSF (*Point Spread Function*) de l'étoile (en anglais FWHM, *Full Width Half Maximum*) ; nous y reviendrons.

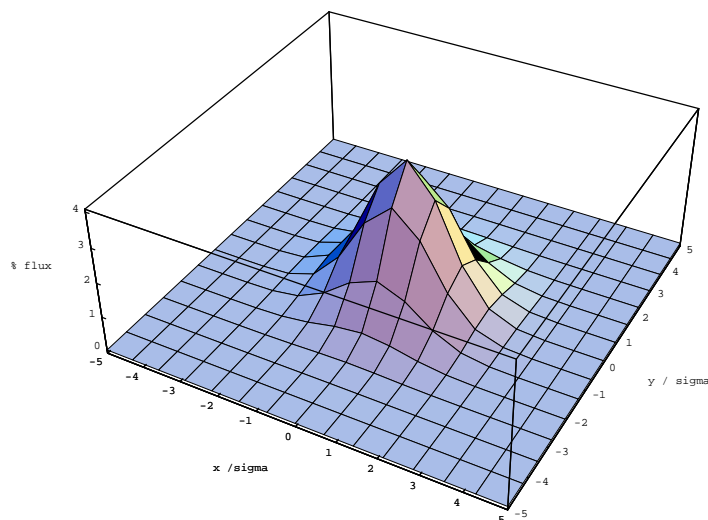


FIG. E.1 – Cette figure représente le signal gaussien que nous recevons d’un objet lumineux du type étoile sur un fond plat. Chaque carré est un pixel. Nous voyons que $\zeta_{\star} > \zeta_p$. La largeur du signal variera dans le temps avec les variations des conditions atmosphériques, ce qui modifiera le flux collecté par chacun des pixels.

contenues. Évidemment, une taille fixe de superpixel ne peut convenir à toutes les situations, mais fonctionne pour une certaine plage de variations de *seeing*.

Pour remédier à la chose, une première approche consiste à étudier l’intensité lumineuse dans des *superpixels* constitués de plusieurs pixels et non dans un seul pixel élémentaire ; mais la taille du superpixel est fixée^b, donc nous sommes toujours victime de la variation de la largeur du signal : si le superpixel que nous étudions est bien centré sur le véritable signal, alors le choix d’un superpixel au lieu d’un pixel va vraiment nous aider ; malheureusement, il nous faut tenir compte du fait que dans la réalité, un superpixel collecte de nombreux signaux réels qui se chevauchent, c’est le *blending effect*. En fait, si la taille du superpixel devient trop importante, nous risquons de dégrader le rapport signal sur bruit S/B , où S est le signal que nous cherchons à étudier et B représente les signaux parasites, cf. figure E.3.

De plus, dans AGAPE, nous effectuons une étude systématique des courbes de lumière de tous les superpixels, afin d’y déceler une forme intéressante, éventuellement causée par un effet de micro-lentille gravitationnelle, donc nous ne savons pas *a priori* où se trouve le signal réel ! Nous devons donc nous contenter d’un compromis. J’utiliserai désormais le terme de pixel à la fois pour des pixels physiques seuls et pour des pavés composés de plusieurs pixels physiques, sauf quand la distinction sera nécessaire ; pixel est donc une appellation générique, qui désigne l’objet informationnel que nous étudions.

La fonction f_s prend des valeurs qui varient dans le temps, et ce à cause des conditions atmosphériques qui varient dans le temps, et donc ζ_{\star} varie dans le temps, ce qui revient à dire qu’il y a des

^bUn superpixel fait 7×7 pixels dans AGAPE, l’idée étant de prendre un pavé qui représente l’étalement le plus important du signal stellaire que nous ayons connu durant nos trois années d’observation.

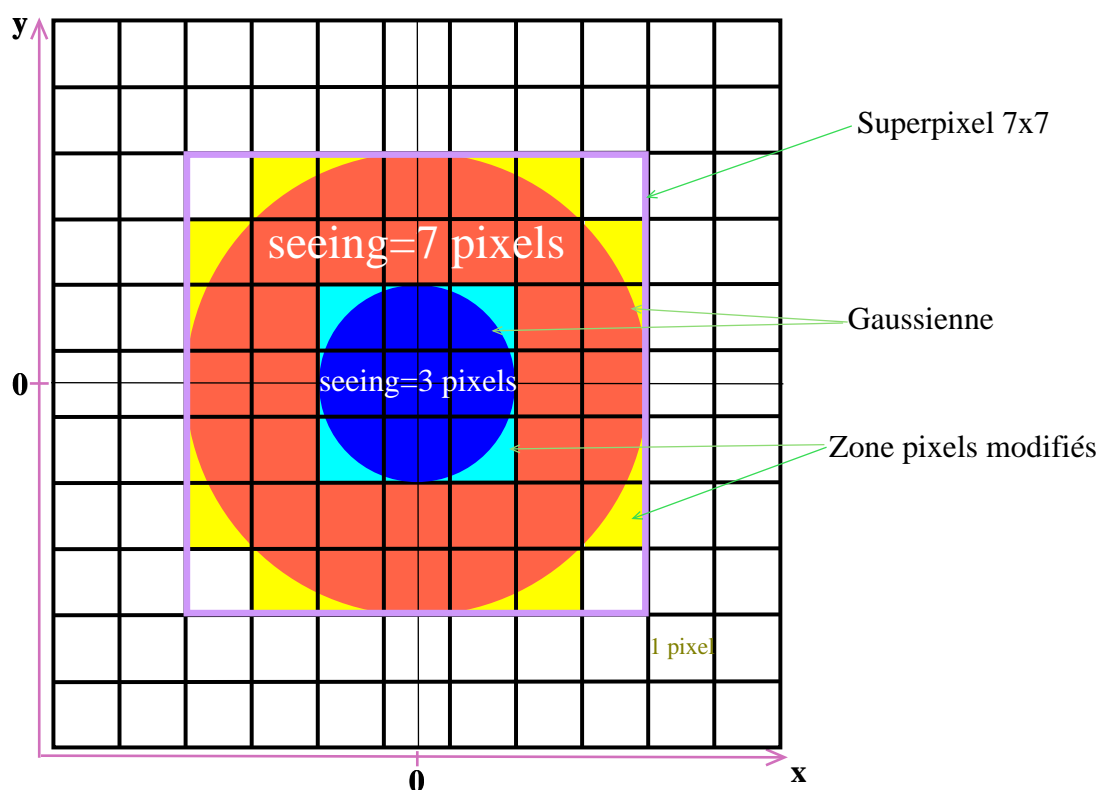


FIG. E.2 – Nous voyons en bleu foncé et rouge les deux PSF de gaussiennes, du moins les tranches coupées à la largeur à mi hauteur (FWHM), pour des *seeings* différents, conduisant à un nombre de pixels influencés par la PSF différent, respectivement en bleu clair et jaune.

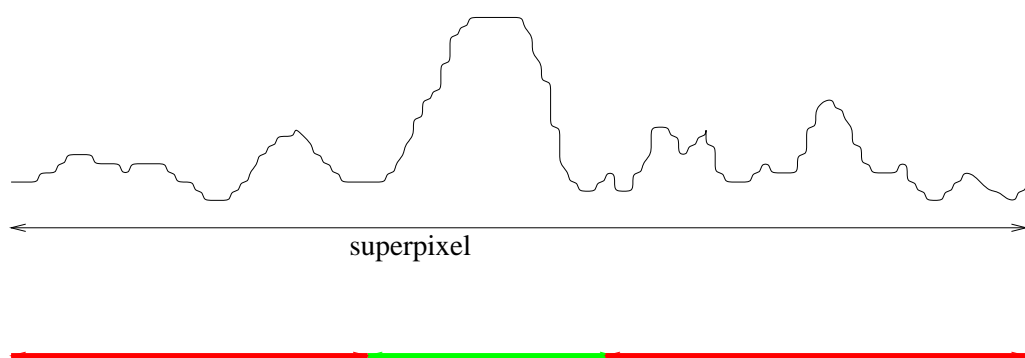


FIG. E.3 – Nous voyons ici le schéma d'un superpixel avec le signal qui y est contenu, avec en vert la partie intéressante du signal et en rouge la partie parasite. Plus le superpixel est grand, plus la composante parasite devient importante, et le rapport S/B se dégrade.

variations de la taille de la PSF dans le temps^c.

A est l'amplification engendrée par l'effet de microlentille sur l'étoile qui en est l'objet

$$A(t) = \frac{u(t)^2 + 2}{u(t) \cdot \sqrt{u(t)^2 + 4}} \quad (\text{E.3})$$

avec

$$\lim_{(t-t_0) \rightarrow \pm\infty} A(t) = 1$$

et nous retranchons donc 1 de l'amplification dans l'expression (E.1) afin d'obtenir

$$\lim_{(t-t_0) \rightarrow \pm\infty} \phi_p(t) = \phi_f$$

dans l'équation (E.1), qui est ce que nous voulons : quand il n'y a pas d'amplification, i.e. quand nous sommes très loin de t_0 , le superpixel ne collecte que les photons qui viennent du fond lumineux. Ainsi, ϕ_f est la somme des flux de chaque étoile qui est surveillée par ledit superpixel^d, y compris celui émis au repos par l'étoile qui doit-être amplifiée, ϕ_\star . ϕ_f est constitué du flux reçu en provenance d'étoiles très proches les unes des autres, qui sont aussi affectées par la fonction f_s , mais l'effet combiné n'est pas dépendant du *seeing*, comme nous allons maintenant le voir.

E.1 Le fond lumineux est indépendant du *seeing*

Soit f_s la PSF des étoiles en question, i.e. celles qui composent ϕ_f , et imaginons que nous sommes dans un espace à une dimension, où se trouvent $2n$ étoiles, toutes de même nature, centrées sur un pixel, et séparées d'un pixel des voisines, cf. figure E.4 ; choisissons l'unité de flux de façon à ce que le flux total reçu en provenance de chaque étoile soit égal à l'unité. Alors le flux que nous recevons de toutes ces étoiles, régulièrement disposées sur une ligne droite aux positions $i + 0.5$, à un point $x = x_0$ dans l'espace unidimensionnel est donné par

$$flux(x) = \sum_{i=-n}^n f_s(x_0, i + 0.5) \quad (\text{E.4})$$

où les unités spatiales sont les pixels (donc i indique un nombre de pixels, et la position d'une étoile est au centre d'un pixel, i.e. $i + 0.5$), et qui représente la somme des contributions en $x = x_0$ des $2 \cdot n$ étoiles centrées sur les pixels $i + 0.5$. Maintenant, si nous utilisons une PSF gaussienne^e

$$f_s(x, x_c) \equiv g(x, x_c) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi} \cdot \sigma_G} \cdot \exp\left(-\frac{(x - x_c)^2}{2 \cdot \sigma_G^2}\right) \quad (\text{E.5})$$

^cNéanmoins, nous considérons que le temps typique de variation de f_s est beaucoup plus grand que la durée typique d'une pose photographique qui est de trente minutes environ.

^dDans AGAPE, un pixel collecte les photons sous un angle de $0.3 \times 0.3 \text{ arcsec}^2$ du ciel, où se trouve à peu près un millier d'étoiles.

^eLa fonction Gaussienne est une assez bonne approximation de la véritable PSF, et en tous elle illustre bien notre propos.

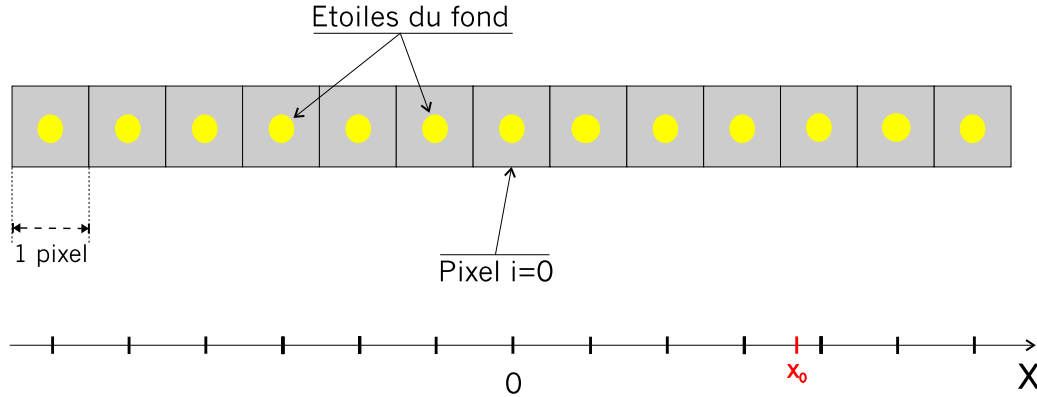


FIG. E.4 – Illustration de l’expérience d’esprit proposée p. 268, où il s’agit de calculer la contribution des $n = 13$ étoiles ici présentes (séparées d’un pixel, chacune étant centrée sur un pixel), au flux reçu au point $x = x_0$, sachant que ces étoiles ont un signal détecté, la PSF, qui sont tous les mêmes.

centrée en x_c avec comme largeur à mi hauteur

$$\text{seeing} \equiv FWHM = 2 \cdot \sqrt{\ln(4)} \cdot \sigma_G \quad (\text{E.6})$$

, et construite de façon à ce que l’intégrale totale du signal soit égale à l’unité, alors l’équation (E.4) devient

$$\text{flux}(x) = \sum_{i=-n}^n g(x_0, i + 0.5) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi} \cdot \sigma_G} \cdot \sum_{i=-n}^n \exp\left(-\frac{(x_0 - i - 0.5)^2}{2 \cdot \sigma_G^2}\right) \quad (\text{E.7})$$

où il faut prendre soin d’exprimer toutes les distances en unités de pixels. Si les étoiles sont très rapprochées, ce qui dans notre modèle signifie que les pixels sont petits comparativement à la région sur laquelle nous additionnons les contributions, alors la somme dans l’équation (E.7) se transforme en une intégrale, et si $n \gg 1$, alors un simple changement de variable montre que

$$|x| \ll n \Rightarrow F(x) = 1 \quad (\text{E.8})$$

car alors nous intégrons une gaussienne normalisée de $-\infty$ à $+\infty$. L’équation (E.8) signifie que le fond est partout le même, et est indépendant de σ_G et de ce fait indépendant aussi de la FWHM ou *seeing*. Les conditions qui nous sont nécessaires afin d’avoir un fond indépendant du *seeing* sont :

- un grand nombre d’étoiles ;
- la distance angulaire entre les étoiles est petite devant l’angle de ciel couvert par le pixel ;
- toutes les étoiles sont les mêmes en regard de leur PSF et de leur flux intégré.

Toutes ces conditions sont réunies dans AGAPE, où pratiquement toutes les étoiles de la très dense galaxie M31 sont non résolues et statistiquement très semblables. (développer)

E.2 Modélisation analytique

Afin d'évaluer la fonction f_s , nous pouvons utiliser les fonctions typiques de PSF telles la gaussienne symétrique normalisée à deux dimensions :

$$G(x, y) = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sigma_G^2} \cdot \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2 \cdot \sigma_G^2}\right) \quad (\text{E.9})$$

ou la Moffat normalisée symétrique du type :

$$M(x, y; \sigma, \beta) = N_M \cdot \left(1 + \frac{x^2 + y^2}{\sigma_M^2}\right)^{-\beta} \quad (\text{E.10})$$

où σ_G , β et σ_M sont des paramètres libres que nous devons ajuster à nos images^f, et N_M est un facteur de normalisation : nous avons en particulier

$$\beta > 1 \Rightarrow N_M = \frac{\pi \cdot \sigma_M^2}{(\beta - 1)}. \quad (\text{E.11})$$

Les fonctions Moffat ont l'avantage sur les gaussiennes d'avoir des queues plus longues et plus larges, ce qui ressemble davantage à la réalité, cf. figure E.5.

E.2.1 Calcul du flux contenu dans un superpixel

L'idée sous-jacente est d'évaluer le flux qui n'a pas été pris en compte dans le pixel de l'équation (E.1) en faisant appel à l'argumentation suivante : le flux réel est le flux à l'intérieur du pixel corrigé d'un facteur f_s qui exprime la quantité de signal qui tombe en dehors du pixel et qui dépend de la forme supposée du signal, et qui s'écrit

$$f_s \equiv \left(\int_{-a}^{+a} \int_{-a}^{+a} F_s(x, y) dx dy \right) \quad (\text{E.12})$$

où a est la demi-largeur du pixel et F_s la PSF normalisée. L'équation (E.12) intègre, pour un signal normalisé F_s , la quantité de signal qui se trouve dans la région allant de $x, y = -a$ à $x, y = a$ (on intègre donc sur la taille du pixel). Cela étant fait pour un signal de forme F_s et d'intégrale unité, nous pouvons généraliser le résultat à un signal dont le flux intégré est ϕ_{total} , en écrivant :

$$\phi_a = f_s \times \phi_{total}$$

où ϕ_a est le flux collecté dans la région allant de $x, y = -a$ à $x, y = a$.

Dans le cas d'une PSF gaussienne, i.e. $F_s \equiv G$, nous avons alors :

$$\int_{-a}^{+a} \int_{-a}^{+a} \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2 \cdot \sigma^2}\right) dx dy = \left(\int_{-a}^{+a} \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi} \cdot \sigma} \exp\left(-\frac{x^2}{2 \cdot \sigma^2}\right) dx \right)^2$$

^fSi nous mettons $\beta = 1$ dans la fonction Moffat, nous obtenons une fonction spéciale généralement appelée *Lorentzienne*. En général, nous pouvons prendre $\beta = 2, 5$, car cela reproduit assez bien les profils stellaires.

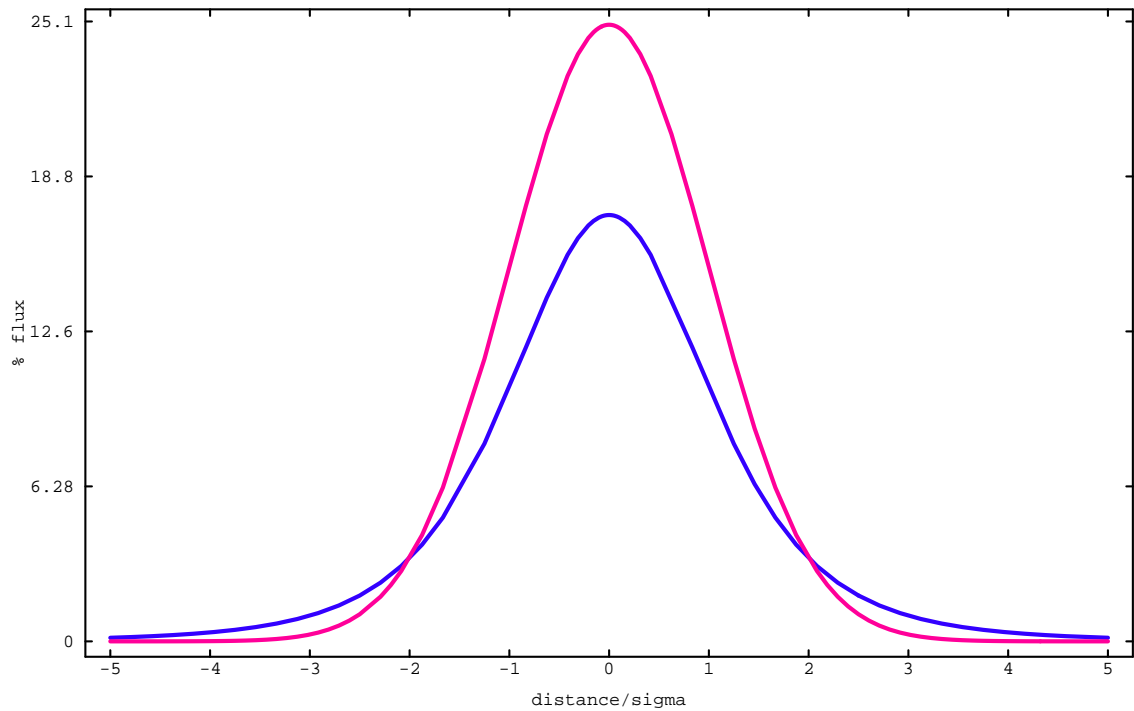


FIG. E.5 – La fonction gaussienne est en rouge, et la Moffat en bleu, cf. équations (E.9) et (E.10). La Moffat a comme paramètre $\beta = 2, 5$ et son σ_M a été choisi de telle sorte que les deux fonctions aient la même FWHM (ce qui revient à dire que les deux PSF ont le même *seeing*). Cette figure représente une coupure de la figure équivalente tri-dimensionnelle suivant un plan qui passe par $x = 0$, $y = 0$ et qui est perpendiculaire au plan (x, y) .

et nous obtenons :

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_0^{\frac{a}{\sqrt{2} \cdot \sigma}} \exp(-u^2) du = \text{Erf}\left(\frac{a}{\sqrt{2} \cdot \sigma}\right) \quad (\text{E.13})$$

où Erf est la *fonction erreur* bien connue. Ainsi, dans le cas d'une PSF gaussienne :

$$f_s = \text{Erf}^2\left(\frac{a}{\sqrt{2} \cdot \sigma}\right) \quad (\text{E.14})$$

où σ est relié au *seeing* par la relation (E.6).

E.2.2 La stabilisation de seeing

Cela étant, il est difficile de choisir la fonction qui représente le mieux la PSF. Nous savons qu'il n'existe pas de PSF bien définie qui soit valide sur toute l'étendue d'une image (cf. [Alard 1998]). De plus, nous pouvons distinguer deux effets contradictoires dus au *seeing* que nous voulons tenter de corriger :

1. la perte de flux quand on intègre le flux reçu sur un pixel ou même un superpixel ;
2. le gain de flux en provenance des pixels ou superpixels avoisinants qui « débordent » à cause de la taille de la PSF, cf. figure E.2.

Du fait que nous voulons analyser des courbes de lumière, ce dont nous avons besoin est d'une grande stabilité en ce qui concerne le flux : si un pixel observe une région du ciel où les processus physiques sont stables, ou presque (i.e. les variations sont masquées par le bruit statistique), nous voulons que le flux observé collecté par ledit pixel soit constant (à l'erreur statistique près). Cela signifie que nous nous satisferions d'un pixel qui perd toujours la même quantité de flux à cause du *seeing*, i.e. le *seeing* est stable. Donc, quand nous parlons de *correction de seeing*, en fait nous devrions dire *stabilisation de seeing*. Cette stabilisation est absolument nécessaire pour que l'on puisse comparer les positions des différents points échantillonnés sur la courbe de lumière observationnelle : la stabilisation donne un sens aux courbes de lumière, qui autrement ne peuvent-être interprétées de façon utile. Si nous ne prenons pas soin de stabiliser, alors c'est exactement comme si nous voulions étudier la moyenne obtenue lors de plusieurs jets d'un dé sans même s'assurer que ce dé a toujours le même nombre de faces à chaque lancé !

De plus, la fonction f_s a été décrite dans le cas d'étoiles résolues. Mais la *méthode des pixels* observe des pixels dans lesquels une étoile non résolue acquiert progressivement assez d'amplification grâce à l'effet de microlentille pour devenir résolue[§]. Dans ce cas de figure, la fonction f_s peut aussi se modifier durant les différentes phases de l'amplification : nous savons que les étoiles faibles et les étoiles fortes ne sont pas du tout décrites par la même PSF - la gaussienne, par exemple, décrit bien les étoiles d'intensité intermédiaire, mais moins bien les étoiles très fortes, qui sont plus piquées

[§]Rappelons ici que cela est en effet une façon d'interpréter ce qui se passe : une étoile du fond, dont le flux ne la rend pas discernables de ses proches voisines (elle est dite non résolue), est amplifiée, et nous observerions exactement le même effet si l'étoile était rapprochée de nous, en faisant une étoile résolue. Ainsi, une étoile amplifiée passe de la situation d'une étoile faible à une étoile forte.

que ne le laisserait croire une gaussienne, et les étoiles faibles, qui ont un étalement plus important que la gaussienne correspondante (revoir : montrer l'effet).

Notre but est donc de stabiliser les courbes de lumière tout au long des campagnes d'observation, et, comme je l'ai déjà fait remarquer précédemment, la plupart du temps il n'y a aucun signal résolu dans un pixel, ce qui très certainement rend la définition de f_s dans le cas d'étoiles résolues, très inappropriée. Tout cela signifie que la fonction f_s , bien qu'ayant une définition opératoire très claire, i.e. quantifier la perte, dans l'intégration du flux reçu sur une surface finie, due aux variations de *seeing*, nous sommes incapables de formaliser le phénomène^h.

Ainsi, cette présentation nous aide à comprendre la problématique, mais nous n'avons pas la possibilité de donner une solution analytique. Ce dont nous avons besoin, c'est d'une détermination numérique empirique des valeurs de la fonction f_s . C'est ce que nous avons fait en modélisant de façon empirique l'effet de *seeing*, cf. section 4.3.1.

E.2.3 Justification de l'expression de stabilisation

Je vais ici détailler le raisonnement qui nous fait aboutir à la formule (4.16). Nous avons fait l'hypothèse qu'il existait, pour chaque superpixel, une relation linéaire entre les écarts au médian sur deux images de *seeing* différents, et que cette relation était identique pour tous les superpixels d'une image. Cette relation est déduite du comportement représenté dans la figure 4.3. Évidemment, nous savons que ce type de relation ne représente pas réellement ce qui se passe localement, car la relation dépend, dans l'exemple du signal gaussien isolé, de la position du superpixel par rapport au centre du signal gaussien. Néanmoins, l'analyse de la figure 4.3 nous conduit à supposer un tel comportement universel (i.e. sur toute une image), pour lequel les paramètres de la relation linéaire sont constants sur toute une image. Supposons donc que cette relation existe.

Formellement, nous avons, pour deux images idéales (i.e. sans bruit, sans variation de flux d'une image à l'autre autre que due à la variation du *seeing*) prises à des temps t_1 et t_2 respectivement, correspondant à deux *seeings* $s_1 = \text{seeing}(t_1)$ et $s_2 = \text{seeing}(t_2)$,

$$\forall p, \varphi_p(s_2) - \widetilde{\varphi}_p = (1 + \alpha_{12}) \cdot (\varphi_p(s_1) - \widetilde{\varphi}_p) + \beta_{12} \quad (\text{E.15})$$

où φ_p sont les flux idéal d'un superpixel p de l'image qui ne dépendent que du *seeing*, $(\alpha_{12}, \beta_{12})$ sont les paramètres linéaires qui ne dépendent que des *seeings* s_1 et s_2 (et pas du superpixel p), et en considérant un médian φ_p (i.e. un fond) invariant avec le *seeing*. Cette équation nous permet de calculer l'écart au médian que nous aurions eu au *seeing* s_2 à partir de la connaissance de l'écart au médian au *seeing* s_1 et des paramètres $(\alpha_{12}, \beta_{12})$ qu'il va s'agir de déduire des observations.

L'effet de *seeing* est de nature multiplicative

Je voudrais faire remarquer qu'il convient d'interpréter (E.15) comme une relation multiplicative, et non comme une relation additive ; en effet, l'étude menée précédemment sur un signal gaussien

^hC'est à dire de trouver une fonction mathématique simple (du type gaussienne) utile dans tous les cas de figure analysés dans AGAPE.

isolé montre que la correction est multiplicative, cf. section E.2.1. Ainsi, l'inversion de la formule (E.15) estⁱ

$$\forall p, \varphi_p(s_1) - \widetilde{\varphi}_p = \frac{(\varphi_p(s_2) - \widetilde{\varphi}_p) - \beta_{12}}{(1 + \alpha_{12})} \quad (\text{E.16})$$

qui nous permet d'accéder à l'écart au médian au *seeing* s_1 si je connais celui au *seeing* s_2 .

Utilisation de l'effet idéal de *seeing* pour la stabilisation

Pour connaître les paramètres $(\alpha_{12}, \beta_{12})$ on effectue un ajustement par moindres carrés pondérés de la relation linéaire sur le cigare dont un exemple est représenté figure 4.3, comme cela est décrit dans la section 4.3.1. Nous pouvons en particulier vérifier que dans la formulation (E.15) l'ajustement que l'on fait en pratique revient à prendre s_1 comme *seeing* de l'image de référence, et s_2 comme *seeing* de l'image en cours de stabilisation par rapport à l'image de référence. Nous supposons que les paramètres ainsi déterminés sont les paramètres de la relation entre les flux idéaux de la relation (E.15).

Une fois que ces paramètres ont été déterminés, je peux appliquer la relation (E.16) sur les flux réels observés $\phi_p(t_i)$ de l'image en cours de traitement d'indice i : si l'écart au médian que je mesure au temps t_i , qui correspond au *seeing* $s_i = \text{seeing}(t_i)$, était ramené au temps t_R de l'image de référence, qui correspond au *seeing* $s_R = \text{seeing}(t_R)$, alors j'obtiendrais

$$\widehat{\phi}_p(t_i) - \widetilde{\phi}_p = \frac{\phi_p(t_i) - \widetilde{\phi}_p - \beta_s(t_i)}{1 + \alpha_s(t_i)} \quad (\text{E.17})$$

où $\alpha_s(t_i) \equiv \alpha_{iR}$, $\beta_s(t_i) \equiv \beta_{iR}$ et $\widehat{\phi}_p(t_i) - \widetilde{\phi}_p$ est la transposition au *seeing* s_R de l'écart $\phi_p(t_i) - \widetilde{\phi}_p$ observé au *seeing* s_i ; c'est exactement la relation (4.16) voulue (j'ai déjà considéré que le médian, i.e. le fond, était invariant).

E.3 Retour aux origines : lien avec la correction du reflet

Il est utile ici de faire le lien entre la stabilisation empirique du *seeing* telle qu'elle est décrite dans la section 4.3.1 et la correction du reflet, décrite page 87 : les flux sur lesquels nous travaillons dans AGAPE ont subi une transformation qui consiste à soustraire, à une image préalablement corrigée d'absorption et de Lune, son propre médian, que nous remplaçons par le médian de l'image de référence.

Ainsi, quand nous écrivons la relation (4.11), quand nous retranchons $\widetilde{\phi}$, c'est en fait le médian de l'image de référence que nous enlevons, et nous retrouvons donc l'écart au médian

$$\phi_p(t_i) - \widetilde{\phi}_p = \phi_p^c(t_i) - \widetilde{\phi}_p^c(t_i), \quad (\text{E.18})$$

ⁱUne relation additive serait $\Delta\varphi(s_2) = \Delta\varphi(s_1) + \alpha_{12} \cdot \Delta\varphi(s_1) + \beta_{12}$ ce qui s'inverse en $\Delta\varphi(s_1) = \Delta\varphi(s_2) - \alpha_{12} \cdot \Delta\varphi(s_1) - \beta_{12}$.

cf. équation (3.42), où ϕ_p^c est le flux corrigé d'absorption et de Lune du pixel p mais *non corrigé* de reflet, $\widetilde{\phi}_p^c$ est le médian au pixel p de l'image non corrigée de reflet, $\widetilde{\phi}_p \equiv \widetilde{\phi}_p(t_1)$ et t_1 correspond à l'image de référence ; rappelons que nous avons $\widetilde{\phi}_p^c(t_1) = \widetilde{\phi}_p(t_1) \equiv \widetilde{\phi}_p$ par construction, car le recalage photométrique se fait par rapport à l'image de référence, ce qui fait que l'exposant c n'a pas de sens pour l'image de référence.

E.3.1 Cohérence de l'approche

L'expression (E.18) montre que tout est bien cohérent, et que c'est toujours bien *l'écart au médian qui est stabilisé*. Tout le processus de stabilisation s'applique à l'écart entre le flux mesuré et le flux du médian, qui, je le rappelle, est notre meilleur estimateur du fond (cf. section 4.4.1 pour une discussion à ce sujet).

Nous allons ainsi revenir aux variables originelles avant correction du reflet pour montrer que la relation exprimée par (4.11) dérive de la relation fondamentale

$$\phi_p^c(t_i) - \phi_{f,p} = h_s(t_i) \cdot (\phi_p^c(t_1) - \phi_{f,p}) + \mathbf{R}_p(t_i) \quad (\text{E.19})$$

où \mathbf{R} est le reflet qui dépend du pixel p considéré et de l'image i et nous l'estimons de la façon suivante

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_p(t_i) &= R_p(t_i) + \delta_p(t_i) \\ R_p(t_i) &\equiv \phi_p^c(t_i) - \phi_p \end{aligned} \quad (\text{E.20})$$

et ϕ_f est le véritable fond qui, pour des images recalées photométriquement, est normalement le même pour toutes, cf. discussion page 98. En fait, l'équation (E.19) dit simplement que la différence, dans l'écart au fond, de flux observé entre les deux mêmes superpixels de deux images vient de la différence de *seeing* et d'un reflet.

Nous avons donc

$$\widehat{\phi}_p^c(t_i) - \phi_{f,p} = \frac{\phi_p^c(t_i) - \phi_{f,p} - \mathbf{R}_p(t_i)}{h_s(t_i)} \quad (\text{E.21})$$

puisque par définition de la stabilisation de *seeing* le fond ne doit pas être modifié³ et donc $\widehat{\phi}_{f,p} = \phi_{f,p}$. Nous en déduisons

$$\widehat{\phi}_p^c(t_i) - \widetilde{\phi}_p + [\widetilde{\phi}_p - \phi_{f,p}] = \frac{\phi_p^c(t_i) - \widetilde{\phi}_p + [\widetilde{\phi}_p - \phi_{f,p}] - \mathbf{R}_p(t_i)}{h_s(t_i)}$$

et donc

$$\widehat{\phi}_p^c(t_i) - \widetilde{\phi}_p = \frac{\phi_p^c(t_i) - \widetilde{\phi}_p - (h_s(t_i) - 1) [\widetilde{\phi}_p - \phi_{f,p}] - \mathbf{R}_p(t_i)}{h_s(t_i)} \quad (\text{E.22})$$

³Nous verrons dans le travail sur l'optimisation du médian en vue de bien reproduire le fond dans la section 4.4.1 que ces hypothèses nécessaires seront fondamentales pour établir nos résultats.

d'où avec (E.20) et (E.18)

$$\widehat{\phi}_p^c(t_i) - \widetilde{\phi}_p = \frac{\phi_p(t_i) - \widetilde{\phi}_p - (h_s(t_i) - 1) [\widetilde{\phi}_p - \phi_{f,p}] - \delta_p(t_i)}{h_s(t_i)} \quad (\text{E.23})$$

La relation (E.18) nous donne

$$\widehat{\phi}_p^c(t_i) = [\phi_p(t_i) - \widetilde{\phi}_p + \widetilde{\phi}_p^c(t_i)] = \widehat{\phi}_p(t_i) - \widetilde{\phi}_p + \widetilde{\phi}_p^c(t_i) \quad (\text{E.24})$$

(où toute l'expression à droite de la première égalité est affectée du symbole $\widehat{}$, la seconde égalité étant obtenue par linéarité de la correction et puisque les médians, encore une fois, sont des références à ne pas modifier (pas de symbole $\widehat{}$). En introduisant cette dernière équation avec (E.18) dans (E.23) nous obtenons

$$\begin{aligned} \widehat{\phi}_p(t_i) &= \frac{\phi_p(t_i) - \widetilde{\phi}_p - \beta_p(t_i)}{h_s(t_i)} + \widetilde{\phi}_p \\ &\Leftrightarrow \\ \widehat{\Delta\phi}_p(t_i) &= \frac{\Delta\phi_p(t_i) - \beta_s(t_i)}{h_s(t_i)} \end{aligned} \quad (\text{E.25})$$

avec $\Delta\phi \equiv \phi - \widetilde{\phi}$, et avec

$$\beta_p(t_i) \equiv (h_s(t_i) - 1) [\widetilde{\phi}_p - \phi_{f,p}] \equiv \alpha_s(t_i) [\widetilde{\phi}_p - \phi_{f,p}] - \delta_p(t_i) \quad (\text{E.26})$$

et nous reconnaissons dans (E.25) l'équation de stabilisation (4.16) qui est en fait une correction de l'écart au médian.

L'écriture (E.18) est donc transparente, et nous n'avons pas à considérer cette construction quand nous travaillons sur ϕ_p , ou plutôt nous pouvons travailler sur ϕ_p et ϕ_p comme si ϕ_p^c et ϕ_p^c n'existaient pas, à l'exception du travail sur les hypothèses, constitutrices de cette transparence, que les médians ne doivent pas être stabilisés de *seeing*, que ce sont des références invariantes par les transformations de *seeing* (cf. section 4.4.1).

E.3.2 A propos du paramètre β

Ce paramètre β_p donné dans (E.26) intervient comme intercept dans le calcul des paramètres de la régression linéaire utilisée dans le processus opératoire de la stabilisation de *seeing*, mais nous n'accédons dans le processus de calcul de α et β qu'au coefficient moyenné dans l'espace, d'où le passage de la notation β_p à β_s dans la section 4.3.1, où cette dernière notation ne conserve que la dépendance avec le *seeing*, i.e. avec le temps^k.

Nous voyons que β_p doit être très petit, non seulement parce-que généralement $h_s - 1 \equiv \alpha_s$ est très petit (cf. figure 4.4), mais aussi parce-que $\widetilde{\phi}$ est un bon estimateur de ϕ_f , cf. section 4.4.1, et donc δ doit aussi être faible. Néanmoins, il est possible de prévoir que δ , de par sa définition donnée dans (E.20), est une fonction non seulement de l'image i et du superpixel p mais aussi du *seeing*. Nous voyons l'effet de δ dans la figure 4.4 où nous voyons que sur les données AGAPE TBL β_s ne passe pas par zéro quand α_s est nul.

^kCette même réflexion est valable aussi pour α_s mais nous avons supposé que ce dernier était valable sur toute une image, bien que nous ayons déjà eu l'occasion d'expliquer que α_s devait varier avec la position sur l'image (forme de la PSF, cf. section 4.3.3).

E.4 Lien avec la notion d'information

La formule (4.19) de stabilisation de *seeing* montre l'existence d'une loi de conservation, celle de l'information. Si le signal est reçu avec un *seeing* plus petit que celui de l'image de référence, en stabilisant le *seeing* sur celui de l'image de référence, nous devons dégrader le signal, mais cette dégradation est compensée par le gain sur la barre d'erreur : comme $\alpha > 1$, σ décroît après stabilisation. Par ailleurs, si le *seeing* est au contraire plus grand que pour l'image de référence, la stabilisation va nous donner de l'information sur le flux, mais nous perdons de l'information dans la barre d'erreur : comme $\alpha < 1$, σ croît après stabilisation. Mais le bilan est positif : en effet, nous avons effectivement apporté de l'information, puisque nous avons remarqué une dépendance réelle, incarnée par le cigare de dépendance, et la perte dans l'erreur ne compense pas entièrement le gain informationnel sur le flux. En fait, nous devons avoir

$$\left| \widehat{\phi}_p - \phi_p \right| > \left| \sigma(\widehat{\phi}_p) - \sigma(\phi_p) \right| \quad (\text{E.27})$$

ce qui nous donne, en utilisant les équations (4.16) et (4.19)

$$\left| \phi_p - \widetilde{\phi}_p \right| > \sigma(\phi_p) \quad (\text{E.28})$$

qui représente le cas limite de validité de notre étude.

Ainsi, la condition (E.28) nous dit que la stabilisation de *seeing* n'est valide que si notre signal se distingue du fond de façon claire, i.e. l'écart au médian est supérieur au bruit. Nous retiendrons que la méthode de stabilisation aura des difficultés à traiter les signaux proches du médian, cf. figure 4.5, où nous pouvons effectivement voir que les signaux proches du médian ne sont que peu affectés par la pente du cigare.

Annexe F

Zone d'influence d'un objet stellaire

Une étoile de flux intégré ϕ_\star possède une « zone d'influence » $Z_I(\phi_\star)$, que je définis comme l'ensemble des pixels qui sont significativement modifiés par la présence de l'étoile, à savoir que leur flux est différent de plus de un écart standard du flux sans étoile. Cette zone d'influence varie avec le *seeing* car c'est ce dernier qui exprime l'étalement de la PSF.

F.1 Calcul analytique

Pour un modèle de PSF gaussienne, nous devons donc nous baser sur la fonction gaussienne à deux dimensions

$$g(x, y; x_c, y_c) = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sigma_G^2} \cdot \exp\left(-\frac{(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2}{2 \cdot \sigma_G^2}\right) \quad (\text{F.1})$$

centrée en (x_c, y_c) , supposé résider au milieu du carré d'un pixel pour simplifier, avec comme largeur à mi-hauteur

$$\text{seeing} \equiv FWHM = 2 \cdot \sqrt{\ln(4)} \cdot \sigma_G. \quad (\text{F.2})$$

Nous cherchons, en première approximation, pour quel pixel d nous avons

$$\phi_\star \cdot f(g, d) = \sigma(\phi_{fond} + \phi_\star \cdot f(g, d)) \quad (\text{F.3})$$

avec

$$f(g, d) = \int_{d-\frac{1}{2}}^{d+\frac{1}{2}} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} g(x, 0, y, 0) dy dx \quad (\text{F.4})$$

où toutes les distances sont exprimées en pixels^a, σ est la fonction qui donne le bruit statistique et est donnée par l'équation (4.35) à savoir ici $\sigma(\phi_{fond}) = \sqrt{\frac{\phi_{fond}}{g}}$ où $g = 9,4$ est le gain dans

^aCe qui explique l'apparition des $\frac{1}{2}$ pour la taille du pixel en x et en y .

AGAPE, et ϕ_{fond} est le flux du fond dans un pixel. L'équation F.4n'est autre que l'intégrale sur le pixel numéro $d \in \mathbb{N}$ (avec le pixel central de la PSF correspondant à $d = 0$) le long de l'axe des x , supposé être aligné avec les pixels (cf. figure F.1 pour schéma explicatif).

En considérant d comme réel et non plus comme entier^b, et en nous appuyant sur l'équation (E.13), nous obtenons

$$f(g, d) = \frac{1}{2} \cdot \text{Erf}\left(\frac{1/2}{\sqrt{2} \cdot \sigma_G}\right) \cdot \left[\text{Erf}\left(\frac{1/2 + d}{\sqrt{2} \cdot \sigma_G}\right) - \text{Erf}\left(\frac{-1/2 + d}{\sqrt{2} \cdot \sigma_G}\right) \right]. \quad (\text{F.5})$$

Maintenant, il est possible, dans l'équation (F.5) de faire l'approximation

$$\phi_{fond} \gg \phi_{\star} \cdot f(g, d) \quad (\text{F.6})$$

et grâce au développement en série

$$\text{Erf}(x) = \frac{2 \cdot x}{\sqrt{\pi}} - \frac{2 \cdot x^3}{3\sqrt{\pi}} + O(x^5), \quad (\text{F.7})$$

dont il faudra vérifier la pertinence ici à posteriori, nous pouvons résoudre l'équation (F.3) en d , pour obtenir une équation compliquée que nous n'écrirons pas ici, qui dans le cas simplifié d'une étoile dont le flux est grand devant le bruit s'écrit

$$d \simeq \frac{\text{seeing}}{\sqrt{\ln(16)}} \quad (\text{F.8})$$

et nous allons maintenant comparer cette approche analytique avec une simulation numérique plus exacte, qui permet de s'affranchir des approximations grossières, en regardant les résultats qu'elles donnent.

F.2 Simulation numérique

J'ai donc construit un programme sous Mathematica qui me permet, en fonction de la magnitude du fond lumineux galactique et du *seeing*, de déterminer la valeur de d directement en résolvant numériquement l'équation (F.3) sans passer par l'approximation (F.8), ni par l'approximation (F.7), qui, on le voit dans les résultats numériques, ont tendance à sous-évaluer d , nous allons le voir, ce qui est normal puisque nous avons eu recours à l'approximation (F.7).

Le contexte général de la simulation est le même que celui décrit dans le chapitre 3 page 62, quand il a été question de calculer la magnitude limite des objets détectables par AGAPE sur les données du Pic du Midi. Les résultats sont donnés dans les figures F.2 et F.3, dont nous retiendrons la distance d'influence $d_I = 8$ pixels pour un objet de magnitude 19 sur un fond de magnitude 19,5 avec un *seeing* de 3 arcsec. Pour en revenir à l'approximation (F.8), nous pouvons faire une application numérique et dans ce cas nous trouvons $d \simeq 6$ pixels. C'est donc une évaluation qui garde son intérêt, surtout dans les régimes où le *seeing* est fort et donc justifie l'approximation (F.7) : l'application numérique donne $d_I \simeq 4$ pixels pour un *seeing* de 2 arcsec alors que la simulation donne $d_I \simeq 6,5$ pixels.

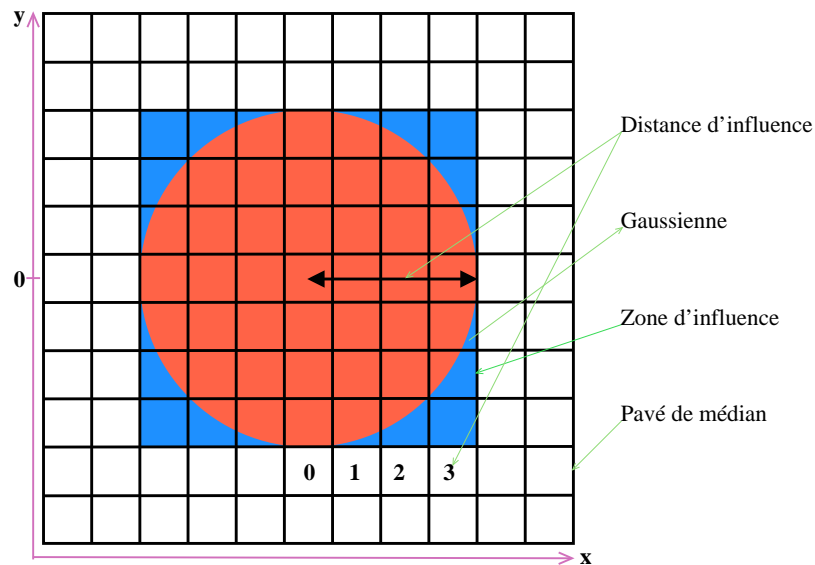


FIG. F.1 – Nous voyons ici la représentation de la distance d'influence, ici de 3 pixels, pour un objet de PSF gaussienne, ici en rouge, avec la zone d'influence Z_I résultante en bleu, de 7×7 pixels. Le pavé de pixels qui quadrille l'ensemble peut représenter le pavé de médian, ici de 11×11 pixels, et le tout est alors avec des échelles proportionnelles au résultat décrit par (4.25).

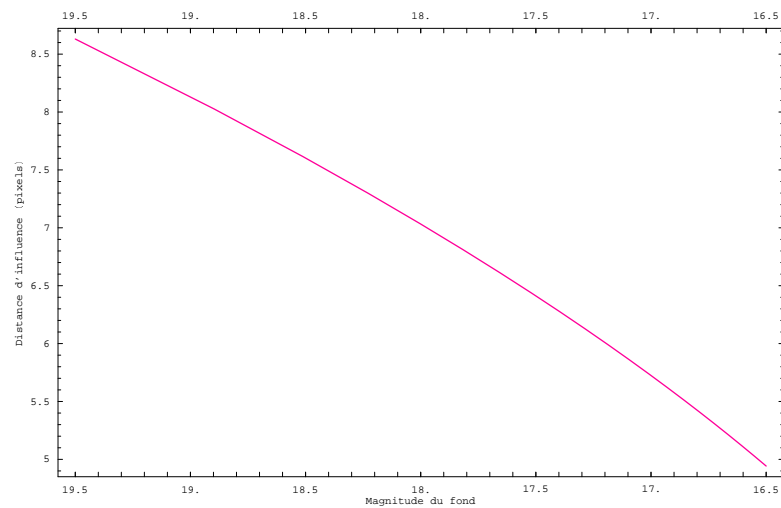


FIG. F.2 – Résultat de la simulation pour la distance d'influence en pixels, cf. équation F.5, d'un objet stellaire modélisé par une PSF gaussienne de magnitude 19 avec un *seeing* de 3 arcsec sur un fond en magnitude par arcsec² variable correspondant à celui rencontré dans AGAPE (cf. figure 3.5).

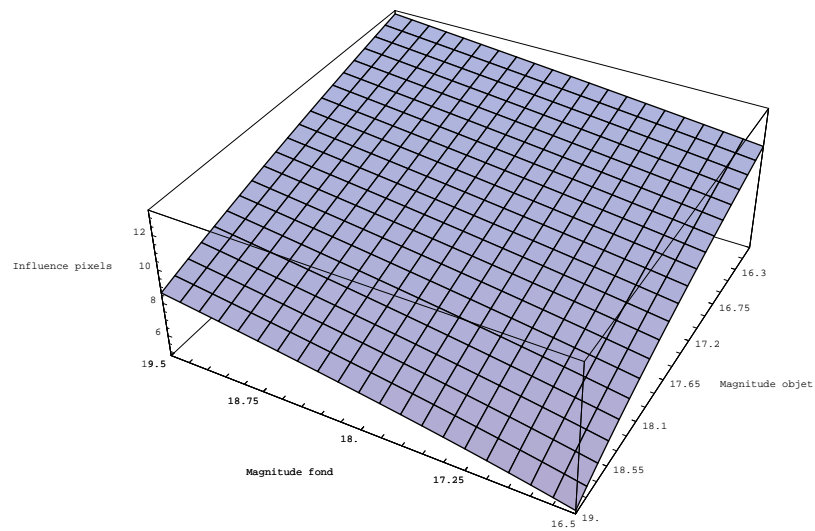


FIG. F.3 – Résultat de la simulation pour la distance d’influence en pixels d’un objet stellaire modélisé par une PSF gaussienne en fonction de la magnitude par arcsec^2 du fond galactique (correspondant à celui rencontré dans AGAPE (cf. figure 3.5), et de la magnitude de l’objet, pour un *seeing* de 3 arcsec. La magnitude 19 pour l’objet stellaire correspond à peu près à la limite de détection des programmes de recherche automatisés d’étoiles sur les données AGAPE au Pic du Midi.

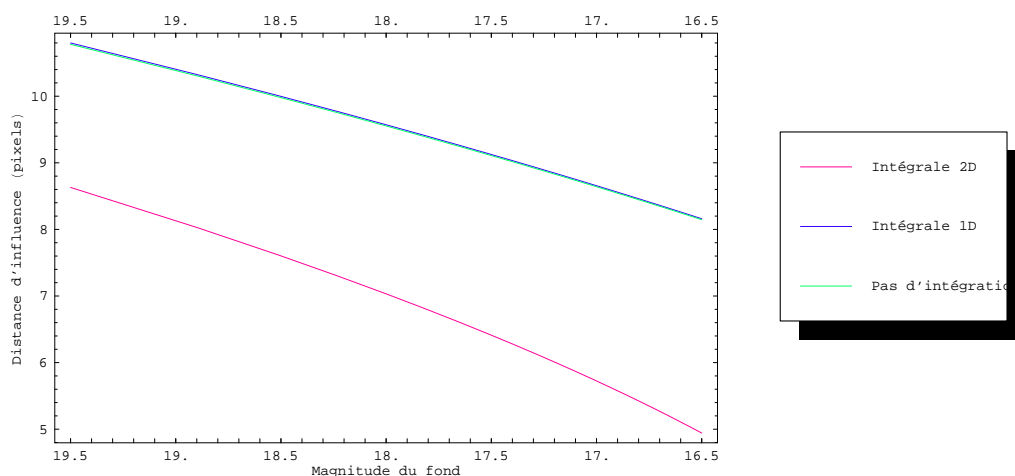


FIG. F.4 – Résultats de la simulation pour la distance d'influence en pixels d'un objet stellaire modélisé par une PSF gaussienne de magnitude 19 avec un *seeing* de 3 arcsec sur un fond de magnitude par arcsec² variable correspondant à celui rencontré dans AGAPE (cf. figure 3.5), et ce pour trois méthodes différentes d'intégration sur pixel (cf. page 282), la méthode la plus exacte étant celle en rouge, que l'on retrouve figures F.2 et F.3.

La figure F.4 nous montre la distance d'influence calculée de trois façons différentes selon la façon d'intégrer sur un pixel la PSF gaussienne :

- intégration complète à deux dimensions en x et y (méthode exposé dans les paragraphes précédents, en rouge sur la figure) ;
- intégration complète selon l'axe des x et on considère le résultat constant sur l'axe des y (en bleu sur la figure) ;
- on considère que la gaussienne est constante sur un pixel selon x et y (en vert sur la figure).

Nous voyons que l'usage général qui considère que la PSF discrétisé sur les pixels est bien approximée par une gaussienne simple, et qu'il suffit de prendre la valeur de la gaussienne en un pixel donné pour avoir le flux dans ledit pixel, conduit à largement surestimer (plus de trois pixels) la distance d'influence d'un objet stellaire. Il faut donc préférer la méthode plus exacte qui effectue l'intégration sur le pixel.

En ce qui concerne la plage d'étude pour la magnitude de surface du fond lumineux galactique dans les figures qui exposent les résultats, elle correspond à ce qui est rencontré dans les images en filtre Gunn r sur le champ A, qui est représentatif des données (cf. figure 3.5). La magnitude 19 pour l'objet stellaire correspond à la limite de détection^c des programmes de recherche automatisée d'objets sur les images astronomiques dans le cas des données AGAPE au Pic du Midi, et cela est intéressant pour l'optimisation du pavé de calcul du médian : c'est ce que nous étudions dans la section 4.4.1.

^bNous pouvons toujours retrouver d entier en arrondissant le résultat réel à l'entier supérieur.

^cEn fait, nous pouvons aller jusqu'à la magnitude 20 quand le bruit est faible, en bas du gradient de luminosité, mais la magnitude 19 est une limite plus générale, et donc est un choix plus prudent pour l'usage qu'on en fera dans l'estimation d'une taille de pavé optimale pour le calcul du médian. Cette idée sera développée dans la section 4.4.1.

Annexe G

Glossaire

ADU : Astronomical Data Unit, unité de mesure des flux, reçu dans un pixel, et correspondant au nombre d'électrons comptés dans chaque pixel par le processus d'acquisition de la CCD. La différence entre le nombre de photons et d'ADU provient notamment du « gain » de l'électronique. Tous les flux sont donnés en ADU, sauf mention contraire.

arcmin, arcsec : unité de mesure des angles définie de façon que $1 \text{ deg} \equiv 60 \text{ arcmin}$, et $1 \text{ arcmin} \equiv 60 \text{ arcsec}$. Les notations permettent d'écrire $1 \text{ arcmin} \equiv 1'$ et $1 \text{ arcsec} \equiv 1''$.

bruit et indépendance : l'hypothèse fondamentale dans l'étude du bruit dans un superpixel est que le bruit statistique dans un pixel i est indépendant du bruit de son voisin j à un instant donné

$$C_{ij} \equiv \overline{(\phi_i - \overline{\phi_i}) \times (\phi_j - \overline{\phi_j})} = 0$$

où ϕ_i et ϕ_j sont les flux dans les deux pixels considérés, et $\overline{\phi_i}, \overline{\phi_j}$ leur moyenne. Dans la pratique il est difficile de connaître la moyenne s'il y a des agitations physiques, car nous calculons la moyenne comme la moyenne temporelle.

courbe de lumière : courbe que forme dans le temps la luminosité reçue sur un détecteur en provenance d'un objet lumineux. Comme nous ne pouvons observer en continu, nous obtenons des courbes échantillonnées dans le temps.

disque d'amplification minimale : une source est amplifiée si une lentille se trouve à proximité de la ligne de visée entre l'observateur et la source. Le « disque d'amplification minimale » centré sur la ligne de visée représente la zone où la présence d'une lentille conduit à une amplification supérieure à une certaine amplification limite (spécifiée dans le texte). Pour une amplification limite donnée, le rayon du disque varie avec la distance entre l'observateur et la lentille.

échantillonnage : sur une courbe continue, on appelle échantillonnage le fait de n'accéder qu'aux valeurs d'un nombre fini de points sur cette courbe. Ainsi, une courbe de lumière est constituée en réalité de points qui sont aussi nombreux qu'il y a eu d'observations effectuées, de clichés de pris. Un bon échantillonnage signifie qu'on dispose de beaucoup de points dans le temps, et que la courbe de lumière, par exemple, peut être bien reconstituée. Au contraire, dans un mauvais échantillonnage, nous manquons d'information pour reconstituer des aspects physiques importants qui transparaissent dans la courbe. Voir aussi « théorème d'échantillonnage ».

erreur, fonction : nous avons $\text{Erf}(a) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^a e^{-x^2} dx$.

PSF : signifie *Point Spread Function* en anglais, et désigne la forme du signal que l'on reçoit en provenance d'un objet lumineux ponctuel qui, à cause de l'atmosphère notamment, se voit déformer. C'est en quelque-sortes la distribution des photons émis par une source ponctuelle sur une surface bi-dimensionnelle (le détecteur) : une bonne représentation de cette distribution est la gaussienne bi-dimensionnelle, avec pour x, y dans le plan du récepteur, le flux en z (cf. figure E.1).

seeing : largeur à mi-hauteur du signal reçu en provenance d'une source ponctuelle, cf. figure 4.1. Le *seeing* idéal a une valeur nulle, et pour AGAPE, les conditions atmosphériques sur le site d'observation le font varier entre 1'' et un maximum acceptable d'environ 3''. Au-delà, la perte de signal est trop importante.

Table des figures

1.1	Cette figure, inspirée d'un article de Krauss dans Scientific American de janvier 1999, résume l'état actuel des connaissances quant-aux valeurs des paramètres cosmologiques qui sont importants pour nous ici.	10
1.2	Cette figure montre le décalage des raies d'absorption en fonction de la distance. C'est le <i>redshift</i> car tout se décale vers la droite, vers les grandes longueurs d'onde. Cet effet est décrit aussi p. 32.	14
1.3	En haut, la galaxie NGC 5746. Le diagramme d'accompagnement montre la courbe de rotation de cette galaxie - la vitesse mesurée au spectroscopie par le déplacement vers le rouge de la lumière des étoiles et du gaz orbitant à de plus en plus grandes distances du centre - une courbe plate de rotation. L'image est une trame de CCD prise par W.C. Keel au télescope de 1.1-mètre Hall de l'observatoire de Lowell. La courbe de rotation a été mesurée à l'aide du spectromètre de CCD de GoldCam au télescope 2.1-mètres de l'observatoire national Kitt Peak.	17
1.4	La courbe de rotation de NGC 3198, cf. [Begeman], en rouge, avec en bleu la courbe de rotation « normale » déduite de la distribution de matière lumineuse avec les équations de Newton. Nous voyons aussi sur cette courbe qu'elle est très plate, au moins jusqu'à la distance limite observable. La différence entre les courbes rouge et bleu s'explique par la présence de matière non lumineuse dans un halo.	18
1.5	Superposition d'une image optique d'un amas de galaxies et d'une image X de la même zone prise par la collaboration ROSAT. Nous voyons en rouge un nuage de gaz confiné, qui ne peut être retenu par l'ensemble de ces galaxies que si la masse de l'ensemble est bien supérieur à la somme des composantes optiques des masses des galaxies.	20
2.1	Nous voyons ici la déflexion d'une angle α , donné dans (2.4), des rayons lumineux émis par la source à cause de la présence du MACHO dont la masse déforme l'espace-temps. Il se produit alors une image virtuelle, en rouge ici. Lorsque le MACHO se trouve sur la ligne de visée, alors l'angle $\theta = \theta_e = \frac{R_E}{D_{ol}}$, et l'image virtuelle est un disque de rayon R_E , qui est prise comme distance caractéristique du système de microlentille considéré, et qui apparaît dans toutes les formules (sous cette forme ou sous la forme de $t_E \equiv \frac{R_E}{v_l}$). Les échelles ne sont pas respectées.	33

2.2	Nous voyons ici la disposition relative de la lentille et de la source. t_0 est l'instant du maximum d'amplification, et t l'instant où la lentille est à l'endroit où figure le cercle gris, sachant que le MACHO se déplace à la vitesse v_l dans la direction du vecteur vitesse indiqué ici. Nous voyons que la relation (2.7) se déduit de d en divisant par R_E et en utilisant le fait que $d(t) = v_l \cdot t$ et $R_E = v_l \cdot t_E$. R_E est une grandeur fixe, invariante dans le temps, qui ne dépend que des paramètres, et qui est donné par (2.8).	35
2.3	Représente le « tube » dans lequel une lentille MACHO de masse déterminée engendrerait une amplification supérieure à $A = 1, 3$ (cf. relation 2.13) du flux apparent de l'étoile source pour l'observateur. La profondeur optique correspond au nombre de MACHOS présent dans ce tube à chaque instant. Ce nombre dépend du modèle de distribution de matière noire, i.e. le modèle du halo.	37
2.4	Schéma, non à l'échelle, des différentes collaborations et de leurs cibles observationnelles.	40
2.5	Nous voyons ici les résultats des analyses actuels des données des collaborations EROS et MACHO : le point bleu correspond à la meilleure estimation combinée, i.e. $0,5 M_\odot$ pour 20% du halo. Il s'agit de diagrammes d'exclusion à 95% de confiance, avec un modèle de halo (voir la relation 2.17) standard ($4 \times 10^{11} M_\odot$ à l'intérieur de 50 kpc). Les références sont [Alcock et al. 2000] et [Renault et al.].	42
2.6	Ici sont représentées les courbes de lumière de deux candidats EROS retenus sur trois, cf. [Ansari et al. 2000 (2)]. Ces courbes de lumière sont qualitativement semblables à celles obtenues par AGAPE, cf. chapitre 6.	43
2.7	position des champs d'analyse de la collaboration MACHO, cf. [Alcock et al. 2000].	44
2.8	Contour de vraisemblance pour la masse m des MACHOs et la fraction de halo f pour le modèle S de l'analyse de la collaboration MACHO présentée dans [Alcock et al. 2000].	45
2.9	Nous voyons ici des exemples de courbes de lumière pour trois événements retenus dans l'analyse MACHO, cf. [Alcock et al. 2000], chacun étant donné, de haut en bas, en filtre R et B.	46
2.10	Caractéristiques des sept candidats EROS nommés GSA1 à GSA7, avec la contribution à la profondeur optique.	48
3.1	Cartes des fluctuations relatives sur le champ A pour des pixels élémentaires de $(0,3 \text{ arcsec})^2$ à gauche, et des superpixels de $(2,1 \text{ arcsec})^2$ à droite. Nous voyons que le gain est notable.	54
3.2	Photométrie CCD issue de [Kent 1989] des isophotes internes de M31. M32, une galaxie satellite, est en haut à droite. Les magnitudes sont en filtre Gunn r.	57
3.3	Schéma des isophotes (à partir de la figure 3.2). Les magnitudes indiquées sont en filtre Gunn r, et nous retrouvons les variations décrites dans la figure 3.5.	58

3.4	Profil du flux de surface R (par arcsec^2) de la galaxie M31, selon le petit axe et le grand axe, sur une distance en arcmin sensiblement égale à la taille d'une image AGAPE, et pour le champ A. Ce diagramme est l'équivalent de celui obtenu pour la magnitude dans la figure 3.5.	59
3.5	Profil de magnitude de surface R (par arcsec^2) de la galaxie M31, selon le petit axe et le grand axe, sur une distance en arcmin sensiblement égale à la taille d'une image AGAPE, et pour le champ A. Dans la simulation permettant de calculer la magnitude limite détectable, je pars de ce diagramme pour avoir une bonne évaluation du fond lumineux sur lequel je mets la gaussienne représentant l'étoile. Ce diagramme est la contrepartie en magnitude du diagramme en flux de la figure 3.4.	60
3.6	Représentation en 3D puis en contours du signal stellaire ($m_\star = 22, 7$) à la limite de détection dans AGAPE pour les données Pic du Midi, avec une magnitude de fond $m_f = 19, 5$ correspondant à une région éloignée du bulbe dans les données, de surcroît sans gradient de luminosité, et un <i>seeing</i> excellent $s = 1$ (cf. page 56 pour description). Les agitations sont dues au bruit statistique dont il a été tenu compte, et cette représentation correspond donc à un tirage aléatoire sur les bruits, ce qui implique qu'on ne puisse pas la reproduire dans le détail : elle peut varier en fonctions des tirages aléatoires, mais elle reste cependant qualitativement représentative du résultat.	62
3.7	Nous voyons ici les variations de la magnitude limite détectable avec la magnitude de surface galactique et le <i>seeing</i> , cf. formule (3.21). La plage de variation du <i>seeing</i> correspond aux variations rencontrées dans les données AGAPE au Pic du Midi, et la plage de variation du fond galactique correspond à celle du champ A en filtre Gunn r (cf. figure 3.5). L'extrême limite détectable par AGAPE correspond au sommet inférieur gauche sur la figure, cf. expression (3.22).	63
3.8	Schéma à une dimension du problème où nous cherchons à déterminer le flux intégral de la PSF gaussienne (en rouge) tel que qui l'intégration de la PSF sur le pixel (en jaune) correspondant à l'endroit où la gaussienne atteint la moitié de la FWHM (en bleu) donne une valeur qui se distingue nettement de l'intégration du fond (ligne jaune pâle) sur ce même pixel. Dans ce cas, nous considérons que la forme gaussienne est parfaitement définie. Le calcul complet est effectué avec une PSF à deux dimensions.	65
3.9	Un pavé de 15×15 pixels qui contient la solution pour une forme gaussienne détectable avec les paramètres suivants :	67
3.10	La magnitude limite correspondant à une forme gaussienne détectable avec $n = 1$, cf. équation (3.23). Les sauts discrets correspondent au choix de prendre l'arrondi dans 3.25).	68
3.11	Contours de profondeur optique, cf. [Gyuk], pour des modèles de halo, cf. expression (3.30) :	71

3.12	Schéma traduisant que la galaxie M31 a son petit axe qui fait un angle non droit avec la ligne de visée qui nous relie au centre de cette galaxie, pente qui se traduit par le fait que $D > d$ et que sur le trajet de D il y a une plus grande quantité de halo qui est traversée, ce qui augmente la profondeur optique.	72
3.13	En haut, distribution de <i>seeing</i> et pendant toute la durée des observations sur le télescope TBL. En bas, le <i>seeing</i> dans le temps, qui montre aussi l'échantillonnage. La problématique du <i>seeing</i> est détaillée dans le chapitre 4, section 4.1.	73
3.14	Nous voyons ici les deux filtres utilisés, Gunn r et Johnson B, avec leur bande passante respective, que l'on peut comparer avec l'efficacité de la CCD et la transmission de l'atmosphère.	74
3.15	Les 6 champs d'observation A à F dans AGAPE qui recouvrent la partie centrale de la galaxie M31. La pente du rectangle contenant l'ensemble des champs de pose correspond à la pente naturelle des isophotes de M31 (cf. figure 3.2). . . .	75
3.16	Nous voyons ici la galaxie M31 avec la zone couverte par les champs d'étude d'AGAPE, qui représente environ $10' \times 15'$	77
3.17	Schéma du processus de superposition des pixels après application de la transformation de Turner ajustée.	80
3.18	Dispersion dans la position des étoiles recalées après application de la transformation de Turner ajustée. Nous avons un alignement meilleur que 0,3 pixel.	81
3.19	Nous voyons ici deux images qui représentent la même portion du ciel, autour d'une étoile, avec les pixels. Supposons que l'absorption soit la même sur les deux images, ce qui résulte dans le fait que les pixels autour de l'étoile en rouge à gauche et en rose à droite sont de la même couleur, mais que le <i>seeing</i> est plus grand à droite qu'à gauche, ce qui résulte dans une taille plus grande de la tache de l'étoile, et une luminosité par pixel la composant qui est différente, d'où les différences de couleur. Si le <i>seeing</i> avait été le même, la couleur ainsi que la taille de la tache de l'étoile auraient été les mêmes. un ajustement pixel à pixel donnerait un facteur $a = 1$ pour les pixels blancs, et $a \neq 1$ pour les pixels appartenant à la tache de l'étoile.	84
3.20	Résultat de l'alignement photométrique sur plusieurs images, décrit par (3.35) et calculé à l'aide de (3.40) et (3.41). La correspondance se réalise jusque dans les détails de la distribution.	86
3.21	Image du gradient résiduel (reflet) entre les <i>runs</i> c et d. Cet effet est pris en compte dans le traitement des images, cf. équation 3.42.	87
4.1	Nous voyons ici un signal stellaire de PSF gaussienne avec un plan coupant cette forme à mi-hauteur, l'intersection des deux formes étant le disque de <i>seeing</i> dont le diamètre, exprimé en arcsec, donne la valeur du <i>seeing</i>	90
4.2	Visualisation d'une images en une dimension en vert, et son médian en rouge. La différence entre ces deux courbes fait ressortir les bosses et les trous qui vont se contracter et s'étirer avec le <i>seeing</i>	99

4.3	Exemple de la corrélation linéaire existant entre l'écart au médian, pour chaque pixel, sur une image de <i>seeing</i> = 2,4 arcsec et celui sur une image de <i>seeing</i> = 1,2 arcsec : chaque point composant la forme en cigare correspond à un superpixel (l, m) , et l'abscisse et l'ordonnée sont $(\phi_p(t_1) - \widetilde{\phi}, \phi_p(t_i) - \widetilde{\phi})$. La pente est différente de l'unité, ce qui s'interprète comme un <i>seeing</i> différent entre les deux images, cf. équation (4.11). La ligne en tirets est la droite de pente unité (qui représente le cas où les deux images considérées n'ont pas de différence de <i>seeing</i> , i.e. $h_s = 1$). Les images étant recalées géométriquement, le pixel (i, j) sur une image surveille très exactement la même région du ciel que le pixel (i, j) sur une autre image (cf. section 3.3.1).	101
4.4	Nous voyons ici la dépendance de α_s et de β_s avec le <i>seeing</i> . Nous pouvons vérifier que le coefficient α_s est nul pour le <i>seeing</i> de l'image de référence.	103
4.5	Nous voyons ici le cigare de dépendance linéaire avant et après stabilisation, avec la droite de pente unité en tirets dans la figure du haut, et en trait plein en bas. L'effet d'élargissement de la distribution est bien visible (il s'agit donc d'une correction avec $\alpha_s < 0$ (cf. tableau 4.1).	105
4.6	Nous pouvons voir l'effet de la stabilisation sur la distribution de χ^2 pour toutes les courbes de lumière du champ A (soit 560×10^3 points), cf. expression (4.20) : la figure du haut est avant stabilisation, et celle du bas après. Le fait que la moyenne de la distribution ne soit pas égale au nombre de points échantillonnés, mais soit plus grande, indique simplement que nous avons difficilement accès à la véritable moyenne du flux d'un pixel, ce qui conduit à une distribution de χ^2 non centrale, cf. page 106.	107
4.7	La courbe de lumière a ici une bosse, et sa moyenne arithmétique (en rouge), calculée sur l'ensemble des points échantillonnés, est différente de la moyenne (en vert) que l'on obtiendrait si on faisait le même calcul sur une durée beaucoup plus longue, et qui elle représente la « véritable » moyenne du flux pour ce pixel. L'écart entre les moyennes est donc directement relié au décalage λ observé dans la distribution de χ^2 , cf. équation 4.20, et la discussion qui suit. Ce même décalage est en partie responsable de la composante non statistique dans la distribution des χ^2 qu'est la longue queue à droite dans la figure 4.6.	108
4.8	Nous voyons ici la différence superpixel à superpixel entre l'image en cours (ici RA67) avec <i>seeing</i> = 1, 7 et l'image de référence avec <i>seeing</i> = 1, 3	110
4.9	La courbe de lumière du haut est avant stabilisation, avec un erreur statistique multipliée par un facteur 1, 5, et celle du bas est après stabilisation, avec l'erreur qui prend en compte l'effet décrit dans l'équation (4.19).	111
4.10	Un autre exemple de l'effet de la procédure de stabilisation : la courbe de lumière du haut est avant stabilisation, avec un erreur statistique multipliée par un facteur 1, 5, et celle du bas est après stabilisation, avec l'erreur qui prend en compte l'effet décrit dans l'équation (4.19).	112

- 4.11 A gauche nous voyons la distribution des flux bruités, en ADU, dans les pixels du pavé 25×25 avec un fond de magnitude 19,5 pour le temps de pose usuel de 1200 secondes : c'est une distribution $N(\phi_{fond}, \sigma(\phi_{fond}))$. A droite, la même distribution, mais après avoir ajouté au centre du pavé une PSF gaussienne d'un objet de magnitude 19 : le médian est très peu modifié. Les échelles donnent toute la distribution sans coupure et permettent de voir l'étalement introduit par la présence de l'objet stellaire. 116
- 4.12 A gauche nous voyons la distribution des flux bruités, en ADU, dans les pixels du pavé 25×25 avec un fond de magnitude 18, avec gradient de luminosité correspondant à celui rencontré à cette magnitude (cf. figure 3.5) ce n'est plus une loi normale $N(\phi_{fond}, \sigma(\phi_{fond}))$. A droite, la même distribution, mais après avoir ajouté au centre du pavé une PSF gaussienne d'un objet de magnitude 18 : le médian est significativement modifié. Cette figure peut se voir en parallèle avec la figure 4.16 qui illustre un autre aspect de la même situation. 117
- 4.13 Représentation en 3D et en contours d'un objet stellaire de PSF gaussienne de magnitude 19 sur un fond de magnitude de surface 19,5, sans gradient de luminosité, avec un *seeing* de 3 arcsec. Le pavé fait 25×25 pixels, qui est la limite trouvée pour que le médian ne soit pas influencé significativement par la présence de l'objet, cf. expression (4.25). 120
- 4.14 Une gaussienne, dont une tranche particulière est ici représentée en rouge, et le pavé de médian en bleu. Le médian mobile est calculé dans un pavé, qui glisse par saut discret de un pixel le long de l'axe x en $y = 0$, i.e. selon un chemin qui passe par le pixel au centre de la gaussienne, ce chemin étant ici hachuré diagonalement en bleu. 120
- 4.15 Pour un objet stellaire de magnitude 19 sur un fond de magnitude 19,5 sans gradient de luminosité, le tout bruité par un bruit de Poisson, nous voyons ici $\frac{\phi_i^S - \phi_i^F}{\sigma(\phi_i^F)}$, la différence des médians, calculés sur un pavé 25×25 , le long x des pixels numérotés i situés sur l'axe $y = 0$ de la PSF gaussienne, cf. expression (F.1) et figure explicative 4.14, relativement au bruit statistique attendu sur le flux contenu dans le même pixel. Le centre de l'étoile est en $x = 47$ 121
- 4.16 L'écart normalisé mobile du médian, $\frac{\phi_i^S - \phi_i^F}{\sigma(\phi_i^F)}$, pour un objet stellaire de magnitude 18 sur un fond de magnitude 18 sans (image du haut) et avec (image du bas) gradient de luminosité, le tout bruité par un bruit de Poisson. Calcul effectué sur un pavé de médian 25×25 , le long x des pixels numérotés i situés sur l'axe $y = 0$ de la PSF gaussienne, cf. expression (F.1) et figure explicative 4.14, relativement au bruit statistique attendu sur le flux contenu dans le même pixel. Le centre de l'étoile est en $x = 47$ 124
- 4.17 Représentation en 3D et en contours d'un objet stellaire de PSF gaussienne de magnitude 19 sur un fond de magnitude de surface 18 avec gradient de luminosité, avec un *seeing* de 3 arcsec. Le pavé fait 25×25 pixels, qui est la limite trouvée pour que le médian ne soit pas influencé significativement par la présence de l'objet, cf. expression (4.25). 125

4.18	Pour un objet stellaire de magnitude 19 sur un fond de magnitude 18 avec gradient de luminosité, le tout bruité par un bruit de Poisson, nous voyons ici $\frac{\tilde{\phi}_i^S - \tilde{\phi}_i^F}{\sigma(\phi_i)}$, la différence des médians, calculés sur un pavé 25×25 , le long x des pixels numérotés i situés sur l'axe $y = 0$ de la PSF gaussienne, cf. expression (F.1) et figure explicative 4.14, relativement au bruit statistique attendu sur le flux contenu dans le même pixel. Le centre de l'étoile est en $x = 47$	125
4.19	Schéma de rappel de la position des champs dans AGAPE. Pour plus de détails, voir la section 3.1.1.	126
4.20	Nous voyons ici à gauche un seul cosmique assez gros qui a affecté plusieurs pixels : au moins deux pixels voisins sont très élevés. A droite, nous voyons deux cosmiques côte à côte. Leurs formes sont semblables, ils sont très piqués.	127
4.21	Distribution continue attendue du nombre de cosmiques, avec en ordonnée la fréquence exprimée en nombre de courbes de lumière concernées sur les 800×750 pixels qui composent la partie utile des 1024×1024 pixels d'une image. Cette distribution est construite à partir de la loi de Poisson de moyenne $\mu = 0, 1$, cf. expression (4.29). La version discrétisée est donnée figure 4.22.	129
4.22	Distribution attendue du nombre de cosmiques, avec en ordonnée la fréquence exprimée en nombre de courbes de lumière concernées sur les 800×750 pixels qui composent la partie utile des 1024×1024 pixels d'une image. Cette distribution est construite à partir de la loi de Poisson de moyenne $\mu = 0, 1$, cf. expression (4.29), avec $x \rightarrow k$ où k est un entier positif pour obtenir la distribution discrétisée.	130
4.23	Distribution du nombre de cosmiques effectivement détectés sur chaque courbe de lumière sélectionnée par les critères exposés dans la section 5.1. Cette distribution a exactement l'allure de la distribution théorique exposée dans la figure 4.21, mais avec $\mu_{\text{réel}} = 0, 95$ à la place du $\mu_{\text{th}} = 0, 1$ prédit, ce qui montre que nous avons tendance à sur-détecter les cosmiques	131
4.24	Distribution théorique miroir de la distribution observée des cosmiques donnée figure 4.23, correspondant à la distribution de Poisson avec une moyenne $\mu = 0, 95$	132
4.25	Nous voyons ici trois de détection de cosmique, dont deux où la reconnaissance de forme est nécessaire. Il y a à chaque fois plus de deux pixels verts, indiquant des pixels qui sont très supérieurs à la valeur qu'ils avaient sur l'image précédent celle où une très forte augmentation brusque a été détectée. Le premier cas à gauche est directement reconnu comme un cosmique : deux pixels au maximum très forts, c'est le cas ici. Au milieu, nous avons dû procéder à une reconnaissance de forme qui nous dit qu'il y a deux groupes, jusque-là c'est bon pour un cosmique, avec dans chacun des groupes moins de trois ou trois pixels. C'est donc bien un cosmique (deux dans ce cas, comme dans la figure ??). Dans le troisième schéma, nous avons bien deux groupes par reconnaissance de forme, mais l'un d'eux a plus de 3 pixels, c'est donc trop, et on rejette l'hypothèse d'un cosmique (ce sont plutôt des structures réelles, du type Tonry). Les lignes rouges montrent les connexions de proximité qui valident l'appartenance à un même groupe.	133

- 4.26 Nous voyons ici en vert la moyenne glissante, et en rouge la moyenne globale pour une courbe de lumière, représentée en noir, comportant une bosse significative. Nous voyons que sélectionner des limites quant-à l'écart maximal entre ces deux moyennes conduit à faire une sélection sur les bosses. En limitant l'écart de façon raisonnable, on peut vérifier de visu que les courbes de lumière ainsi obtenues sont bien des courbes de lumière agitées statistiquement. 137
- 4.27 Ceci est le schéma d'une courbe de lumière avec une bosse correspondant à un événement de microlentille gravitationnelle. Les paramètres auxquels nous pouvons accéder de façon directe, et qui caractérisent la forme globale de la bosse, sont $t_{1/2}$, t_0 et ΔF (noté dF sur la figure) qui sont respectivement la largeur à mi-hauteur, l'instant du maximum et l'accroissement maximal de flux. Le fond est l'autre caractéristique accessible, non directement liée à la bosse. 142
- 4.28 Courbe originale du flux en bleu, avec points échantillonnés en noir, et ajustement en rouge (valeurs d'origine 1 avec $\phi_\star = 80$, cf. tableau 4.2). 148
- 4.29 Courbe originale du flux en bleu, avec points échantillonnés en noir, et ajustement en rouge (valeurs d'origine 2 avec $\phi_\star = 400$, cf. tableau 4.2). 148
- 4.30 Courbe originale du flux en bleu, avec points échantillonnés en noir, et ajustement en rouge (valeurs d'origine 2 avec $\phi_\star = 80$, cf. tableau 4.2). 149
- 4.31 Courbe originale du flux en bleu, avec points échantillonnés en noir, et ajustement en rouge (valeurs d'origine 2 avec $\phi_\star = 400$, cf. tableau 4.2). 149
- 4.32 Différence relative $\frac{\phi_{original} - \phi_{ajusté}}{\phi_{original}}$ des flux représentés sur la figure 4.28. 150
- 4.33 Nappes de convergence $\chi^2 = f(\phi_\star, t_e)$ pour un ajustement NDG sur le candidat RA(585,535). Le puits est bien visible, mais nous sommes ici dans un cas où la dégénérescence est artificiellement levée (cf. page 151). 152
- 4.34 Nappes de convergence $\chi^2 = f(\phi_\star, t_e)$ pour un ajustement NDG sur le candidat RA(585,535). Nous voyons clairement une vallée se dessiner, car nous avons ici pris soin de conserver la possibilité de dégénérescence (cf. page 151). 153
- 5.1 Nous voyons ici la représentation d'un superpixel, le carré 7×7 au centre, avec des couleurs en dégradé de gris qui indiquent l'intensité dans chacun des pixels. Supposons que le centre, trouvé par l'étude de la courbe de lumière ayant la plus grande valeur de la fonction de vraisemblance L_1 soit le pixel dont l'abscisse et l'ordonnée sont indiquées par les pixels colorés en rouge et en vert respectivement, nous voyons alors que le véritable centre est probablement mieux spécifié par le pixel dont les coordonnées sont spécifiées par les pixels de couleur verte. Le but du recentrage par ajustement de gaussienne est justement de nous fournir ce véritable centre (cf. p. 158). 160

- 5.2 Résultat de la simulation pour la distance entre le centrage fournit par le pixel avec flux maximal, et le vrai centre du signal gaussien. Nous voyons que c'est mauvais pour des signaux faibles avec fort *seeing*. Pour AGAPE, les valeurs typiques de magnitude sont aux alentours de $M = 21$, $seeing = 1,5$ arcsec. Les déformations que l'on voit sur la figure avec les contours proviennent du bruit. L'échelle de gris à droite n'est là que pour mieux percevoir les effets visibles sur la figure à gauche. . 161
- 5.3 Résultat de la simulation pour la distance entre le centrage fourni par le barycentre pondéré par les flux des pixels voisins du pixel avec flux maximal, et le vrai centre du signal gaussien. Nous voyons là aussi que c'est mauvais pour des signaux faibles avec fort *seeing*, et ça ressemble fort à ce qui est obtenu avec l'usage direct du pixel avec flux maximal sans barycentre. Pour AGAPE, les valeurs typiques de magnitude sont aux alentours de $M = 21$, $seeing = 1,5$ arcsec. Les déformations que l'on voit sur la figure avec les contours proviennent du bruit. L'échelle de gris à droite n'est là que pour mieux percevoir les effets visibles sur la figure à gauche. 162
- 5.4 Résultat de la simulation pour la distance entre le centrage fourni par l'ajustement d'une gaussienne, et le vrai centre du signal gaussien. Nous voyons que c'est mauvais pour des signaux faibles avec fort *seeing*, mais bien que la forme générale soit proche de ce qui est obtenu avec les deux autres méthodes de centrage, le comportement est bien meilleur dans les zones éloignées des situations où les trois méthodes marchent mal : c'est bien plus plat. Pour AGAPE, les valeurs typiques de magnitude sont aux alentours de $M = 21$, $seeing = 1,5$ arcsec. Les déformations que l'on voit sur la figure avec les contours proviennent du bruit. L'échelle de gris à droite n'est là que pour mieux percevoir les effets visibles sur la figure à gauche. 162
- 5.5 Nous voyons ici le résultat de la simulation pour la quantité $\frac{d_{m,v}-d_{b,v}}{d_{b,v}}$ où $d_{m,v}$ et $d_{b,v}$ désignent respectivement la distance entre le pixel avec flux maximal et le vrai centre, et la distance entre le barycentre pondéré par le flux dans le voisinage du pixel avec flux maximal et le vrai centre. A gauche la représentation de cette quantité en fonction du flux intégré de l'objet et du *seeing*, et à droite le contour du graphe de gauche qui nous permet de mieux apprécier le relief. Nous voyons que les différences sont faibles, et les zones agitées sont non seulement modérées dans leurs *extrema*, mais de plus n'indiquent pas de tendance en faveur de l'une ou l'autre méthode. Les déformations que l'on voit sur la figure avec les contours proviennent du bruit. L'échelle de gris à droite n'est là que pour mieux percevoir les effets visibles sur la figure à gauche. 164

- 5.6 Nous voyons ici le résultat de la simulation pour la quantité $\frac{d_{m,v}-d_{g,v}}{d_{g,v}}$ où $d_{m,v}$ et $d_{g,v}$ désignent respectivement la distance entre le pixel avec flux maximal et le vrai centre, et la distance entre le centre obtenu par ajustement de gaussienne et le vrai centre. A gauche la représentation de cette quantité en fonction du flux intégré de l'objet et du *seeing*, et à droite le contour du graphe de gauche qui nous permet de mieux apprécier le relief. Nous voyons que les écarts normalisés deviennent importants, en faveur de l'ajustement gaussien, pour des valeurs justement souvent rencontrées dans les observations AGAPE. Les déformations que l'on voit sur la figure avec les contours proviennent du bruit. L'échelle de gris à droite n'est là que pour mieux percevoir les effets visibles sur la figure à gauche. 164
- 5.7 Nous voyons ici le résultat de la simulation pour la quantité $\frac{d_{b,v}-d_{g,v}}{d_{g,v}}$ où $d_{g,v}$ et $d_{b,v}$ désignent respectivement la distance entre le centre obtenu par ajustement de gaussienne et le vrai centre, et la distance entre le barycentre pondéré par le flux dans le voisinage du pixel avec flux maximal et le vrai centre. A gauche la représentation de cette quantité en fonction du flux intégré de l'objet et du *seeing*, et à droite le contour du graphe de gauche qui nous permet de mieux apprécier le relief. Nous voyons que les écarts deviennent importants, en faveur de l'ajustement gaussien, pour des valeurs justement souvent rencontrées dans les observations AGAPE. Les déformations que l'on voit sur la figure avec les contours proviennent du bruit. L'échelle de gris à droite n'est là que pour mieux percevoir les effets visibles sur la figure à gauche. 165
- 5.8 Schéma représentant les résidus en bleu, étudiés dans le temps en abscisse, avec en rouge la ligne du zéro. Nous voyons ici un exemple de forte corrélation par morceau, ces morceaux pouvant figurer les périodes d'observation dans AGAPE par exemple. 169
- 5.9 Schéma qui indique les valeurs du coefficient de Durbin-Watson d calculé dans (5.14) et les zones de rejet de l'hypothèse H_0 en rouge, de non rejet en vert, et de doute en bleu, avec les bornes critiques d_L et d_U (cf. p. 168). 169
- 5.10 Nous voyons ici la représentation en bleu turquoise de la zone utile définie dans l'expression (5.30). Sont représentés les vecteurs vitesse \vec{v} et le vecteur perpendiculaire, qui, normalisés, deviennent $(\theta_{||}, \theta_{\perp})$. En vert nous avons ma zone utile au début de la période d'observation, puis, en se déplaçant durant le temps T_{obs} , la lentille va parcourir une distance $v_l \cdot T_{obs} = d$. Par ailleurs, le rayon de la zone circulaire verte est $L = u_{max} \cdot \theta_E$ où u_{max} représente la valeur maximale permise au paramètre u défini dans (2.7) pour que l'amplification produite par la configuration géométrique de l'événement de microlentille gravitationnelle soit détectable dans les données. . 176
- 5.11 Le modèle de fonction de luminosité utilisé pour la simulation Monte-Carlo, jusqu'à $M_I \simeq 9$, pris dans [Han et al. 1998], est construit à partir de [Holtzman et al.] et de [Gould et al.]. 184
- 5.12 Résultat de la simulation Monte-Carlo pour la magnitude des étoiles source des événements détectés, obtenue avec des masses de lentille dans le bulbe et dans le halo de M31 de $m_{lentille}^{bulbe} = 0,6 \times m_{\odot}$ et $m_{lentille}^{halo} = 0,3 \times m_{\odot}$ respectivement, et un module de distance pour M31 de 24,3 (cf. tableau 3.1). 186

5.13	Distribution de l'amplification au maximum de l'événement détecté par la simulation Monte-Carlo.	186
5.14	Distribution de la magnitude apparente au maximum d'amplification des étoiles sources dans la simulation Monte-Carlo.	187
5.15	Distribution des instants du maximum d'amplification des événements de microlentilles détectés dans la simulation Monte-Carlo durant les trois années d'observation.	187
5.16	Distance des MACHOs dans la simulation Monte-Carlo pour les événements détectés. Nous voyons que la plupart se trouvent dans le halo de la galaxie d'Andromède.	188
5.17	Distribution des $t_{1/2}$ des événements détectés dans la simulation Monte-Carlo.	188
5.18	Dans le cadre de la simulation Monte-Carlo, nous voyons ici l'écart en nombre d'écarts standard entre le flux au maximum d'amplification et le flux du fond.	189
6.1	La ligne de visée vers le côté proche de M31 voit moins d'étoiles, et donc moins de variables, que celle qui pointe vers le côté éloigné.	191
6.2	La répartition spatiale des étoiles variables pulsantes détectées par AGAPE sur les champs A et B, respectivement situés sur la partie lointaine et proche de M31. Illustre l'effet d'extinction du disque (qui traverse le bulbe) sur la détection de ces objets.	192
6.3	Test V visuel de la qualité d'échantillonnage de la bosse d'amplification.	193
6.4	Les candidats 1 à 6 retenus dans l'analyse (champs A à D).	194
6.5	Les candidats 7 à 15 retenus dans l'analyse (champs E à F).	195
6.6	Un exemple de rejet par le test MDM : courbes de lumière en filtre R et I des candidats du champ F, donnés figure 6.5, sur les données MDM. Ces trois candidats sont rejetés à cause des variations significatives que l'on peut voir sur ces courbes.	196
6.7	A gauche, somme de 26 poses de 1 min en filtre B sur le champ Z longtemps avant le maximum d'amplification. A droite, pose de 30 min en filtre B sur le champ B centré sur Z1 au maximum d'amplification. Les deux images sont centrées sur le pixel où apparaît le candidat Z1.	197
6.8	Courbe de lumière du flux contenu dans le superpixel centré sur AGAPE Z1. Les points blancs correspondent aux données issues du champ Z, et les points noirs du champ B.	197
6.9	Courbe de lumière de AGAPE Z1 autour du jour t_0 du maximum d'amplification, saison 1995, avec une photométrie améliorée. La courbe en pointillés est l'ajustement d'une courbe de Paczyński dégénérée qui donne les paramètres ajustés du tableau 6.2.	198
6.10	Impression en négatif de l'image HST en filtre F547M d'un champ de $2, 6 \times 2, 6$ arcsec ² centrée sur HST1 et montrant le disque d'erreur à 3σ pour la position projetée de l'événement Z1.	199

6.11	Démonstration de la sensibilité de la méthode des pixels pour deux des trois candidats du champ D. A droite des courbes de lumière sont figurées :	204
6.12	Pour les trois candidats du champ F, la courbe de lumière et le pavé des flux des pixels autour de l'événement pour l'écart entre le pavé d'une image proche du maximum d'amplification, et un pavé correspondant à une image loin de l'amplification maximale, en prenant soin que le <i>seeing</i> soit sensiblement le même. Nous voyons au centre un objet qui se détache significativement du bruit. De haut en bas, image 19 - image 5 avec un <i>seeing</i> de 1,5'', image 22 - image 8 avec un <i>seeing</i> de 1,2'', image 14 - image 33 avec un <i>seeing</i> de 1,3''.	205
6.13	Pour le candidat du champ A retenu, la courbe de lumière sous laquelle on peut voir, de gauche à droite, le pavé des flux des pixels autour de l'événement pour une image loin de l'amplification maximale, et une image proche du maximum d'amplification, avec le pavé différence, en prenant soin que le <i>seeing</i> soit sensiblement le même (image 34 - 60, avec un <i>seeing</i> de 1,3 arcsec). Nous voyons au centre un objet qui se détache significativement du bruit.	206
6.14	Courbe de lumière du candidat RA(791, 189) sur les données du télescope MDM. Cette courbe est statistiquement stable, avec une amplitude maximale égale au cinquième de l'amplitude maximale sur la courbe de lumière des données TBL.	206
6.15	Distribution des paramètres d'ajustement pour les candidats AGAPE après analyse des données TBL et avant application du test MDM. Les deux lignes sont les mêmes distributions, mais la seconde ligne permet une comparaison directe avec celles issues de la simulation Monte-Carlo, cf. figure 6.16.	208
6.16	Distributions des paramètres issus de la simulation Monte-Carlo. Elles sont à comparer avec la figure 6.15 où sont données les distributions des paramètres issus de la sélection suite à l'analyse des données.	208
6.17	Distribution des paramètres d'ajustement pour les candidats AGAPE après analyse des données TBL et application du test MDM noté VII. Les deux lignes sont les mêmes distributions, mais la seconde ligne permet une comparaison directe avec celles issues de la simulation Monte-Carlo, cf. figure 6.16. La ligne du haut peut être comparée avec la ligne du haut de la figure 6.16 : le test MDM coupe les événements longs.	209
6.18	Bilan de la sélection. Les coordonnées absentes MDM ne sont bien-entendu pas rejetées par le test MDM ! Le fait de ne considérer que les champs A à D revient à ne garder que les événements qui ont un bon échantillonnage.	210
6.19	Champs couverts par les télescopes TBL (Pic du Midi), MDM (Kitt Peak, Arizona) et INT (Îles Canaries).	214
A.1	Schéma du comportement générique de la fonction $y = x^3 + p \cdot x + q$, où l'on retiendra seulement le fait que l'équation $y = 0$ a toujours une solution géométrique, à cause du comportement asymptotique de cette fonction, qui passe continûment de $-\infty$ à $+\infty$	236

A.2	<i>Mystère et mélancolie d'une rue</i> par GIORGIO CHIRICO, 1914 (image tirée du site HTTP://WWW.GEOCITIES.COM/HOLLYWOOD/PICTURE/9193/	238
A.3	<i>Délivré de la sombre ignorance</i> par AXEL EBBE (obtenue après traitement d'image d'une photo présente sur le site http://www.trelleborg.se/trbg/kommunen/kultur/konsth/axelebbe.htm	239
A.4	<i>L'étoile de la mort</i> ou <i>Death Star</i> telle qu'elle est représentée dans le film de G. Lucas <i>Le retour du Jedi</i> . Cet objet, ou son dérivé, la « sphère de Dyson », est-il l'explication à la matière noire ? En tout cas, cette représentation d'un soleil noir a un fort écho dans l'imaginaire de notre civilisation (image tirée du site http://www.geocities.com/Hollywood/Picture/9193).	244
A.5	<i>Intérieur métaphysique et soleil couchant</i> par GIORGIO CHIRICO, 1971 (image tirée du site http://www/geocities.com/Athens/6123).	246
A.6	<i>Levé de soleil sur le carré</i> par GIORGIO CHIRICO, 1971 (image tirée du site http://www/geocities.com/Athens/6123	247
B.1	La fonction f est tracée en rouge avec la fonction identité $y = x$ en bleu : nous pouvons voir que nous avons presque $f \circ f = Id$	250
B.2	Courbe originale de l'amplification en bleu, avec en noir les points échantillonnés du flux transformés en amplification en utilisant l'équation (B.18), et ajustement en rouge (valeurs d'origine 1 avec $\phi_\star = 80$, cf. tableau 4.2). Pour la transformation en amplification, les valeurs des paramètres sont ceux d'origine, i.e. ceux qui ont généré la courbe en bleu de la figure 4.28. La différence entre les deux courbes est remarquable, malgré la faible différence visible sur la courbe des flux de la figure 4.28, et s'explique par l'équation (B.20).	253
B.3	Courbe originale de l'amplification en bleu, avec en noir les points échantillonnés du flux transformés en amplification en utilisant l'équation (B.18), et ajustement en rouge (valeurs d'origine 2 avec $\phi_\star = 80$, cf. tableau 4.2). Pour la transformation en amplification, les valeurs des paramètres sont ceux d'origine, i.e. ceux qui ont généré la courbe en bleu de la figure 4.30. La différence entre les deux courbes est remarquable, malgré la faible différence visible sur la courbe des flux de la figure 4.28, et s'explique par l'équation (B.20).	254
B.4	Nous voyons ici les courbes d'amplification avec en bleu la courbe d'origine, et en rouge la courbe ajustée mais cette fois-ci en forçant le flux de l'étoile au repos, ϕ_\star à sa véritable valeur d'origine (valeurs d'origine 1 avec $\phi_\star = 200$, cf. tableau 4.2). Nous voyons qu'à la différence de la figure B.2, l'écart des amplifications est maintenant faible, comme prévu par l'équation (B.20).	255

- D.1 Ceci est un schéma représentant deux signaux gaussiens, posés sur un fond plat, visualisés selon une seule dimension. Le flux total s'ajoute, et nous effectuons en chaque point la somme des deux gaussiennes. Quand la distance entre les deux traits verticaux rouges, désignant le centre de chacun des signaux, est inférieure au *seeing*, qui est la largeur à mi-hauteur du signal gaussien, alors on ne peut plus séparer les deux signaux, il n'y a plus qu'un seul pic visible. 260
- D.2 Nous voyons un signal stellaire de PSF gaussienne de flux intégré ϕ_\star en vert, avec un fond mal évalué en rouge, qui résulte en une partie émergente de la gaussienne représentant un flux $\phi_v = \phi_\star - \phi_{fond}$ qui est pris comme flux intégré de la gaussienne en bleu. Maintenant que nous avons déterminé l'intégrale de la gaussienne en bleu, il nous reste, pour la définir complètement, à définir sa FWHM : à gauche nous avons en bleu une gaussienne de *seeing* donné par la FWHM de la partie de la courbe verte qui dépasse du fond, et à droite une gaussienne en bleu de même *seeing* que celui de la gaussienne originelle en vert. Pour les valeurs numériques, j'ai pris un fond réel de magnitude 20 et un fond évalué de magnitude 19,5 (cf. figure 3.5) avec un objet stellaire de magnitude 19 (cf. discussion sur le choix de la magnitude 19 dans la section 4.4.1). Cela montre toute l'importance d'avoir une bonne évaluation du fond ainsi que du *seeing*. 262
- E.1 Cette figure représente le signal gaussien que nous recevons d'un objet lumineux du type étoile sur un fond plat. Chaque carré est un pixel. Nous voyons que $\zeta_\star > \zeta_p$. La largeur du signal variera dans le temps avec les variations des conditions atmosphériques, ce qui modifiera le flux collecté par chacun des pixels. 266
- E.2 Nous voyons en bleu foncé et rouge les deux PSF de gaussiennes, du moins les tranches coupées à la largeur à mi hauteur (FWHM), pour des *seeings* différents, conduisant à un nombre de pixels influencés par la PSF différent, respectivement en bleu clair et jaune. 267
- E.3 Nous voyons ici le schéma d'un superpixel avec le signal qui y est contenu, avec en vert la partie intéressante du signal et en rouge la partie parasite. Plus le superpixel est grand, plus la composante parasite devient importante, et le rapport S/B se dégrade. 267
- E.4 Illustration de l'expérience d'esprit proposée p. 268, où il s'agit de calculer la contribution des $n = 13$ étoiles ici présentes (séparées d'un pixel, chacune étant centrée sur un pixel), au flux reçu au point $x = x_0$, sachant que ces étoiles ont un signal détecté, la PSF, qui sont tous les mêmes. 269
- E.5 La fonction gaussienne est en rouge, et la Moffat en bleu, cf. équations (E.9) et (E.10). La Moffat a comme paramètre $\beta = 2,5$ et son σ_M a été choisi de telle sorte que les deux fonctions aient la même FWHM (ce qui revient à dire que les deux PSF ont le même *seeing*). Cette figure représente une coupure de la figure équivalente tri-dimensionnelle suivant un plan qui passe par $x = 0$, $y = 0$ et qui est perpendiculaire au plan (x, y) 271

F.1	Nous voyons ici la représentation de la distance d'influence, ici de 3 pixels, pour un objet de PSF gaussienne, ici en rouge, avec la zone d'influence Z_I résultante en bleu, de 7×7 pixels. Le pavé de pixels qui quadrille l'ensemble peut représenter le pavé de médian, ici de 11×11 pixels, et le tout est alors avec des échelles proportionnelles au résultat décrit par (4.25).	280
F.2	Résultat de la simulation pour la distance d'influence en pixels, cf. équation F.5, d'un objet stellaire modélisé par une PSF gaussienne de magnitude 19 avec un <i>seeing</i> de 3 arcsec sur un fond en magnitude par arcsec^2 variable correspondant à celui rencontré dans AGAPE (cf. figure 3.5).	280
F.3	Résultat de la simulation pour la distance d'influence en pixels d'un objet stellaire modélisé par une PSF gaussienne en fonction de la magnitude par arcsec^2 du fond galactique (correspondant à celui rencontré dans AGAPE (cf. figure 3.5), et de la magnitude de l'objet, pour un <i>seeing</i> de 3 arcsec. La magnitude 19 pour l'objet stellaire correspond à peu près à la limite de détection des programmes de recherche automatisés d'étoiles sur les données AGAPE au Pic du Midi.	281
F.4	Résultats de la simulation pour la distance d'influence en pixels d'un objet stellaire modélisé par une PSF gaussienne de magnitude 19 avec un <i>seeing</i> de 3 arcsec sur un fond de magnitude par arcsec^2 variable correspondant à celui rencontré dans AGAPE (cf. figure 3.5), et ce pour trois méthodes différentes d'intégration sur pixel (cf. page 282), la méthode la plus exacte étant celle en rouge, que l'on retrouve figures F.2 et F.3.	282

Liste des tableaux

1.1	La valeur de k dans l'équation (1.1) définit la géométrie de l'Univers. La connaissance de Ω_m et Ω_Λ établit des contraintes sur la valeur de Ω_k et ainsi sur k	4
1.2	Résumé des valeurs de Ω_m déduite de différentes méthodes. Nous voyons le rôle que joue l'échelle d'étude.	20
3.1	Les caractéristiques principales de la galaxie M31.	55
3.2	Ce tableau donne le nombre de poses effectuées pour chaque champ et dans chaque filtre durant les trois années d'observation au Pic du Midi.	78
4.1	Comportement des fonctions h_s et α_s avec le <i>seeing</i> dans l'équation (4.12), où, par exemple, nous voyons que si $h_s(t_i) > 1$, alors $g_s(t_i) < g_s(t_1)$, alors, en s'appuyant sur l'équation (4.10), la correction de stabilisation nécessaire au temps t_1 est plus importante qu'au temps t_i , l'étalement du signal de type stellaire est plus grand en t_1 qu'en t_i , i.e. le <i>seeing</i> est pire en t_1 qu'en t_i	102
4.2	Résultat des ajustements et mise en évidence de la dégénérescence : en fixant des flux d'étoile au repos très différents, nous arrivons à des ajustements qui nous fournissent des paramètres physiques très différents, avec pratiquement le même χ^2 . Les valeurs d'origine sont données suivies des résultats des ajustements effectués sur la courbe échantillonnée. Le seul changement dans le cas « 2 bis » est l'utilisation d'un taux d'échantillonnage de 4 points par unité de temps t_e et non plus de 10. . .	147
5.1	Résumé des étapes de sélection des courbes de lumière. L désigne la fonction de vraisemblance, ϕ_i le flux dans le superpixel à un instant t_i , O la période d'observation pour AGAPE au Pic du Midi (3 ans), χ^2 le résultat de l'ajustement par moindres carrés pondérés, t_0 l'instant du maximum d'amplification obtenu par ajustement, $t_{1/2}$ la largeur à mi-hauteur de la courbe d'amplification du flux obtenu par ajustement, et CL signifie « courbe de lumière ».	155
6.1	Résumé des critères de sélection (cf. tableau détaillé 5.1). Le test MDM consiste à voir s'il existe des variations sur les courbes de lumière poursuivies sur des données récentes du télescope MDM.	192

6.2	Caractéristiques de l'événement Z1 déduit d'une photométrie sur le champ B en filtre Gunn r pour une pose de 20 min, et sur ce même champ en filtre Johnson B pour une pose de 30 min. Le temps du maximum, t_0 , est donné en $J - 2449624,5$ où J est la date Julienne ; c'est le nombre de jours écoulés depuis la première pose AGAPE.	198
6.3	Paramètres physiques de l'événement Z1 si nous acceptons le fait que l'étoile source est bien l'étoile détectée sur le champ HST.	200
6.4	Bilan de la sélection sur les champs A à D. Rappelons que les données MDM ne permettent pour l'instant de vérifier les courbes de lumière que sur les champs A et D, mais nous avons tout de même pu effectuer le test MDM sur le candidat Z1, qui n'est pas rejeté.	202
6.5	Bilan de la sélection sur les champs E et F (pour lesquels les données MDM ne permettent pour l'instant de vérifier les courbes de lumière que sur le champs F, d'où le fait que les 6 candidats soient encore à vérifier car ils appartiennent tous au champ E).	203
6.6	Les candidats TBL après application du critère $t_{1/2} \leq 45$ jours motivé par la comparaison de la distribution des paramètres des candidats, cf. figure 6.15, avec les distributions issus de la simulation Monte-Carlo. Je rappelle que le test MDM rejette les candidats des champs A et F, mais ne permet pas encore de tester ceux des champs B et E, sauf pour l'événement Z qui a eu un traitement spécifique.	207
6.7	Application de la sélection sur les données du champ A.	216
6.8	Application de la sélection sur les données du champ B.	217
6.9	Application de la sélection sur les données du champ C.	218
6.10	Application de la sélection sur les données du champ D.	219
6.11	Application de la sélection sur les données du champ E.	220
6.12	Application de la sélection sur les données du champ F.	221

Bibliographie

- [Aboutalib] Aboutalib, A.O., Silverman, L.M., 1975, IEEE Trans. Circuit Syst., CAS-22(3), 278-286.
- [Alard 1997] Alard, C., Proceedings of the 12th IAP Astrophysics Colloquium, Editions Frontières, 1997, 37.
- [Alcock et al. 1997] Alcock, C., et al., ApJ, 1997, 479, 119.
- [Alard 1998] Alard, C., & Lupton, R., 1998, ApJ, **503**, 325.
- [Alcock et al. 1993] Alcock, C., et al. (MACHOS Coll.) 1993, Nature, 365, 621.
- [Alcock et al. 1996] Alcock, C., et al., 1996, ApJ, 461, 84.
- [Alcock et al. 1997 (1)] Alcock, C., et al., (MACHO Coll.), 1997, ApJ, 479, 119.
- [Alcock et al. 1997 (2)] Alcock, C. et al. (MACHO Coll.), 1997, ApJ, 486, 697.
- [Alcock et al. 2000] Alcock, C. et al. (MACHO Coll.), 2000, astro-ph/0001272.
- [Ansari et al 1997] Ansari, R., et al, A&A, 324, 843 (1997).
- [Ansari et al. 1998] Ansari, R., *et al*, A&A, 1998.
- [Ansari et al. 1999(1)] Ansari, R., et al., 1999, A&A, **344**, L49.
- [Ansari et al. 1999(2)] Ansari, R., astro-ph/9911479.
- [Ansari et al. 2000 (1)] Ansari, R., et al., A&A, 2000, à paraître.
- [Ansari et al. 2000 (2)] Ansari, R., et al., 2000, astro-ph/0002253.
- [Anscombe, Tukey] Anscombe, F.J., Tukey, J.W., 1963, *Technometrics*, 5, 144.
- [Apollonio et al.] Apollonio, L., et al. (CHOOZ Coll.), astro-ph/9907037.
- [Aristote] Aristote, *Physique*, traduction anglaise de R. P. Hardie et R. K. Gaye, <http://classics.mit.edu//Aristote/physics.html>.
- [Aubourg et al. 1993] Aubourg, E., et al. (EROS Coll.) 1993, Nature, 365, 623.
- [Aubourg et al. 1999] Aubourg, E. et al. (EROS), astro-ph/9812173 v2 17 Mars 1999.
- [Babcock] Babcock, H.W., 1953, Publ. Astr. Soc. Pacific., 65, p. 229.
- [1] Bahcall, N.A., Fan, X. & Cen, R. 1997, astro-ph/9706018, to appear in ApJ (Letters).
- [2] Bahcall, J., Flynn, C., Gould, A., Kirhakos, S., 1994, ApJ, 435, 51.
- [3] Bahcall, N.A., Lubin, L.M. & Dorman, V. 1995, ApJ 447, L81-L84.

- [Bahcall et al. 1999] Bahcall, N.A., Ostriker, J.P., Perlmutter, S., Steinhardt, P.J., 1999, *Science*, 284, 1481.
- [Baillon et al. 1992] Baillon, P., Bouquet, A., Giraud-Héraud, Y., Kaplan, J., 1992, *Proceedings of the first Palaiseau Workshop*, Fleury, P., Vacanti, G. editors, Edition Frontières, 151
- [Baillon et al. 1993] Baillon, P., Bouquet, A., Giraud-Héraud, Y., Kaplan, J., 1993, *A&A*, 277, 1
- [Baillon et al. 1998] Baillon, P., et al., 1998, in *36th INFN Eloisatron Workshop on New Detectors Erice (Italy) November 1997*.
- [Baltz] Baltz, A. E., Silk, J., astro-ph/9901408.
- [Bargava] Bargava, A., *Biometrika*, 1989, 76, N°4, 828.
- [Bartlett] Bartlett, J.G., astro-ph/9903260.
- [Basri] Basri, G., 2000, *Scientific American*, Avril 2000, 57.
- [Begeman] Begeman, K.G., 1989, *A&A*, 223, 47.
- [Ben Dov] Ben Dov, Y., *Invitation à la physique*, Points, Seuil, 1995.
- [Bernabei et al.] Bernabei, R., Belli, P., Montecchia, F., Di Nicolantonio, W., Incicchitti, A., Prosperi, D., Bacci, C., Dai, C.J., Ding, L.K., Kuang, H.H., Ma, J.M., *Nucl. Phys. Proc. Suppl.* 70 (1999) 79-84.
- [Bloch] Bloch, R., *The Prowler in the City*, in Ellison, H., *Dangerous Visions*, London, Gollancz, 1987.
- [Bond et al.] Bond, J.R., Pogossyan, D. & Souradeep, T., 1997, astro-ph/9702212, to appear in the *Proceedings of the 18th Texas Symposium on Relativistic Astrophysics*, ed. A. Olinto, J. Frieman and D. Schramm (World Scientific, Singapore, 1997).
- [Boslough] Boslough, J., *Stephen Hawking's Universe*, New York, Quill, 1985.
- [Bromley, Tegmark] Bromley, Tegmark, astro-ph/9904254.
- [Brunschwicg] Brunschwicg, L., *De la connaissance de soi*, Paris, Alcan, 1931, 67-70.
- [Burrows] Burrows, A., Liebert, J., *Reviews of Modern Physics*, 1993, 65, 2.
- [Caldwell et al.] Caldwell, R.R., Dave, R., Steinhardt, P.J., *Phys. Rev. Lett.*, 80, 1582, 1998.
- [Capaccioli 1989] Capaccioli, M., et al., 1989, *AJ*, 97, 1622.
- [Cardeli et al.] Cardeli, J., et al., 1989, *ApJ*, 345, 235.
- [Carlberg et al.] Carlberg, R.G., Yee, H.K.C., Ellingson, E., Morris, S.L., Abraham, R., Gravel, P., Pritchet, C.J., Smecker-Hane, T., Hartwick, F.D.A., Hesser, J.E., Hutchings, J.B. & Oke, J.B., astro-ph/9703017, to appear in *ApJ Letters*.
- [Carlson et al.] Carlson, C. E., Lowenstein, E. J., *Galactic Rotation Curves and Linear Potential Laws*, astro-ph/9602099.

- [Carr] Carr, B.J., 1994, ARA&A, 32, 531.
- [Chaboyer et al.] Chaboyer, B., Demarque, P., Kernan, P.J., Krauss, L.M., 1998, ApJ, 494, 96-110.
- [Ciardullo et al.] Ciardullo, R., et al., 1987, ApJ, 318, 520.
- [Coles & Ellis] Coles, P., Ellis, G.F.R., *Is the Universe Open or Closed ?*, Cambridge University Press, 1997.
- [Cooper] Cooper, N.G. (editor), *Los Alamos Science*, 1997, 25.
- [Copernic] Copernic, N., *Des révolutions des orbes célestes*, trad. A. Koyré, Librairie A. Blanchard, Paris, 1934 & 1970
- [Cornish et al.] Cornish, N.J., Spergel, D.N. & Starkman, 1996, gr-qc/9602039.
- [Crotts 1991] Crotts, A.P., 1991, ApJ, 399, 43.
- [Crotts 1996] Crotts, A.P., Tomaney, A.B., 1996, ApJ, 473, 87.
- [Da Costa et al.] Da Costa, L.N., Vogely, M.S., Geller, M.J., Huchra, J.P. & Park, C. 1994, ApJ, 437, L1-L4.
- [Davs et al.] Davis, M., Nusser, A., & Willick, J., 1996, ApJ 473, 22-41.
- [Dawkins] Dawkins, R., *The Selfish Gene*, New York, 1989.
- [Della Valle & Livio] Della Valle, M., Livio, M., 1996, ApJ, 457, L77.
- [Demailly] Demailly, L., "Contrôle Distribué en Optique Adaptative, Vers un Système Multi-Agents Intelligent" Thèse de doctorat, Université de Caen (13 février 1996).
- [Demoment] Demoment, G., IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol. 37, num. 12, 1998.
- [de Vaucouleurs & Corwin] de Vaucouleurs, G., Corwin, H., 1985, ApJ, 295, 287.
- [Derue] Derue, F., Thèse de Doctorat, Université Paris XI, 1999, LAL.
- [Di Stefano & Perna] Di Stefano, R., Perna, R., 1997, ApJ, 488, 55.
- [Durbin, Watson] Durbin, J., Watson, G.S., (1951), *Biometrika*, 38, 159-178.
- [Dwek et al.] Dwek, E., et al., 1995, ApJ, 445, 716.
- [Einstein] Einstein, A., dans *The principle of Relativity*, page 99, Dover, 1952.
- [Elie] Elie, M., *Nature (Philosophie de la)*, Encyclopedia Universalis, 1995.
- [Epicure] Épicure, *Lettre à Hérodoté*, in *Épicure et les Épicuriens, Textes choisis*, 1961, PUF.
- [Espagnat] D’Espagnat, B., *Une incertaine réalité. Le monde quantique, la connaissance et la durée*, Paris, Gauthier-Villars, 1985.
- [Evans & Kerins] Evans, N.W., Kerins, E., 2000, ApJ, 529 (astro-ph/9909254).
- [Falco et al.] Falco, E.E., Kochanek, C.S. & Munoz, J.M., astro-ph/9707032, submitted to ApJ.
- [Feynman] Feynman, R., Leighton, R., Sands, M., *Cours de physique, Mécanique*, Tome 1, InterEditions, 1979.

- [Freedman] Freedman, W., astro-ph/9706072.
- [Fried] Fried, D.L., JOSA, 1966, 56, p. 1372.
- [Fukuda et al.] Fukuda, Y. et al., 1998, Phys. Rev. Lett., 81, 1562-1567.
- [Gagliardi] Gagliardi, N., Thèse de l'Université Paris VI, 27 mai 1999.
- [Gleick] Gleick, J., *Genius*, New York, Pantheon Books, 1992.
- [Gondolo] Gondolo, P., ApJ, 1999, 455, 44.
- [Gould et al.] Gould, A., Bahcall, J.N., Flynn, C., 1997, ApJ, 482, 913.
- [Gould 1997] Gould, A., dans *Unsolved Problems in Astrophysics*, édité par Bahcall, J.N., et Ostriker, J.P., Princeton University Press, 1997, page 247.
- [Griest] Griest, K. et al., 1991, ApJ, 79.
- [Griest & Hu] Griest, K., Hu, W., 1992, ApJ, 397, 362.
- [Gullberg] Gullberg, J., *Mathematics, From the Birth of Numbers*, New York, Norton & Company, 1997.
- [Gyuk] Gyuk, G., Crotts, A., astro-ph/9904314 (en presse pour ApJ).
- [Hamburger] Hamburger, J., *Réalité (Concept de)*, Encyclopedia Universalis, 1995.
- [Han 1996] Han, G., 1996, ApJ, 472, 108.
- [Han et al. 1998] Han, C., Jeong, Y., Kim, H., 1998, ApJ, 482, 913.
- [Hatano et al.] Hatano, K., Branch, D., Fisher, A., Starrfield, F., 1997, ApJ, 487, L45.
- [Heisenberg] Heisenberg, W., *La nature dans la physique contemporaine*, Paris, Gallimard.
- [Hodge et al. 1992] Hodge et al., *The Andromeda Galaxy*, Kluwer Academic Publishers, 1992.
- [Holtzman et al.] Holtzman, J.A., Watson, A.M., Baum, W.A., Grillmair, C.J., Groth, E.J., Light, R.M., Lynds, R., O'Neill, E.J., ApJ, 115, 1946.
- [Houk & Fesen] Houk, N., Fesen, R., 1978, in A.D. Philip et D. Hayes (eds.) *The HR Diagram*, page 91.
- [Hoyle, Burbidge & Narlikar] Hoyle, F., Burbidge, G., & Narlikar, J.V., 1993, ApJ, 410, 437.
- [Ibata et al.] Ibata, R.A., Richer, H.B., Gilliland, R.L., Scott, D., astro-ph/9908270.
- [Ifrah] Ifrah, G., *Histoire Universelle des Chiffres*, Paris, Club France Loisirs, 1995.
- [Jammer] Jammer, M., *Concepts of Space*, New York, Dover, 1993.
- [Jarrosson] Jarrosson, B., *Invitation à la philosophie des sciences*, Points, Seuil, 1992.
- [Jetzer 1994] Jetzer, Ph., 1994, A&A, 286, 426.

- [Jetzer 1998] Jetzer, Ph., dans *Topics on Gravitational Lensing*, par Straumann, N., Jetzer, Ph., Kaplan, J., Napoli Series on Physics and Astrophysics, volume 1, 1998.
- [Kaku] Kaku, M., *Hyperspace*, Oxford, Oxford University Press, 1994.
- [Kamiokowski] Kamionkowski, M. & Spergel, D.N. 1994, ApJ, 432, 7-16.
- [Kent 1989] Kent, S.M., 1989, ApJ, 97, 1614.
- [Kent 1992] Kent, S.M., 1992, ApJ, 387, 181.
- [Kerins & Evans 1999] Kerins, E.J., Evans, N.W., 1999, ApJ, 517, 734.
- [Kerins et al.] Kerins, E., et al., Collaboration POINT-AGAPE, astro-ph/0002256.
- [Kiraga] Kiraga, M., Paczyński, B., ApJ, 1994, 430, 101.
- [Kolmogorov] Kolmogorov, A.N., SSSR, 1941, Vol. 30, p. 229.
- [Koyre] Koyré, A., *Du monde clos à l'Univers infini*, Paris, Gallimard, 1973.
- [Krauss 1986] Krauss, L.M., Scientific American, December 1986.
- [Krauss 1998] Krauss, L.M., hep-ph/9807376.
- [Landolt] Landolt, A.U., 1992, AJ, 104, 340.
- [Lasserre 1999] Lasserre, T., astro-ph/9909505.
- [Lasserre 2000] Lasserre, T., et al., astro-ph/0002253.
- [Lena] Léna, P., *Astrophysique - Méthodes physiques de l'observation*, Paris, InterEditions et Editions du CNRS, 1986.
- [Le Strat] Le Strat, Serge, *Épistémologie des sciences physiques*, Nathan, 1990.
- [Lin et al.] Lin, H., Kirshner, R.P., Shechtman, S.A., Landy, S.D., Oemler, A., Tucker, D. & Schechter, P.L. 1996, ApJ, 471, 617-635.
- [Lubin et al.] Lubin, L.M., Cen, R., Bahcall, N.A., & Ostriker, J.P. 1996, ApJ, 460, L10-L13.
- [Luminet] Luminet, J.P, Grib, A., *Essais de Cosmologie*, Sources du savoir, Seuil, 1997.
- [Matthews] Matthews, R., avril 1997, Pour la Science, 234, 100-103.
- [Melchior] Melchior, A.L., Thèse de l'Université Paris VI, 1995.
- [Munitz] Munitz, M.K., *Cosmic Understanding*, Princeton University Press, 1986.
- [Nahin] Nahin, P. J., *An imaginary tale - The story of $\sqrt{-1}$* , Princeton University Press, 1998.
- [Naryan et al.] Naryan, R., Bartelman, M., Lectures on Gravitational Lensing, in *Formation of Structure in the Universe*, Proceedings of the 1995 Jerusalem Winter School ; edited by A. Dekel and J.P. Ostriker ; Cambridge University Press.
- [Nemiroff 1994] Nemiroff, R. J., APJ, 435, 682-684, 1994.

- [Nodland Ralston] Nodland, B., Ralston, J.P., astro-ph/9704196.
- [Omnès 1994] Omnès, R., *Philosophie de la science contemporaine*, Paris, Gallimard, 1994.
- [Omnès 1995] Omnès, R., *Physique - Les fondements et les méthodes*, in Encyclopaedia Universalis, 1995.
- [Oppenheimer et al.] Oppenheimer, B.R., Kulkarni, S.R., Stauffer, J.R., astro-ph/9812091.
- [Ostriker] Ostriker, J.P. & Steinhardt, P.J. 1995, *Nature*, 377, 600-602.
- [Paczynski 1986] Paczyński, B., 1986, *ApJ*, 304, 1.
- [Paczynski 1991] Paczyński, B., 1991, *ApJ*, 371, 63.
- [Paczynski 1999] Paczyński, B., 1999, astro-ph/9910327.
- [Peacock] Peacock, J.A., *Cosmological Physics*, Cambridge University Press, 1999.
- [Peale] Peale, S.J., astro-ph/9908154.
- [Pelat] Pelat, E., *Éléments de théorie des probabilités*, édition www, 1999.
- [Perlmutter et al.] Perlmutter, S., Aldering, G., Goldhaber, G., Knop, R. A., Nugent, P. ; Castro, P.G. ; Deustea, S., Fabbro, S., Goobar, A., Groom, D.E., Hook, I. M., Kim, A. G., Kim, M. Y., Lee, J. C., Nunes, N. J., Pain, R., Pennypacker, C. R., Quimby, R., Lidman, C., Ellis, R. S., Irwin, M., McMahon, R. G., Ruiz-Lapuente, P., Walton, N., Schaeffer, B., Boyle, B. J., Filipenko, A. V., Matheson, T., Fruchter, A. S., Panagia, N., Newberg, H. J. M., Couch, W. J, *ApJ*, 1999, 517, 565-586.
- [Pfenniger & Combes] Pfenniger, D., Combes, F., 1994, *A&A*, 285, 94.
- [Popper 1984] Popper, K., *L'Univers irrésolu, Plaidoyer pour l'indéterminisme*, Paris, Hermann, 1984.
- [Popper 1985] Popper, K., *Conjectures et réfutations, La croissance du savoir scientifique*, Paris, Payot, 1985.
- [Press et al.] Press et al., *Numerical Recipes in C*, Cambridge University Press, 2nd edition, 1997.
- [Primini et al.] Primini, F., et al., 1993, *ApJ*, 410, 615.
- [Thèse Queinnec] Queinnec, F., 1994, Thèse de Doctorat, Université de Paris VII, Paris.
- [Ratra et al.] Ratra, B., Sugiyama, N., Banday, A.J. & Gorski, K.M. 1997, *ApJ*, 481, 22-34.
- [Reid et al.] Reid, I.N., Kirkpatrick, J.D., Liebert, J., Burrows, A., et al. 1999, *ApJ*, 521, 613.
- [Renault et al.] Renault, C. et al. (EROS), 1997, *A&A*, 324, 69.
- [Richardson & White] Richardson, S.M., White, K.W., 1979, *Econometrica*, 47, N°3, 785.
- [Riess et al.] Riess, A.G., Davis, M., Baker, J. & Kirshner, R.P., astro-ph/9707261.

- [Roddier] Roddier, F., 1981, *Progress in Optics*, XIX, 281.
- [Ruelle and Takens] Ruelle, D., Takens, F., 1971, *Commun. Math. Phys.*, 20, 167.
- [Saint-Augustin] Saint Augustin, *Confessions*, Paris, Gallimard, Folio, 1993.
- [Schaller et al.] Schaller, G., et al. 1992, *A&AS*, 92, 269.
- [Schelling] Schelling, F.W.J., *Du vrai concept de la philosophie de la nature*, Vrin, 1988.
- [Schindler] Schindler, S., astro-ph/9908130.
- [Silk 2000] Silk, J., *XXXVth Rencontres de Moriond*, 2000 (<http://moriond.in2p3.fr>).
- [Spergel 1997] Spergel, D.N., dans *Unsolved Problems in Astrophysics*, page 221, edited by J.N. Bahcall and J.P. Ostriker, Princeton University Press, 1997.
- [Spergel et al.] Spergel, D.N., Bolte, M. & Freedman, W.L. 1997, to appear in *PNAS*.
- [Stanek et al.] Stanek, K.A., et al. (OGLE Coll.), 1994, *ApJ*, 429, L73.
- [Stetson] Stetson, P., 1987, *PASP*, 99, 191.
- [Stillwell] Stillwell, J., *Mathematics and its History*, New York, Springer, 1997.
- [Strauss] Strauss, M.A. & Willick, J.A. 1995, *Phys. Reports*, 261, 271-431.
- [Straumann] Straumann, N., Jetzer, Ph., Kaplan, J., *Topics on Gravitational Lensing*, Napoli Series on Physics and Astrophysics, volume 1, 1998.
- [Tomaney & Crotts] Tomaney, A., Crotts, A., 1996, *AJ* 12, 2872.
- [Tomassone et al.] Tomassone, R. et al., *La régression : nouveaux regards sur une ancienne méthode statistique*, INRA, Masson, 1992.
- [Tonry Schneider] Tonry, J., Schneider, D.P., 1988, *ApJ*, 96, 807.
- [Trinchieri et al.] Trinchieri, G., et al., 1991, *ApJ*, 382, 82.
- [Turner] Turner, E.L., 1990, *ApJ*, 365, L43-L46.
- [Turner] Turner, M.S., astro-ph/9704062.
- [Tylor] Tylor, E.B., *Primitive Culture*, Tome II, New York, Harper 1958.
- [Valentijn] Valentijn, E.A., van der Werf, P.P, 1999, *ApJ*, 522, 29-34.
- [Udalski et al. 1993] Udalski, A., et al. (OGLE Coll.), 1993, *Acta Astronomica*, 43, 289.
- [Udalski et al. 1994] Udalski, A., et al., (OGLE Coll.), 1994, *Acta Astronomica*, 44, 165.
- [Universalis] Encyclopédie Universalis, 1995.
- [van der Berg] van der Berg, S., 1991, *PASP*, 103, 1053.
- [Vannucci] Vannucci, F., dans *Images de la physique 1999*, CNRS, p. 79.
- [Vernant] Vernant, J. P., *Les origines de la philosophie*, in Delacampagne, C. & Maggiori, R., *Philosopher, Les interrogations contemporaines*, Paris, Fayard, 1980, 464-466.

- [Vilain] Vilain, C., février 1996, *La Recherche*, 284, 104-107.
- [Wardle, Perley Cohen] Wardle, J.F.C., Perley R.A., Cohen M.H., *Phys.Rev.Lett.* 79 (1997) 1801-1804.
- [Warner] Warner, B., 1995, *Cataclysmic Variable Stars*, Cambridge University press.
- [Weiner, Sellwood] Weiner, B.J., Sellwood, J.A., astro-ph/9904130.
- [White et al. 1997] White, D.A., Jones, C. & Forman, W., astro-ph/9707269, to appear in *MNRAS*.
- [White et al. 1993] White, S.D.M., Navarro, J.F., Evrard, A.E., & Frenk, C.S., 1993, *Nature*, 366, 429-433.
- [Whitehead] Whitehead, A. N., *Concept of Nature*, Cambridge, Cambridge University Press, 1983.
- [Will] Will, C.M., *Am. J. Phys.*, 56(5), May 1988.
- [Wilkinson & Evans] Wilkinson, M.I., Evans, N.W., 1999, *MNRAS*, 310, 645.
- [Woźniak Paczyński] Woźniak, P., Paczyński, B., 1997, *ApJ*, 487, 55.
- [Zago] Zago, L., *The effects of the local Atmospheric Environment On Astronomical Observations*, Thèse de l'École Polytechnique de Lausanne, Février 1995.
- [Zaritsky] Zaritsky, D., astro-ph/9810069.
- [Zepf et al.] Zepf, S.E., et al., astro-ph/0001154.
- [Zhao et al.] Zhao, H., Spergel, D.N., Rich, R., 1996, *MNRAS*, 282, 175.

Index

cosmologie, 1

Friedman, 3

naine brune, 1

Univers, 1